

حلول تمارين الإحتمالات

في البكالوريا

الشعب العلمية



إعداد : خالرجاخشة

www.dzexams.com

- يحتوي صندوق 10 كريات متماثلة لانفراق بينها باللمس، منها 4 كرات بيضاء مرقمة بـ: 1، 2، 2، 3 و ثلاث كريات حمراء مرقمة بـ: 2، 2، 3 و ثلاث كريات خضراء مرقمة بـ: 2، 3، 3 .
- نسحب عشوائيا وفي آن واحد 3 كريات من هذا الصندوق .
- نعتبر الحادثتين A : "الكريات الثلاث المسحوبة تحمل ألوان العلم الوطني " .
و B : "الكريات الثلاث المسحوبة لها نفس الرقم " .
- (1) أـ أحسب: $P(A)$ و $P(B)$ احتمالي الحادثتين A و B على الترتيب .
بـ بين أن: $P(A \cap B) = \frac{1}{20}$ ثم استنتج $P_A(B)$ و $P(A \cup B)$.
- (2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل نتيجة عملية سحب عدد الكريات التي تحمل رقما فرديا .
عرف قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X واحسب أمله الرياضي $E(X)$.

- كيس به 7 كريات متماثلة، لانفراق بينها باللمس، منها 3 بيضاء و 4 خضراء .
نسحب عشوائيا وفي آن واحد كرتين من الكيس .
- (I) 1) أحسب إحتمال الحادثة A : "سحب كرتين مختلفتين في اللون " .
2) أحسب إحتمال الحادثة B : "سحب كرتين من نفس اللون " .
- (II) نقترح اللعبة التالية : للمشاركة يدفع اللاعب (DA) ، (حيث α عدد طبيعي معطى و DA تعني دينار جزائري).
إذا سحب كرتين بيضاوين يتحصل على $100DA$ ، وإذا سحب كرتين مختلفتين في اللون يتحصل على $50DA$ ،
و إذا سحب كرتين خضراوين يخسر ما دفعه . وليكن X المتغير العشوائي الذي يمثل ربح أو خسارة اللاعب بدلالة α .
- (1) بزر أن قيم المتغير العشوائي هي $\{-\alpha, 50 - \alpha, 100 - \alpha\}$ ثم عرف قانون إحتماله .
- (2) بين أن الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X بدلالة α هو: $E(X) = -\alpha + \frac{300}{7}$.
ثم جد أكبر قيمة ممكنة لـ α حتى تكون اللعبة في صالح اللاعب .

- كيس يحتوي 9 كريات لانفراق بينها باللمس موزعة كما يلي:
- خمس كريات حمراء مرقمة بـ: 1، 1، 2، 2 و ثلاث كريات خضراء مرقمة بـ: 3، 2، 3 و كرية بيضاء مرقمة بـ: 1- .
نسحب عشوائيا 4 كريات في آن واحد .
- (1) أحسب إحتمال الحوادث التالية :
- A : "الحصول على أربع كريات من نفس اللون " .
 B : "الحصول على كرية بيضاء على الأكثر " .
 C : "الحصول على أربع كريات مجموع أرقامها معدوم " .
- (2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل نتيجة سحب عدد الكريات الخضراء المتبقية في الكيس .
أـ عين قيم المتغير العشوائي X ثم عرف قانون إحتماله .
بـ أحسب الأمل الرياضي $E(X)$ للمتغير العشوائي X .
جـ أحسب إحتمال الحادثة: " $X^2 - X > 0$ " .

- يحتوي كيس على خمس كريات حمراء منها أربع كريات تحمل الرقم 1 و كرية واحدة تحمل الرقم 2 و سبع كريات خضراء منها أربع كريات تحمل الرقم 1 و ثلاث كريات تحمل الرقم 2 . (كل الكريات متماثلة لا نفرق بينها عند اللمس)
 نسحب عشوائيا كرتين من الكيس في آن واحد و نعتبر الحادثتين A و B حيث :
 A : " سحب كرتين من نفس اللون " ، B : " سحب كرتين تحملان نفس الرقم "
- (1) بين أن احتمال الحادثة A هو $P(A) = \frac{31}{66}$ و احسب احتمال الحادثة B .
- (2) علما أن الكرتين المسحوبتين من نفس اللون ، ما احتمال أن تحملان نفس الرقم ؟
- (3) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكريات الحمراء المتبقية في الكيس .
 عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي و احسب أمله الرياضيائي .

- يحتوي صندوق على 10 كريات لا نفرق بينها عند اللمس منها كرتان تحملان الرقم 0 و ثلاث تحمل الرقم 1 و الكريات الأخرى تحمل الرقم 2 . نسحب عشوائيا و في آن واحد ثلاث كريات من الصندوق .
 ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب جداء الأرقام المسجلة على الكريات المسحوبة .
- (1) عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X ، ثم احسب أمله الرياضيائي $E(X)$.
- (2) بين أن احتمال الحصول على ثلاث كريات كل منها تحمل رقما زوجيا هو $\frac{7}{24}$.
- (3) نسحب الآن من الصندوق كرتين على التوالي دون إرجاع .
 ما احتمال الحصول على كرتين تحملان رقمين مجموعهما فردي علما أن جداؤهما زوجي ؟

- توجد إجابة صحيحة واحدة من بين الأجوبة المقترحة في كل حالة من الحالات التالية . اختر الإجابة الصحيحة مبررا اختيارك .
 يحتوي كيس على ثلاث كريات بيضاء تحمل الأرقام 1 ، 2 ، 3 و كرتين سوداوين تحملان الرقمين 1 ، 2 .
 (الكريات لا نفرق بينها عند اللمس)
 نسحب من الكيس 3 كريات عشوائيا و في آن واحد .
 X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الكريات السوداء المسحوبة .
- (1) قيم المتغير العشوائي X هي : أ) $\{1; 2; 3\}$ ب) $\{0; 2; 3\}$ ج) $\{0; 1; 2\}$.
- (2) الأمل الرياضيائي $E(X)$ لـ X هو : أ) $E(X) = \frac{4}{5}$ ب) $E(X) = \frac{6}{5}$ ج) $E(X) = \frac{11}{10}$.
- (3) احتمال " الحصول على كرية واحدة سوداء تحمل الرقم 1 من الكريات المسحوبة " يساوي : أ) $\frac{7}{10}$ ب) $\frac{9}{10}$ ج) $\frac{3}{5}$.
- (4) احتمال " باقي قسمة مجموع مربعات الأرقام التي تحملها الكريات المسحوبة على 13 هو 1 " يساوي : أ) $\frac{2}{5}$ ب) $\frac{3}{10}$ ج) $\frac{1}{5}$.

يحتوي كيس على أربع كريات بيضاء تحمل الأرقام 1، 2، 3، 4 وثلاث كريات حمراء تحمل الأرقام 1، 2، 3 وكريتين سوداوين تحملان الرقمين 1، 2 (كل الكريات متشابهة لا نفرق عند اللمس)
نسحب عشوائيا وفي آن واحد 3 كريات من هذا الكيس .

(1) أحسب احتمال الأحداث التالية :

A : "الحصول على كرية بيضاء واحدة" .

B : "الحصول على كريتين بيضاوين على الأكثر" .

C : "الحصول على ثلاث كريات تحمل أرقاما غير أولية" .

(2) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكريات التي تحمل أرقاما أولية .

أ- عين قيم المتغير العشوائي X ، ثم عرّف قانون احتماله .

ب- أحسب $P(X^2 - X \leq 0)$.

صندوقان غير شفافين U_1 و U_2 ، يحتوي الصندوق U_1 على 4 كريات حمراء وثلاث كريات سوداء و يحتوي الصندوق U_2 على 3

كريات حمراء وكريتين سوداوين . (كل الكريات متشابهة لا نفرق عند اللمس)

نرمي نردا غير مزيف ذا ستة أوجه مرقمة من 1 إلى 6 .

إذا ظهر الرقمان 2 أو 4 نسحب عشوائيا كريتين في آن واحد من الصندوق U_1 .

وفي باقي الحالات نسحب عشوائيا كريتين في آن واحد من الصندوق U_2 .

نعتبر الأحداث A، B و C المعرفة بـ :

A : "سحب كريتين حمراوين" .

B : "سحب كريتين سوداوين" .

C : "سحب كريتين من لونين مختلفين" .

(1) أنقل وأكمل شجرة الاحتمالات .

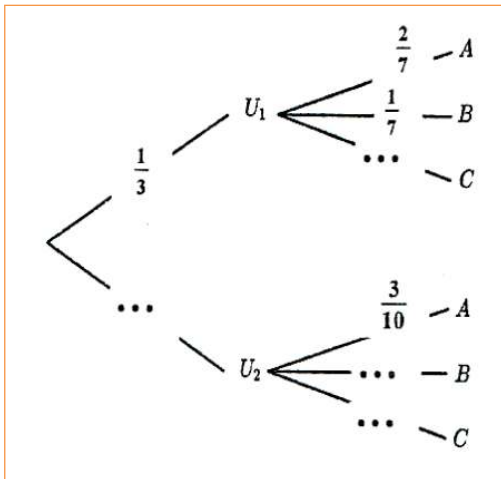
(2) أحسب احتمالات الأحداث A، B و C .

نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكريات الحمراء المسحوبة .

(3) أ- عين قيم المتغير العشوائي X .

ب- عرّف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X .

(4) أحسب الأمل الرياضي $E(X)$.



عدد السحبات الممكنة هو: $C_{10}^3 = \frac{10!}{3! \times 7!} = 120$

(1) أ- حساب الاحتمالات :

A : الكريات الثلاث المسحوبة تحمل ألوان العلم الوطني . أي الحصول على ثلاثة ألوان الأبيض والأحمر والأخضر .

$$P(A) = \frac{C_4^1 \times C_3^1 \times C_3^1}{120} = \frac{36}{120} = \frac{3}{10}$$

B : الكريات الثلاث المسحوبة لها نفس الرقم .

$$P(B) = \frac{C_5^3 + C_4^3}{120} = \frac{14}{120} = \frac{7}{60}$$

$$P(A \cap B) = \frac{1}{20} \quad \text{ب- تبيان أن :}$$

$P(A \cap B)$ هو احتمال سحب ثلاث كريات تحمل نفس الرقم ومن ألوان مختلفة .

$$P(A \cap B) = \frac{C_2^1 \times C_2^1 \times C_1^1 + C_1^1 \times C_1^1 \times C_2^1}{120} = \frac{6}{120} = \frac{1}{20}$$

$$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{20}}{\frac{3}{10}} = \frac{1}{6} \quad \text{حساب الاحتمال الشرطي } P_A(B) :$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{36}{120} + \frac{14}{120} - \frac{6}{120} = \frac{44}{120} = \frac{11}{30}$$

(2) X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل نتيجة عملية سحب عدد الكريات التي تحمل رقما فرديا .

لدينا : $X \in \{0; 1; 2; 3\}$.

$$P(X = 1) = \frac{C_5^1 \times C_5^2}{120} = \frac{50}{120} \quad , \quad P(X = 0) = \frac{C_5^3}{120} = \frac{10}{120}$$

$$P(X = 3) = \frac{C_5^3}{120} = \frac{10}{120} \quad , \quad P(X = 2) = \frac{C_5^2 \times C_5^1}{120} = \frac{50}{120}$$

قانون الاحتمال:

X_i	0	1	2	3
$P(X = X_i)$	$\frac{1}{12}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{1}{12}$

ب- حساب الأمل الرياضي $E(X)$:

$$E(X) = 0 \times \frac{1}{12} + 1 \times \frac{5}{12} + 2 \times \frac{5}{12} + 3 \times \frac{1}{12} = \frac{18}{12} = \frac{3}{2}$$

كيس به 7 كريات متماثلة ، لانفرق بينها باللمس ، منها 3 بيضاء و4 خضراء .
نسحب عشوائيا وفي آن واحد كيريتين من الكيس .

عدد السحبات الممكنة هو: $C_7^2 = \frac{7!}{2! \times 5!} = 21$

(I) حساب الاحتمالات :

(1) الحادثة A : "سحب كرتين مختلفتين في اللون " .

$$P(A) = \frac{C_3^1 \times C_4^1}{C_7^2} = \frac{3 \times 4}{21} = \frac{12}{21} = \frac{4}{7}$$

(2) الحادثة B : "سحب كرتين من نفس اللون " .

$$P(B) = 1 - P(A) = \frac{3}{7}$$

(II) المتغير العشوائي الذي يمثل ربح أو خسارة اللاعب بدلالة α :

(1) تبرير أن قيم المتغير العشوائي X هي : $\{100 - \alpha, 50 - \alpha, -\alpha\}$

اللاعب يدفع αDA ويسحب كرتين في آن واحد .

الحصول على كرتين خضراوين ، الحصول على كرتين بيضاوين ، الحصول على كرة بيضاء وكرة خضراء .

الحصول على كرتين بيضاوين يربح $100DA$ ومنه $X = 100 - \alpha$.

الحصول على كرتين مختلفتين يربح $50DA$ ومنه $X = 50 - \alpha$.

الحصول على كرتين خضراوين يخسر مادفعه ومنه $X = -\alpha$.

$$\text{لدينا : } P(X = -\alpha) = \frac{C_4^2}{C_7^2} = \frac{6}{21} , \quad P(X = 50 - \alpha) = P(A) = \frac{12}{21} , \quad P(X = 100 - \alpha) = \frac{C_3^2}{C_7^2} = \frac{3}{21}$$

قانون الاحتمال :

X	$100 - \alpha$	$50 - \alpha$	$-\alpha$
$P(X = x_i)$	$\frac{3}{21}$	$\frac{12}{21}$	$\frac{6}{21}$

(2) إثبات أن الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X هو : $E(X) = -\alpha + \frac{300}{7}$.

$$\text{لدينا : } E(X) = (100 - \alpha) \left(\frac{3}{21} \right) + (50 - \alpha) \left(\frac{12}{21} \right) + (-\alpha) \left(\frac{6}{21} \right)$$

$$\text{ومنّه : } E(X) = -\alpha + \frac{300}{7} \quad \text{أي : } E(X) = \frac{300 - 3\alpha + 600 - 12\alpha - 6\alpha}{21} = \frac{-21\alpha + 900}{21}$$

• إيجاد أكبر قيمة للعدد α حتى تكون اللعبة في صالح اللاعب :

حتى تكون اللعبة في صالح اللاعب يجب أن يكون $E(X) > 0$

$$\text{أي : } -\alpha + \frac{300}{7} > 0 \quad \text{ومنّه } \alpha < \frac{300}{7} \quad \text{ومنّه } \alpha < 42,85 , \quad \text{إذن أكبر قيمة لـ } \alpha \text{ هي } 42DA .$$

حل مقترح للتمرين الثالث

$$\text{عدد السحبات الممكنة هو : } C_9^4 = \frac{9!}{4! \times 5!} = 126$$

(1) حساب الاحتمالات :

A : "الحصول على أربع كريات من نفس اللون " .

$$P(A) = \frac{C_5^4}{C_{126}^4} = \frac{5}{126}$$

B : "الحصول على كرية بيضاء على الأكثر " .

معناه إما واحدة بيضاء وثلاث من اللونين الآخرين أو الأربع كريات كلها مختلطة بين الأحمر والأخضر .

$$P(B) = \frac{C_1^1 \times C_8^3 + C_8^4}{C_{126}^4} = \frac{126}{126} = 1$$

C : "الحصول على أربع كريات مجموع أرقامها معدوم " .

معناه : $\{-3; -1; 1; 3\}$ أو $\{-3; -1; 2; 2\}$.

ولدينا 4 كريات مرقمة بـ 2 وكرية مرقمة بـ 1 وكرية مرقمة بـ 3 وكرية مرقمة بـ 3 وكريتان مرقمتان بـ 1 .

$$\text{ومنّه : } P(C) = \frac{C_1^1 \times C_1^1 \times C_4^2 + C_1^1 \times C_1^1 \times C_1^1 \times C_1^1}{C_{126}^4} = \frac{6 + 2}{126} = \frac{8}{126}$$

(2) أ. X هو عدد الكريات الخضراء المتبقية في الكيس .
في الكيس 9 كريات من بينها 3 كريات خضراء ومنه عندما نسحب 4 كريات فإما يتبقى 3 كريات خضراء
أو كريتين خضراوين أو كرية واحدة خضراء أو لا تتبقى أية كرية خضراء . ومنه $X \in \{0;1;2;3\}$.

$$P(X=1) = \frac{C_3^2 \times C_6^2}{126} = \frac{45}{126} \quad , \quad P(X=0) = \frac{C_3^3 \times C_6^1}{126} = \frac{6}{126}$$

$$P(X=3) = \frac{C_6^4}{126} = \frac{15}{126} \quad , \quad P(X=2) = \frac{C_3^1 \times C_6^3}{126} = \frac{60}{126}$$

قانون الاحتمال:

X_i	0	1	2	3
$P(X = X_i)$	$\frac{6}{126}$	$\frac{45}{126}$	$\frac{60}{126}$	$\frac{15}{126}$

ب. حساب الأمل الرياضي $E(X)$:

$$E(X) = 0 \times \frac{6}{126} + 1 \times \frac{60}{126} + 2 \times \frac{45}{126} + 3 \times \frac{15}{126} = \frac{210}{126} = \frac{5}{3}$$

ج. أحسب احتمال الحادثة : " $X^2 - X > 0$ " :

$X^2 - X > 0$ معناه $X(X-1) > 0$ أي $X \in \{2;3\}$ ومنه :

$$P(X^2 - X > 0) = P(X=2) + P(X=3) = \frac{60}{126} + \frac{15}{126} = \frac{75}{126} = \frac{25}{42}$$

$$C_{12}^2 = \frac{12!}{2!(12-2)!} = 66$$

$$(1) \text{ تبيان أن احتمال الحادثة } A \text{ هو } P(A) = \frac{31}{66}$$

A : "سحب كريتين من نفس اللون"

$$P(A) = \frac{C_5^2 + C_7^2}{66} = \frac{10 + 21}{66} = \frac{31}{66}$$

• حساب احتمال الحادثة B :

B : "سحب كريتين تحملان نفس الرقم"

$$P(B) = \frac{C_8^2 + C_4^2}{66} = \frac{28 + 6}{66} = \frac{34}{66} = \frac{17}{33}$$

(2) علما أن الكريتين المسحوبتين من نفس اللون ، ما احتمال أن تحملان نفس الرقم ؟

$$P_A(B) = \frac{\frac{15}{66}}{\frac{31}{66}} = \frac{15}{31} \text{ ومنه } P(A \cap B) = \frac{C_4^2 + C_3^2 + C_4^2}{66} = \frac{15}{66} \text{ و } P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

(3) المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكريات الحمراء المتبقية في الكيس .

لدينا : $X \in \{3;4;5\}$.

$$P(X=5) = \frac{C_7^2}{66} = \frac{21}{66} \quad , \quad P(X=4) = \frac{C_5^1 \times C_7^1}{66} = \frac{35}{66} \quad , \quad P(X=3) = \frac{C_5^2}{66} = \frac{10}{66}$$

قانون الاحتمال:

x_i	3	4	5
$P(X = x_i)$	$\frac{10}{66}$	$\frac{35}{66}$	$\frac{21}{66}$

بـ حساب الأمل الرياضياتي $E(X)$:

$$E(X) = 3 \times \frac{10}{66} + 4 \times \frac{35}{66} + 5 \times \frac{21}{66} = \frac{275}{66}$$

حل مقترح للتمرين الخامس

$$C_{10}^3 = \frac{10!}{3!(10-3)!} = 120$$

عدد السحبات الممكنة :

(1) المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب جداء الأرقام المسجلة على الكريات المسحوبة .
لدينا : $X \in \{0; 1; 2; 4; 8\}$.

$$P(X=1) = \frac{C_3^3}{120} = \frac{1}{120} , \quad P(X=0) = \frac{C_2^1 \times C_8^2 + C_2^2 \times C_8^1}{120} = \frac{64}{120}$$

$$P(X=8) = \frac{C_5^3}{120} = \frac{10}{120} , \quad P(X=4) = \frac{C_5^2 \times C_3^1}{120} = \frac{30}{120} , \quad P(X=2) = \frac{C_3^2 \times C_5^1}{120} = \frac{15}{120}$$

قانون الإحتمال:

X_i	0	1	2	4	8
$P(X = X_i)$	$\frac{64}{120}$	$\frac{1}{120}$	$\frac{15}{120}$	$\frac{30}{120}$	$\frac{10}{120}$

ـ حساب الأمل الرياضياتي $E(X)$:

$$E(X) = 0 \times \frac{64}{120} + 1 \times \frac{1}{120} + 2 \times \frac{15}{120} + 4 \times \frac{30}{120} + 8 \times \frac{10}{120} = \frac{231}{120}$$

(2) تبين أن إحتمال الحصول على ثلاث كريات كل منها تحمل رقما زوجيا هو $\frac{7}{24}$.

A : " سحب ثلاث كريات كل منها تحمل رقما زوجيا "

$$P(A) = \frac{C_7^3}{120} = \frac{35}{120} = \frac{7}{24}$$

(3) عدد السحبات الممكنة $A_{10}^2 = 90$.

B : " سحب كرتين تحملا رقمين مجموعهما فردي "

C : " سحب كرتين تحملا رقمين جداولهما زوجي "

$$P(B \cap C) = \frac{A_7^2}{90} = \frac{42}{90} , \quad P(C) = \frac{2A_3^1 \times A_7^1 + A_7^2}{90} = \frac{84}{90} , \quad P(B) = \frac{2A_2^1 \times A_3^1 + 2A_3^1 \times A_5^1}{90} = \frac{42}{90}$$

إحتمال الحصول على كرتين تحملا رقمين مجموعهما فردي علما أن جداولهما زوجي :

$$P_C(B) = \frac{P(B \cap C)}{P(C)} = \frac{\frac{42}{90}}{\frac{84}{90}} = \frac{42}{84} = \frac{1}{2}$$

حل مقترح للتمرين السادس

إختيار الإجابة الصحيحة مع التبرير .

$$C_5^3 = \frac{5!}{3!(5-3)!} = 10$$

عدد السحبات الممكنة :

X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الكريات السوداء المسحوبة .

(1) قيم المتغير العشوائي X هي : جـ $\{0; 1; 2\}$.

التبرير : الكيس به كرتين سوداوين وبالتالي إما نسحب كرتين سوداوين أو كرية سوداء واحدة أو لا نسحب أية كرية سوداء .

$$(2) \text{ الأمل الرياضي لـ } E(X) \text{ هو: } E(X) = \frac{6}{5} .$$

التبرير:

$$X \in \{0; 1; 2\} \text{ لدينا:}$$

$$P(X=2) = \frac{C_3^1 \times C_2^2}{10} = \frac{3}{10}, \quad P(X=1) = \frac{C_3^2 \times C_2^1}{10} = \frac{6}{10}, \quad P(X=0) = \frac{C_3^3}{10} = \frac{1}{10}$$

قانون الإحتمال:

X_i	0	1	2
$P(X = X_i)$	$\frac{1}{10}$	$\frac{6}{10}$	$\frac{3}{10}$

$$E(X) = 0 \times \frac{1}{10} + 1 \times \frac{6}{10} + 2 \times \frac{3}{10} = \frac{12}{10} = \frac{6}{5}$$

$$(3) \text{ إحتمال "الحصول على كرتية واحدة سوداء تحمل الرقم 1 من الكريات المسحوبة" يساوي: } \frac{3}{5}$$

التبرير:

نسمي B : "الحصول على كرتية واحدة سوداء تحمل الرقم 1 من الكريات المسحوبة"

$$P(B) = \frac{C_1^1 \times C_4^2}{10} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

$$(4) \text{ إحتمال "باقي قسمة مجموع مربعات الأرقام التي تحملها الكريات المسحوبة على 13 هو 1" يساوي: } \frac{2}{5}$$

التبرير:

يكون باقي قسمة مجموع مربعات الأرقام التي تحملها الكريات المسحوبة على 13 هو 1 ، إذا سحبنا ثلاث كريات تحمل الأرقام 1 ، 2 ، 3 .

$$\frac{C_1^1 \times C_2^1 \times C_2^1}{10} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

حل مقترح للتمرين السابع

$$C_9^3 = \frac{9!}{3!(9-3)!} = 84$$

(1) حساب إحتمالات الأحداث التالية :

A : "الحصول على كرتية بيضاء واحدة"

$$P(A) = \frac{C_4^1 \times C_5^2}{84} = \frac{40}{84} = \frac{10}{21}$$

B : "الحصول على كرتيتين بيضاوين على الأكثر"

$$P(B) = \frac{C_5^3 + C_4^1 \times C_5^2 + C_4^2 \times C_5^1}{84} = \frac{80}{84} = \frac{20}{21}$$

$$P(B) = 1 - P(\overline{B}) = 1 - \frac{C_4^3}{84} = \frac{20}{21} \text{ ط 2}$$

C : "الحصول على ثلاث كريات تحمل أرقاما غير أولية"

$$P(C) = \frac{C_4^3}{84} = \frac{1}{21}$$

(2) المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكريات التي تحمل أرقاما أولية .

$$X \in \{0; 1; 2; 3\} \text{ لدينا:}$$

$$P(X=3) = \frac{C_5^3}{84} = \frac{10}{84}, \quad P(X=2) = \frac{C_5^2 \times C_4^1}{66} = \frac{40}{84}, \quad P(X=1) = \frac{C_5^1 \times C_4^2}{84} = \frac{30}{84}, \quad P(X=0) = \frac{C_4^3}{66} = \frac{4}{84}$$

قانون الإحتمال:

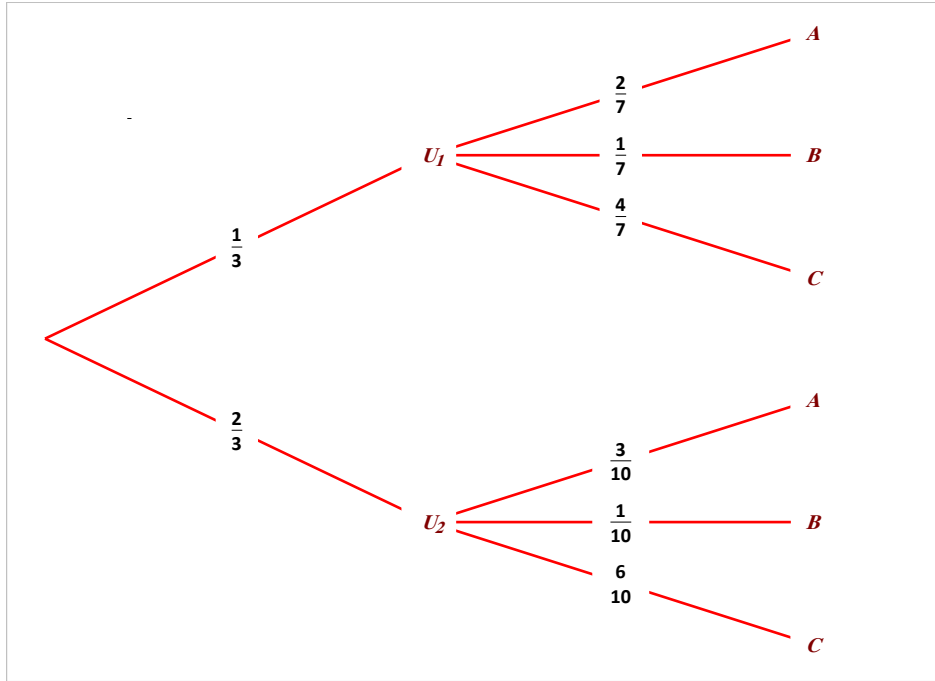
x_i	0	1	2	3
$P(X = x_i)$	$\frac{4}{84}$	$\frac{30}{84}$	$\frac{40}{84}$	$\frac{10}{84}$

بـ حساب $P(X^2 - X \leq 0)$.

$$P(X^2 - X \leq 0) = P(X = 0) + P(X = 1) = \frac{4}{84} + \frac{30}{84} = \frac{34}{84}$$

حل مقترح للتمرين الثامن

(1) شجرة الإحتمالات.



(2) حساب إحتمالات الأحداث A ، B و C .

لدينا: $p(A) = p(A \cap U_1) + p(A \cap U_2)$ ومنه: $p(A) = \frac{1}{3} \times \frac{2}{7} + \frac{2}{3} \times \frac{3}{10}$ أي: $p(A) = \frac{31}{105}$.

و $p(B) = p(B \cap U_1) + p(B \cap U_2)$ ومنه: $p(B) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{7} + \frac{2}{3} \times \frac{1}{10}$ أي: $p(B) = \frac{4}{35}$.

و $p(C) = p(C \cap U_1) + p(C \cap U_2)$ ومنه: $p(C) = \frac{1}{3} \times \frac{4}{7} + \frac{2}{3} \times \frac{6}{10}$ أي: $p(C) = \frac{62}{105}$.

المتغير العشوائي X يرفق بكل عملية سحب عدد الكريات الحمراء المسحوبة.

(3) أ- قيم المتغير العشوائي X هي: $\{0; 1; 2\}$.

بـ قانون الإحتمال للمتغير X :

لدينا: $p(X = 0) = p(B) = \frac{4}{35}$ ، $p(X = 1) = p(C) = \frac{62}{105}$ و $p(X = 2) = p(A) = \frac{31}{105}$.

X_i	0	1	2
$P(X = x_i)$	$\frac{12}{105}$	$\frac{62}{105}$	$\frac{31}{105}$

(4) حساب الأمل الرياضي: $E(X) = 0 \times \frac{12}{105} + 1 \times \frac{62}{105} + 2 \times \frac{31}{105} = \frac{124}{105}$.