



تمرين شامل رقم (01): محور القسمة في $\mathbb{Z}$

الأستاذ: قويسم الخليل

المستوى: ثالثة ثانوي

(I) n عدد طبيعي:

- ① ادرس حسب قيم n بواقي القسمة الاقليدية للعدد 5^n على 7
- ② $k \in \mathbb{N}$ ، عيّن باقي القسمة الاقليدية على 7 لكل من الأعداد:
 125^{2k+1} ، 1962^{509} ، 40^{1962} ، 19^{18k+4} ، 5^{12k+6} ، $2021^{2023^{2025}}$ ، 2023^{1444} ، 5^{2023}
- ③ نضع: $A_n = 4 \times 5^{6n+3} + 5^{2966} + 2022^{2n+1} + 1$
 • برهن أنه من أجل كل n طبيعي A_n يقبل القسمة على 7
- ④ نضع: $B_n = 5n \times 5^{6n+1} - 5^{6n+2} + 3n \times 19^{6n+2}$
 أ/ بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n ،

$$B_n \equiv 5^{6n+2} \times (4n - 1) [7]$$

ب/ عيّن قيم العدد الطبيعي n حتى يكون B_n يقبل القسمة على 7

(II)

- ① عيّن قيم العدد الطبيعي n حيث:

$$\begin{cases} 5^n + 5^{6n+2} - 5^{6n} + 3n - 2 \equiv 0 [7] \\ 5n \equiv 4 [6] \end{cases}$$
- ② عيّن قيم العدد الطبيعي n حيث:

$$5^n + 6^n + 7^n + 8^n + 9^n \equiv 0 [7]$$

(III) عيّن قيم العدد الطبيعي n في كل حالة:

- $5^{6n} + n^2 - 2n - 1 \equiv 0 [7]$
- $2 \times 5^{6n+2} - 5^{6n} + 2n^2 - n - 1 \equiv 0 [7]$
- $\begin{cases} N = \overline{1n30201}^5 \\ N \equiv 0 [7] \end{cases}$

(IV) نعتبر في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة (E) ذات المجهولين الصحيحين x و y : $1075x - 1505y = 645 \dots (E)$

- ① عيّن قيم العدد الصحيح x ، حيث: $5x \equiv 3 [7]$
- ② احسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 1075 و 1505
- ③ استنتج أنّ المعادلة (E) تقبل حلولاً في $\mathbb{Z}^2$
- ④ باستعمال خوارزمية اقليدس، عيّن حلاً خاصاً $(x_0; y_0)$ للمعادلة (E)، ثم حل (E) بطريقتين مختلفتين
- ⑤ بيّن أنه إذا كانت الثنائية $(x; y)$ من الأعداد الصحيحة حلاً للمعادلة (F) $5x - 7y = 14 \dots (F)$
 فإن x يكون مضاعفاً للعدد 7، ثم استنتج حلول المعادلة (F)
- ⑥ ليكن d القاسم المشترك الأكبر للعددين الطبيعيين غير المعدومين x و y ، حيث x و y حلول المعادلة (E)

أ/ ما هي القيم الممكنة للعدد d

ب/ عيّن الثنائية $(x; y)$ من الأعداد الطبيعية التي تحقق:

$$\begin{cases} |x - y| \leq 3 \\ d \neq 1 \end{cases}$$

(V)

1 حل العدد 2150 إلى جداء عوامل أولية

2 استنتج عدد القواسم الطبيعية للعدد 2510 ثم عيّن

3 نضع $D = PGCD(10750; 15050)$ و $M = PPCM(10750; 15050)$

• احسب D و M

4 يربح عامل أكثر من 1100 دج في اليوم، يقبض هذا العامل 10750 د.ج في مدة α يوم،

ويقبض 15050 د.ج في مدة β يوم، حيث α و β عددان طبيعيان

أ/ أوجد الراتب اليومي لهذا العامل

ب/ أوجد قيمة α و β

(VI) نسمي (S) الجملة $\begin{cases} n \equiv 2[3] \\ n \equiv 7[8] \end{cases}$ حيث $n \in \mathbb{N}$

1 بيّن أن العدد 2015 حل للجملة (S)

2 إذا كان n_0 حلاً لـ (S) ، بيّن أن n حل لـ (S) يكافئ $\begin{cases} n - n_0 \equiv 0[3] \\ n - n_0 \equiv 0[8] \end{cases}$

3 أثبت أن n حل للجملة (S) إذا وفقط إذا كان $n \equiv 23[24]$ ، ثم حل الجملة (S) بطريقتين.

4 بمناسبة شهر رمضان المعظم أراد الأستاذ "لعور عبد الكريم" إجراء مسابقة

فكرية بين تلاميذه، فاشترى مصاحف كجوائز، وأراد ترتيبهم في علب، فإذا استعمل علبة تتسع

لـ 3 مصاحف بقي لديه مصحفين، وإذا استعمل علبة تتسع لـ 8 مصاحف بقي لديه 7 مصاحف

• إذا علمت أن عدد المصاحف التي بحوزته محصور بين 100 و 130 مصحفاً، ما هو عدد هذه

المصاحف؟



بالتوفيق في شهاة البكالوريا

الأستاذ: قويسم الخليل

نشر بتاريخ: 2023-04-08



تصحيح مقترح للتمرين رقم 01: محور القسمة في $\mathbb{Z}$

الأستاذ: قويسم الخليل

المستوى: ثالثة ثانوي

(I)

① دراسة بواقي القسمة الاقليدية للعدد 5^n على 7:

$n =$	$5^n \equiv$
$6k$	1
$6k + 1$	5
$6k + 2$	4
$6k + 3$	6
$6k + 4$	2
$6k + 5$	3
$k \in \mathbb{N}$	[7]

لدينا: $5^0 \equiv 1[7]$
 $5^1 \equiv 5[7]$
 $5^2 \equiv 4[7]$
 $5^3 \equiv 6[7]$
 $5^4 \equiv 2[7]$
 $5^5 \equiv 3[7]$
 $5^6 \equiv 1[7]$

② تعيين باقي القسمة الاقليدية على 7 لكل من الأعداد

$$5^{2023}, 2023^{1444}, 2021^{2023 \cdot 2025}, 5^{12k+6}, 5^{18k+1}$$

$$40^{1962}, 1962^{505}, 15^{2k+1}$$

$$5^{2023}$$

لدينا: $5^{2023} \equiv 5^{3(337)+1} [7]$

ومنه: $5^{2023} \equiv 5[7]$

$$2023^{1444}$$

لدينا: $2023 \equiv 0[7]$

ومنه: $2023^{1444} \equiv 0^{1444} [7]$

ومنه: $2023^{1444} \equiv 0[7]$

$$2021^{2023 \cdot 2025}$$

لدينا: $2023 \equiv 1[6]$

ومنه: $2023^{2025} \equiv 1^{2025} [6]$

ومنه: $2023^{2025} = 6k + 1$ حيث: $k \in \mathbb{N}$

ولدينا: $2021 \equiv 5[7]$

ومنه: $2021^{2023 \cdot 2025} \equiv 5^{2023 \cdot 2025} [7]$

معناه: $2021^{2023 \cdot 2025} \equiv 5^{6k+1} [7]$

معناه: $2021^{2023 \cdot 2025} \equiv 5[7]$

$$5^{12k+6}$$

لدينا: $5^{12k+6} \equiv 5^{6(2k+1)} [7]$

ومنه: $5^{12k+6} \equiv 5^{6k'} [7]$ حيث $k' \in \mathbb{N}$

ومنه: $5^{12k+6} \equiv 1[7]$

$$19^{18k+4}$$

لدينا: $19^{18k+4} \equiv 5^{6(3k)+4} [7]$

معناه: $19^{18k+4} \equiv 5^{6k'+4} [7]$ حيث $k' \in \mathbb{N}$

معناه: $19^{18k+4} \equiv 2[7]$

$$40^{1962}$$

لدينا: $40^{1962} \equiv 5^{6(327)} [7]$

ومنه: $40^{1962} \equiv 5^{6k} [7]$

ومنه: $40^{1962} \equiv 1[7]$

$$1962^{509}$$

لدينا: $1962^{509} \equiv 2^{6(84)+5} [7]$

ومنه: $1962^{509} \equiv (-5)^{6k+5} [7]$ حيث $k \in \mathbb{N}$

ومنه: $1962^{509} \equiv (-1 \times 5)^{6k+5} [7]$

ومنه: $1962^{509} \equiv (-1)^{6k+5} \times (5)^{6k+5} [7]$

ومنه: $1962^{509} \equiv -1 \times 3[7]$

إذن: $1962^{509} \equiv 4[7]$

$$125^{2k+1}$$

لدينا: $125^{2k+1} \equiv 6^{2k+1} [7]$

ومنه: $125^{2k+1} \equiv (-1)^{2k+1} [7]$

ومنه: $125^{2k+1} \equiv -1[7]$ لأن $(2k+1)$ عدد فردي

إذن: $125^{2k+1} \equiv 6[7]$

③ برهان أن A_n يقبل القسمة على 7:

لدينا: $A_n \equiv 4 \times 5^{6n+3} + 5^{2966} + 2022^{2n+1} + 1[7]$

ومنه: $A_n \equiv 4 \times 5^{6n+3} + 5^{6(294)+2} + 6^{2n+1} + 1[7]$

ومنه: $A_n \equiv 4 \times 6 + 4 + (-1)^{2n+1} + 1[7]$

ومنه: $A_n \equiv 4 \times 6 + 4 - 1 + 1[7]$

ومنه: $A_n \equiv 28[7]$

ومنه: $A_n \equiv 0[7]$

إذن: A_n يقبل القسمة على 7 من أجل كل $n \in \mathbb{N}$

④

أ/ تبين أن $B_n \equiv 5^{6n+2} \times (4n-1)[7]$

لدينا: $B_n \equiv 5n \times 5^{6n+1} - 5^{6n+2} + 3n \times 19^{6n+2} [7]$

ومنه: $B_n \equiv n \times 5^{6n+1+1} - 5^{6n+2} + 3n \times 5^{6n+2} [7]$

ومنه: $B_n \equiv n \times 5^{6n+2} - 5^{6n+2} + 3n \times 5^{6n+2} [7]$

ومنه: $B_n \equiv 5^{6n+2} (4n-1)[7]$

ب/ تعيين قيم n حتى يكون B_n يقبل القسمة على 7:

لدينا: $B_n \equiv 0[7]$

معناه: $5^{6n+2} (4n-1) \equiv 0[7]$

معناه: $4(4n-1) \equiv 0[7]$

معناه: $\begin{cases} 4n-1 \equiv 0[7] \\ \text{أو} \\ 4 \equiv 0[7] \end{cases}$

لدينا: $4 \equiv 0[7]$ مستحيل

إذن: $4n-1 \equiv 0[7]$

ومنه: $4n \equiv 1[7]$

ومنه: $8n \equiv 2[7]$

معناه: $n = 6p + 3$
وهذا تناقض لأن n فرضناه عدد زوجي
• لذا n فردي:

لدينا: $5^n + (-1)^n + (-1)^n(5)^n \equiv 6[7]$

معناه: $5^n - 1 - 5^n \equiv 6[7]$

معناه: $-1 \equiv 6[7]$

معناه: $6 \equiv 6[7]$

إذن: $n = 2k + 1$ حيث $k \in \mathbb{N}$

إذن: قيم n حتى يكون $5^n + 6^n + 7^n + 8^n + 9^n \equiv 0[7]$ هي: $n = 2k + 1$

(III) تعيين قيم العدد الطبيعي n في كل حالة:

• $5^{6n} + n^2 - 2n - 1 \equiv 0[7]$

لدينا: $5^{6n} + n^2 - 2n - 1 \equiv 0[7]$

معناه: $1 + n^2 - 2n - 1 \equiv 0[7]$

معناه: $n^2 - 2n \equiv 0[7]$

معناه: $n(n - 2) \equiv 0[7]$

$n \equiv$	0	1	2	3	4	5	6	[7]
$n - 2 \equiv$	5	6	0	1	2	3	4	[7]
$n(n - 2) \equiv$	0	6	0	4	1	1	3	[7]

من الجدول نجد

أن: $5^{6n} + n^2 - 2n - 1 \equiv 0[7]$

لما: $n \in \{(7k); (7k + 2): k \in \mathbb{N}\}$

• $2 \times 5^{6n+2} - 5^{6n} + 2n^2 - n - 1 \equiv 0[7]$

لدينا: $2 \times 5^{6n+2} - 5^{6n} + 2n^2 - n - 1 \equiv 0[7]$

معناه: $2 \times 4 - 1 + 2n^2 - n - 1 \equiv 0[7]$

معناه: $2n^2 - n - 1 \equiv 0[7]$

معناه: $2\left(n + \frac{1}{2}\right)(n - 1) \equiv 0[7]$

معناه: $(2n + 1)(n - 1) \equiv 0[7]$

$n \equiv$	0	1	2	3	4	5	6	[7]
$n - 1 \equiv$	6	0	1	2	3	4	5	[7]
$2n + 1 \equiv$	1	3	5	0	2	4	6	[7]
$(2n + 1)(n - 1) \equiv$	6	0	5	0	6	1	2	[7]

من الجدول نجد

أن: $2 \times 5^{6n+2} - 5^{6n} + 2n^2 - n - 1 \equiv 0[7]$

لما: $n \in \{(7k + 1); (7k + 3): k \in \mathbb{N}\}$

• $\begin{cases} N = \overline{1n30201}^5 \\ N \equiv 0[7] \end{cases}$

لدينا: $N = \overline{1n30201}^5$

معناه: $1 + 2(5)^2 + 3(5)^4 + n(5)^5 + (5)^6$

ولدينا: $N \equiv 0[7]$

معناه: $1 + 2(5)^2 + 3(5)^4 + n(5)^5 + (5)^6 \equiv 0[7]$

معناه: $1 + 2 \times 4 + 3 \times 2 + 3n + 1 \equiv 0[7]$

معناه: $3n \equiv -2[7]$

معناه: $-2 \times 3n \equiv -2 \times 5[7]$

معناه: $-6n \equiv -10[7]$

معناه: $n \equiv 4[7]$

ومنه: $n \equiv 2[7]$
إذن: $n = 7k + 2$ حيث $k \in \mathbb{N}$
(II)

1) تعيين n حيث: $\begin{cases} 5^n + 5^{6n+2} - 5^{6n} + 3n - 2 \equiv 0[7] \\ 5n \equiv 4[6] \end{cases}$

لدينا: $5n \equiv 4[6]$

معناه: $-n \equiv 4[6]$

معناه: $n \equiv -4[6]$

معناه: $n \equiv 2[6]$

معناه: $n = 6\alpha + 2$ حيث $\alpha \in \mathbb{N}$

ولدينا: $5^n + 5^{6n+2} - 5^{6n} + 3n - 2 \equiv 0[7]$

معناه: $5^{6\alpha+2} + 5^{6n+2} - 5^{6n} + 3n - 2 \equiv 0[7]$

معناه: $4 + 4 - 1 + 3n - 2 \equiv 0[7]$

معناه: $3n + 5 \equiv 0[7]$

معناه: $3n \equiv -5[7]$

معناه: $3n \equiv 2[7]$

معناه: $-2 \times 3n \equiv -2 \times 2[7]$

معناه: $-6n \equiv -4[7]$

معناه: $n \equiv 3[7]$

معناه: $n = 7\beta + 3$ حيث $\beta \in \mathbb{N}$

إذن: $\begin{cases} 5^n + 5^{6n+2} - 5^{6n} + 3n - 2 \equiv 0[7] \\ 5n \equiv 4[6] \end{cases}$

معناه: $\begin{cases} n = 6\alpha + 2 \\ n = 7\beta + 3 \end{cases}$

إذن: $6\alpha + 2 = 7\beta + 3$

معناه: $6\alpha = 7\beta + 1$

معناه: $6\alpha \equiv 1[7]$

معناه: $-\alpha \equiv 1[7]$

معناه: $\alpha \equiv 6[7]$

إذن: $\alpha = 7k' + 6$ حيث $k' \in \mathbb{N}$

نعوض قيمة α في المعادلة 2

فنجد: $n = 6(7k' + 6) + 2$

إذن: $n = 42k' + 38$

2) تعيين قيم n حتى: $5^n + 6^n + 7^n + 8^n + 9^n \equiv 0[7]$

لدينا: $5^n + 6^n + 7^n + 8^n + 9^n \equiv 0[7]$

معناه: $5^n + (-1)^n + 0^n + 1^n + 2^n \equiv 0[7]$

معناه: $5^n + (-1)^n + 1 + (-5)^n \equiv 0[7]$

معناه: $5^n + (-1)^n + 1 + (-1)^n(5)^n \equiv 0[7]$

معناه: $5^n + (-1)^n + (-1)^n(5)^n \equiv 6[7]$

نميز حالتين:

• لما n زوجي:

لدينا: $5^n + (-1)^n + (-1)^n(5)^n \equiv 6[7]$

معناه: $5^n + 1 + 5^n \equiv 6[7]$

معناه: $2 \times 5^n \equiv 5[7]$

معناه: $-6 \times 5^n \equiv -15[7]$

معناه: $5^n \equiv 6[7]$

إذن: $n = 7k + 4$ حيث $k \in \mathbb{N}$

(IV)

1 تعيين قيم x ، حيث $5x \equiv 3[7]$:

لدينا: $5x \equiv 3[7]$

معناه: $3 \times 5x \equiv 3 \times 3[7]$

معناه: $15x \equiv 9[7]$

معناه: $x \equiv 2[7]$

معناه: $x = 7k + 2$ حيث $k \in \mathbb{Z}$

2 حساب القاسم المشترك الأكبر للعددين 1075 و 1505:

لدينا:

$$1505 = 1075(1) + 430$$

$$1075 = 430(2) + 215$$

$$430 = 215(2) + 0$$

إذن: $PGCD(1075; 1505) = 215$

3 استنتاج أن المعادلة (E) تقبل حلولاً في $\mathbb{Z}^2$:

لدينا: $215 \mid 645$

إذن: المعادلة (E) تقبل حلولاً في $\mathbb{Z}^2$

4 تعيين حلاً خاصاً $(x_0; y_0)$ للمعادلة (E):

لدينا: $215 = 1075 - 430(2)$

معناه: $215 = 1075 - (1505 - 1075)(2)$

معناه: $215 = 1075(3) - 1505(2)$

معناه: $215 \times 3 = 1075(3 \times 3) - 1505(2 \times 3)$

معناه: $645 = 1075(9) - 1505(6)$

إذن الثنائية $(9; 6)$ حل للمعادلة (E)

• حل (E) بطريقتين مختلفتين:

لدينا المعادلة: $(E): 1075x - 1505y = 645$

تكافئ المعادلة: $(E'): 5x - 7y = 3$

الطريقة 01: (غوص)

لدينا: $\begin{cases} 5x - 7y = 3 \\ 5(9) - 7(6) = 3 \end{cases}$

ب طرح المعادلة الثانية من الأولى

نجد: $5(x - 9) - 7(y - 6) = 0$

ومنه: $5(x - 9) = 7(y - 6)$

ومنه: $5 \mid 7(y - 6) \text{ و } 7 \mid 5(x - 9)$

بما أن: $7 \wedge 5 = 1$

فإنه: $5 \mid y - 6 \text{ و } 7 \mid x - 9$ (حسب غوص)

إذن: $y - 6 = 5k \text{ و } x - 9 = 7k$ حيث $k \in \mathbb{Z}$

أي: $y = 5k + 6 \text{ و } x = 7k + 9$

أي: $y = 5k + 1 \text{ و } x = 7k + 2$

إذن الثنائيات $(x; y)$ من $\mathbb{Z}^2$ حلول المعادلة (E) هي:

$$(x; y) \in \{(7k + 2; 5k + 1): k \in \mathbb{Z}\}$$

• الطريقة 02 (الموافقات):

لدينا: $5x - 7y = 3$

معناه: $5x = 7y + 3$

معناه: $5x \equiv 3[7]$

معناه: $x = 7k + 2$

نعوض قيمة x في (E')

نجد: $5(7k + 2) - 7y = 3$

ومنه: $y = 5k + 1$

إذن الثنائيات $(x; y)$ من $\mathbb{Z}^2$ حلول المعادلة (E) هي:

$$(x; y) \in \{(7k + 2; 5k + 1): k \in \mathbb{Z}\}$$

5 تبين أنه إذا كانت الثنائية $(x; y)$ من الأعداد

الصحيحة حلاً لـ (F) فإن x يكون مضاعفاً للعدد 7:

لدينا: $5x - 7y = 14$

معناه: $5x = 14 + 7y$

معناه: $5x = 7(2 + y)$

معناه: $5x \equiv 0[7]$

معناه: $x \equiv 0[7]$

معناه: $x = 7k$ حيث $k \in \mathbb{Z}$

إذن: x مضاعف لـ 7

• استنتاج حلول المعادلة (F):

لدينا: $x = 7k$

نعوض قيمة x في (F)

نجد: $5(7k) - 7y = 14$

ومنه: $y = 5k - 2$

إذن الثنائيات $(x; y)$ من $\mathbb{Z}^2$ حلول المعادلة (F) هي:

$$(x; y) \in \{(x = 7k; 5k - 2): k \in \mathbb{Z}\}$$

6

أ/ تعيين القيم الممكنة للعدد d :

لدينا: $d = PGCD(x; y)$

ومنه: $d \mid y$ و $d \mid x$

ومنه: $d \mid 5x - 7y$

ومنه: $d \mid 3$

ومنه: $d \in D_3$

ومنه: $d \in \{1; 3\}$

ب/ تعيين الثنائية $(x; y)$ من $\mathbb{N}^2$ حيث: $\begin{cases} |x - y| \leq 3 \\ d \neq 1 \end{cases}$

لدينا: $k \in \mathbb{N}$

ولدينا: $|x - y| \leq 3$

معناه: $|7k + 2 - 5k - 1| \leq 3$

معناه: $-3 \leq 2k + 1 \leq 3$

معناه: $-4 \leq 2k \leq 2$

معناه: $-2 \leq k \leq 1$

معناه: $k \in \{0; 1\}$

• لما $k = 0$ نجد: $\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$ (مرفوض) لأن $PGCD(2; 1) = 1$

• لما $k = 1$ نجد: $\begin{cases} x = 9 \\ y = 6 \end{cases}$ (مقبول) لأن $PGCD(9; 6) \neq 1$

إذن الثنائيات $(x; y)$ من $\mathbb{N}^2$ حيث $\begin{cases} |x - y| \leq 3 \\ d \neq 1 \end{cases}$ هي:

$$(x; y) \in \{(9; 6)\}$$

(V)

① تحليل العدد 2150 إلى جداء عوامل أولية:

لدينا:

$$\begin{array}{r|l} 2150 & 2 \\ 1075 & 5 \\ 215 & 5 \\ 43 & 43 \\ 1 & \end{array}$$

$$\boxed{2150 = 2 \times 5^2 \times 43}$$
 إذن:

② استنتاج عدد القواسم الطبيعية للعدد 2510 وتعيينها:

$$2150 = 2^1 \times 5^2 \times 43^1$$
 لدينا:

ومنه عدد القواسم الطبيعية لـ 2150 هو

$$(1+1)(2+1)(1+1) = \boxed{12}$$

نستعمل جدول القواسم:

لدينا:

2^n	5^n	43^n
2^0	5^0	43^0
2^1	5^1	43^1
	5^2	

يكافئ:

2^n	5^n	43^n
1	1	1
2	5	43
	25	

$$D_{2150} \in \left\{ \begin{array}{l} 1 \times 1 \times 1; \\ 1 \times 1 \times 43; \\ 1 \times 5 \times 1; \\ 1 \times 5 \times 43; \\ 1 \times 25 \times 1; \\ 1 \times 25 \times 43; \\ 2 \times 1 \times 1; \\ 2 \times 1 \times 43; \\ 2 \times 5 \times 1; \\ 2 \times 5 \times 43; \\ 2 \times 25 \times 1; \\ 2 \times 25 \times 43 \end{array} \right\}$$
 إذن:

$$D_{2150} \in \left\{ 1; 2; 5; 10; 25; 43; 50; 86; \right. \\ \left. 215; 430; 1075; 2150 \right\}$$
 إذن:

③ حساب D و M

$$D = PGCD(10750; 15050)$$
 لدينا:

$$D = PGCD(10 \times 1075; 10 \times 1505)$$
 ومنه:

$$D = 10 \times PGCD(1075; 1505)$$
 ومنه:

$$D = 10 \times 215$$
 ومنه:

$$\boxed{D = 2150}$$
 ومنه:

$$M \times D = 10750 \times 15050$$
 ولدينا:

$$\boxed{M = 75250}$$
 ومنه:

④

أ/ إيجاد الراتب اليومي لهذا العامل:

نضع: X هو الراتب اليومي لهذا العامل

يربح العامل أكثر من 1100 دج في اليوم

$$X > 1100$$
 إذن:

$$\begin{cases} \alpha \times X = 10750 \\ \beta \times X = 15050 \end{cases}$$
 ولدينا:

$$X | 10750 \text{ و } X | 27600$$
 ومنه:

$$X | PGCD(10750; 15050)$$
 إذن:

$$X | 2150$$
 أي:

$$X \in D_{2150}$$
 إذن:

$$X \in \{1; 2; 5; 10; 25; 43; 50; 86; \} \\ \{215; 430; 1075; 2150\}$$
 أي:

$$X > 1100$$
 بما أن:

$$\boxed{X = 2150}$$
 فإن:

ب/ إيجاد قيمتي α و β :

$$\begin{cases} \alpha X = 10750 \\ \beta X = 15050 \end{cases}$$
 لدينا:

$$\begin{cases} \alpha \times 2150 = 10750 \\ \beta \times 2150 = 15050 \end{cases}$$
 ومنه:

$$\begin{cases} \alpha = 5 \\ \beta = 7 \end{cases}$$
 إذن:

(VI)

① تبين أن العدد 2015 حل للجملة (S):

$$\begin{cases} 2015 = 3(671) + 2 \\ 2015 = 8(251) + 7 \end{cases}$$
 لدينا:

$$\begin{cases} 2015 \equiv 2[3] \\ 2015 \equiv 7[8] \end{cases}$$
 ومنه:

العدد 2015 حل للجملة (S) إذن:

② تبين أن n حل لـ (S) $\Leftrightarrow \begin{cases} n - n_0 \equiv 0[3] \\ n - n_0 \equiv 0[8] \end{cases}$

$$\begin{cases} n \equiv 2[3] \\ n \equiv 7[8] \end{cases}$$
 لدينا: n حل لـ (S) معناه:

$$\begin{cases} n_0 \equiv 2[3] \\ n_0 \equiv 7[8] \end{cases}$$
 ولدينا: n_0 حل لـ (S) معناه:

$$\begin{cases} n - n_0 \equiv 2 - 2[3] \\ n - n_0 \equiv 7 - 7[8] \end{cases}$$
 بالطرح نجد:

$$\begin{cases} n - n_0 \equiv 0[3] \\ n - n_0 \equiv 0[8] \end{cases}$$
 إذن:

③ اثبات أن n حل لـ (S) إذا $n \equiv 23[24]$:

$$\begin{cases} n \equiv 2[3] \\ n \equiv 7[8] \end{cases}$$
 لدينا:

$$\begin{cases} 8 \times n \equiv 8 \times 2[8 \times 3] \\ 3 \times n \equiv 3 \times 7[3 \times 8] \end{cases}$$
 معناه:

$$\begin{cases} 8n \equiv 16[24] \\ 3n \equiv 21[24] \end{cases}$$
 معناه:

$$5n \equiv -5[24]$$
 وعليه:

$$n \equiv -1[24]$$
 ومنه:

$$\boxed{n \equiv 23[24]}$$
 ومنه:

• حل الجملة (S) بطريقة أخرى:

$$\begin{cases} n - n_0 \equiv 0[3] \\ n - n_0 \equiv 0[8] \end{cases}$$
 لدينا:

ولدينا: 2015 حل للجملة (S)

$$\begin{cases} n - 2015 \equiv 0[3] \\ n - 2015 \equiv 0[8] \end{cases}$$
 ومنه:

$$n - 2015 \equiv 0[3 \times 8]$$
 إذن:

أي: $n \equiv 2015[24]$

أي: $n \equiv 23[24]$

إذن: $n = 24k + 23$ حيث $k \in \mathbb{N}$

4 تعيين عدد هذه المصاحف :

نضع: Y هو عدد المصاحف التي اشتراها الأستاذ عبد الكريم

إذا استعمل علما تتسع لـ 3 مصاحف بقي لديه مصحفين

معناه: $Y \equiv 2[3]$ ، وإذا استعمل علما تتسع لـ 8 مصاحف بقي

لديه 7 مصاحف معناه: $Y \equiv 7[8]$

أي $\begin{cases} Y \equiv 2[3] \\ Y \equiv 7[8] \end{cases}$ وهذا يكافئ الجملة (S)

إذن: $Y = 24k + 23$

لدينا: $100 < Y < 130$

ومنه: $100 < 24k + 23 < 130$

ومنه: $100 < 24k + 23 < 130$

ومنه: $3.2 < k < 4.45$

إذن: $k = 4$

وعليه المصاحف هو: $Y = 24(4) + 23$

أي: $Y = 119$



بالتوفيق في شهادة البكالوريا

الأستاذ: قويسم الخليل

نشر بتاريخ: 2023-03-21