

1. عين قيمة العدد الطبيعي n التي من أجلها يكون $C_n^3 = 12(n-2)$
2. كيس يحتوي على 9 قريصات متماثلة منها أربع قريصات بيضاء مرققة بـ: 1 ، 1 ، 1 ، 2 و ثلاث قريصات حمراء مرققة بـ: 2 ، 2 ، 2 و قريصتين سوداوين مرققتين بـ: 1 ، 2 .
نسحب عشوائيا من الكيس 3 قريصات في آن واحد.
ونعتبر الحادثتين :
A: الحصول على 3 قريصات من نفس اللون.
B: الحصول على 3 قريصات من نفس الرقم.
3. ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب مجموع الأرقام الكريات المسحوبة.
عين قيم X ثم عين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X و احسب أمله الرياضي.

التمرين الثاني: (06 نقطة)

- (D_1) و (D_2) مستقيمان معرفين بمعادلتيهما $(D_1): y = \ln(2)x + \ln\left(\frac{2}{e}\right)$ و $(D_2): y = x$ في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$. $\vec{i} \cdot \vec{j} = 2cm$ ، $\vec{i} \cdot \vec{i} = \vec{j} \cdot \vec{j} = 1$
1. احسب فاصلة نقطة تقاطع (D_1) و (D_2) ثم مثل (D_1) و (D_2) في المعلم
 2. المتتالية (u_n) معرفة بجدها الأول حيث $u_0 = 2$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \ln(2)u_n + \ln\left(\frac{2}{e}\right)$
 3. مثل على محور الفواصل الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 و u_3 (دون حسابها موضحا خطوط الإنشاء)
 3. بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $-1 < u_{n+1} < u_n$ ثم استنتج اتجاه المتتالية (u_n).
 - (v_n) المتتالية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = 3u_n + \alpha$ حيث α عدد حقيقي .
 4. عين قيمة α بحيث تكون المتتالية (v_n) هندسية .
 - نضع $\alpha = 3$
 5. اكتب v_n بدلالة n ثم عبر عن u_n بدلالة n .

6. احسب نهاية المتتالية (v_n) ثم استنتج نهاية المتتالية (u_n) .

7. نضع من أجل كل عدد طبيعي n ، $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$.

• احسب المجموع S_n .

التمرين الثالث : (09 نقطة)

(I) لتكن الدالة f المعرفة على المجال $D = [0, e[\cup]e, +\infty[$ كمايلي:

$$f(x) = \begin{cases} x + \frac{1}{1 - \ln x}, & x \in]0, e[\cup]e, +\infty[\\ f(0) = 0 \end{cases}$$

ليكن (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم ومتعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1. احسب: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x}$ ، ماذا تستنتج؟ فسر هذه النتيجة بيانيا.

2. • احسب $\lim_{x \rightarrow e} f(x)$ ، فسر النتيجة بيانيا. احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

• بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x$ مقارب لـ (C_f) بجوار $+\infty$ ، ثم أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ) .

3. برهن أنه من أجل x من $]0, e[\cup]e, +\infty[$: $f'(x) = 1 + \frac{1}{x(1 - \ln x)^2}$

• استنتج اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

4. اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة $x_0 = 1$.

5. • لتكن الدالة h المعرفة على المجال $]0, +\infty[$ بـ: $h(x) = x \ln x - x + 1$

• ادرس تغيرات الدالة h ثم شكل جدول تغيراتها، استنتج إشارة $h(x)$ على المجال $]0, +\infty[$.

• ادرس وضعية المماس (T) بالنسبة للمنحنى (C_f) .

6. أنشئ المنحنى (C_f) والمستقيمين (Δ) و (T) .

(II) ليكن التكاملين: $I = \int_{\frac{1}{2}}^1 (x \ln x) dx$ و $J = \int_{\frac{1}{2}}^1 (x + 1 - x \ln x) dx$

1. باستعمال التكامل بالتجزئة احسب I ، ثم استنتج القيمة المضبوطة لـ J .

2. نضع من أجل كل x من $[\frac{1}{2}, 1]$: $2x \leq f(x) \leq x + 1 - x \ln x$ برهن أن : $\frac{3}{4} \leq S \leq \frac{17}{16} - \frac{\ln 2}{8}$

حيث S مساحة الحيز للمستوي المحدد بـ (C_f) ومحور الفواصل والمستقيمان التي معادلتها:

$$x = 1 \text{ و } x = \frac{1}{2}$$