

المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ ، تؤخذ وحدة الطول $2cm$.

(C_f) و (C_g) التمثيلان البيانيان للدالتين f و g المعرفتين على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x) = e^x - ex$ و $f(x) = e^x - \frac{1}{2}ex^2$

1. أ. ادرس اتجاه تغير الدالة g .

ب. استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x الحقيقية.

2. أدرس اتجاه تغير الدالة f .

3. أحسب كل من $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

4. ادرس الوضع النسبي للمنحنيين (C_f) و (C_g) على $\mathbb{R}$.

5. ارسم على المجال $[0; 2]$ للمنحنيين (C_f) و (C_g) في نفس المعلم $(O; \vec{i}, \vec{j})$. (يعطى $e^2 - 2e \approx 2$)

6. الدالة المعرفة على المجال $[-2, 2]$ كما يلي: $h(x) = \frac{1}{2}ex^2 - e^{|x|}$ وليكن (Γ) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

أ. بين أن h دالة زوجية.

ب. من أجل $x \in [0, 2]$ أحسب $h(x) + f(x)$ ثم استنتج كيفية رسم (Γ) انطلاقا من (C_f) ثم أرسمه.

(I) الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x) = (x+3)e^x - 1$ و (C_g) تمثيلها البياني كما هو مبين في الشكل.

بقراءة بيانية:

أ. حدّد إشارة $g(-1)$ و $g\left(\frac{-1}{2}\right)$

ب. استنتج وجود عدد حقيقي α وحيد من المجال $\left]-1, \frac{-1}{2}\right[$

بحيث $g(\alpha) = 0$ ثم تحقق أن: $-0,8 < \alpha < -0,7$.

ج. استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

(II) الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = (x+2)(e^x - 1)$

و (C_f) تمثيلها البياني المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1. أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

2. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x) = g(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

3. أ. أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) + x)$ ثم استنتج أن (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) يطلب تعيين معادلته.

ب. أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) .

ج. اكتب معادلة (T) مماس (C_f) الموازي للمستقيم (Δ) .

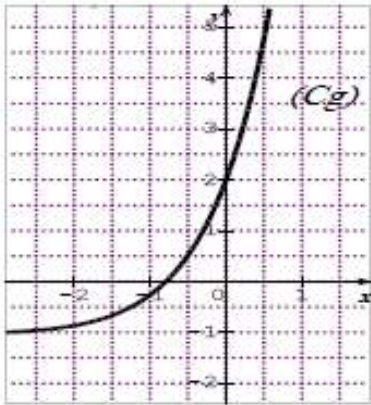
4. أرسم المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f) على المجال $]-\infty, -1]$ (يعطى $f(\alpha) \approx -0,7$)

5. h دالة معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $h(x) = |x|(e^{|x|-2} - 1) + 1$ و (C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

أ. بين أن الدالة h زوجية.

ب. تأكد أنه من أجل كل x من المجال $[0, +\infty[$ فإن: $h(x) = f(x-2) + 1$.

ج. اشرح كيف يمكن رسم (C_h) انطلاقا من (C_f) ثم أرسم (C_h) على المجال $[-3, 3]$.



(I) f_k الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f_k(x) = (x+1)^2 e^{-kx}$ حيث k وسيط حقيقي. ليكن (C_k) التمثيل البياني للدالة f_k في المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$. 1. بين أن كل المنحنيات (C_k) تمر من نقطتين ثابتتين يطلب تعيينهما.

2. أحسب نهايتي الدالة f_k عند $-\infty$ وعند $+\infty$ (ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي k)

3. أ. أحسب $f'_k(x)$ ، ثم حدد حسب قيم الوسيط الحقيقي k اتجاه تغير الدالة f_k .

ب. شكل جدول تغيرات الدالة f_k من أجل k عدد حقيقي موجب تماما.

4. ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي k الأوضاع النسبية للمنحنيين (C_k) و (C_{k+1}) .

(II) f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = (x+1)^2 e^{-2x}$

ونسمي (C_f) تمثيلها البياني المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1. شكل جدول تغيرات الدالة f ، ثم أرسم المنحنى (C_f) على المجال $\left[-\frac{3}{2}, +\infty\right]$

2. أ. بين أن المعادلة $f(x) = 1$ تقبل حلين في $\mathbb{R}$ أحدهما α حيث: $-1,27 < \alpha < -1,28$.

ب. عين قيم العدد الحقيقي m التي من أجلها تقبل المعادلة $\left|\frac{x+1}{e^x}\right| = \left|\frac{m+1}{e^m}\right|$ حلا وحيدا.

(I) g الدالة العددية المعرفة على المجال $]0, +\infty[$ بـ: $g(x) = (1+x+x^2)e^{\frac{-1}{x}} - 1$

1. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0, +\infty[$: $g'(x) = \frac{(1+x)(2x^2+1)}{x^2} e^{\frac{-1}{x}}$

واستنتج اتجاه تغير الدالة g على المجال $]0, +\infty[$.

2. بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $0,9 < \alpha < 1$ واستنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0, +\infty[$.

(II) f الدالة العددية المعرفة على المجال $]0, +\infty[$ بـ: $f(x) = \frac{1}{x} + (1+x)e^{\frac{-1}{x}}$

و (C_f) تمثيلها البياني المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1. أ. أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$.

ب. بين أنه من أجل من أجل x من المجال $]0, +\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$ واستنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

2. بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(xe^{\frac{-1}{x}} - x\right) = -1$ (يمكن وضع $t = \frac{-1}{x}$) ثم استنتج أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x$ مقارب للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$.

3. h الدالة العددية المعرفة على المجال $]0, +\infty[$ بـ: $h(x) = \frac{1}{x} - 1 + e^{\frac{-1}{x}}$

أ. أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x)$ وادرس اتجاه تغير الدالة h واستنتج إشارة $h(x)$ على $]0, +\infty[$.

ب. تحقق أن $f(x) - x = (x+1)h(x)$ ثم استنتج الوضعية النسبية لـ (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .

4. أرسم المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f) . (نأخذ $f(\alpha) \approx 1.73$)

(I) الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x) = 2 + (x-1)e^{-x}$

(أ) أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$.

(ب) أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

(ج) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $-0,38 < \alpha < -0,37$ واستنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

(II) لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = 2x + 1 - xe^{-x}$

ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1. (أ) أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

(ب) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - (2x + 1))$ ثم فسر النتيجة بيانيا.

(ج) أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) حيث: $y = 2x + 1$.

2. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x يكون $f'(x) = g(x)$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

3. أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1.

4. أرسم (Δ) ، (T) والمنحنى (C_f) (نأخذ $f(\alpha) = 0.8$)

5. ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط m عدد وإشارة حلول المعادلة ذات المجهول x : $x = (1-m)e^x$

f الدالة العددية المعرفة على المجال $]-\infty, 1[$ بـ: $f(x) = \frac{x}{x-1}e^{-x}$

و (C_f) تمثيلها البياني المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1. أحسب $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ وفسر النتيجة بيانيا واحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

2. بين أنه من أجل كل x من $]-\infty, 1[$: $f'(x) = \frac{(-x^2 + x - 1)e^{-x}}{(x-1)^2}$ وادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

3. (أ) أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة صفر.

(ب) دالة عددية معرفة على المجال $]-\infty, 1[$ بـ: $h(x) = e^{-x} + x - 1$.

أدرس تغيرات الدالة h ثم استنتج أنه من أجل كل x من $]-\infty, 1[$: $h(x) \geq 0$.

4. بين أنه من أجل كل x من $]-\infty, 1[$: $f(x) + x = \frac{xh(x)}{x-1}$ ثم استنتج الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمماس (T)

فسر النتيجة بيانيا.

5. أكتب معادلة المستقيم (Δ) الذي يشمل مبدأ المعلم O والنقطة $A(-2, \frac{2}{3}e^2)$

ثم أرسم المستقيمين (Δ) ، (T) والمنحنى (C_f) على المجال $]-2, 1[$.

6. m وسيط حقيقي، ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة $f(x) = mx$ حيث $x \in [-2, 1[$.

(I) لتكن g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x) = e^x - x^2 + 3x - 1$ والجدول الموالي يمثل جدول تغيراتها.

x	$-\infty$	$+\infty$
$g'(x)$		+
$g(x)$	$-\infty$	$+\infty$

1. تحقق من أن $g(0) = 0$.

2. حدد إشارة $g(x)$ على كل من المجالين $]-\infty, 0]$ و $[0, +\infty[$.

(II) لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = (x^2 - x)e^{-x} + x$ و (C_f) تمثيلها في معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1. (أ) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) = \frac{x^2}{e^x} - \frac{x}{e^x} + x$ ثم بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$.

(ب) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - x)$ ثم استنتج أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيما (D) معادلته $y = x$.

(ج) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) = \frac{x^2 - x + xe^x}{e^x}$ ثم أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

2. (أ) تحقق من أن $f(x) - x$ و $x^2 - x$ لهما نفس الإشارة على $\mathbb{R}$.

(ب) استنتج الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم (D) .

3. (أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا: $f'(x) = g(x)e^{-x}$.

(ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم عيّن جدول تغيراتها.

4. (أ) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f''(x) = (x^2 - 5x + 4)e^{-x}$.

(ب) استنتج أن المنحنى (C_f) يقبل نقطتي انعطاف فاصلتيهما 1 و 4.

5. أنشئ المستقيم (D) والمنحنى (C_f) .

التمرين 08: تونس، ر 2018

لتكن g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x) = \begin{cases} \frac{-1}{e^{2x^2}}; & x \neq 0 \\ 0; & x = 0 \end{cases}$

و (C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1. (أ) بين أن g مستمرة على $\mathbb{R}$.

(ب) أدرس شفعية الدالة g وفسر النتيجة بيانيا.

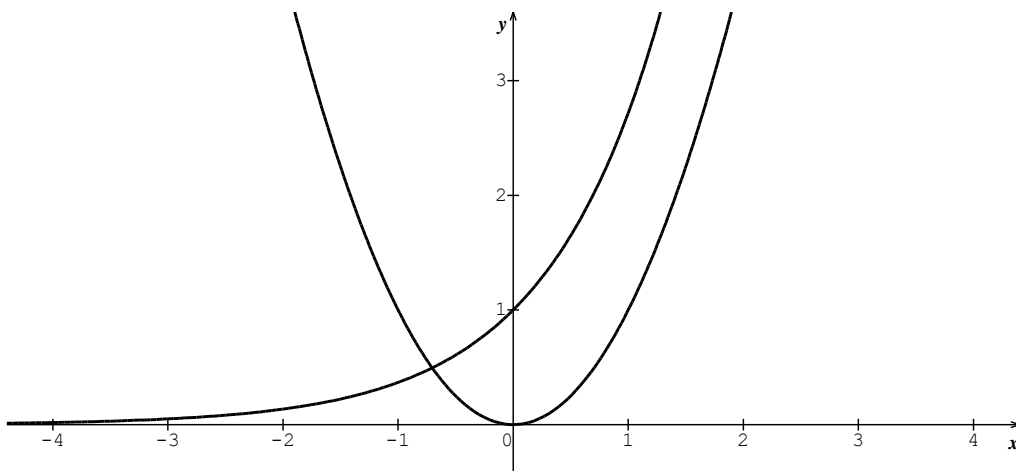
2. (أ) أحسب $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{g(x)}{x}$ ثم استنتج أن g تقبل الاشتقاق عند 0.

(ب) بين أن g تقبل الاشتقاق على $\mathbb{R}^*$ وأنه من أجل كل عدد حقيقي $x \neq 0$: $g'(x) = \frac{g(x)}{x^3}$.

(ج) أنشئ جدول تغيرات الدالة g .

3. (أ) بين أن المنحنى (C) يقبل نقطتي إنعطاف A و B يطلب تعيينهما حيث A هي نقطة الانعطاف ذات الفاصلة الموجبة.

(ب) في الوثيقة المرفقة



قمنا برسم المنحنيين (C_1) و (C_2) في المعلم $(O; \vec{i}, \vec{j})$ ذو المعادلتين $y = e^x$ و $y = x^2$ على الترتيب.

في نفس المعلم عين A و B ثم أرسم المنحنى (C) .

- (I) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = 2 - x^2 e^{1-x}$. وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
1. بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$ وأعط تفسيراً هندسياً لهذه النتيجة، ثم أحسب النهاية $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.
 2. أ) بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $f'(x) = x(x-2)e^{1-x}$.
ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.
 3. اكتب معادلة لـ (T) المماس للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1.
- (II) نعتبر الدالة العددية h المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $h(x) = 1 - x e^{1-x}$.
1. بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ فإن: $h(x) \geq 0$ ثم أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمماس (T) .
 2. بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α حيث $-0,7 < \alpha < -0,6$.
 3. أنشئ المماس (T) والمنحنى (C_f) على المجال $[-1, +\infty[$.

- نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = (-x^3 + 2x^2) e^{-x+1}$.
- (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
1. أ) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، تستنتج وجود مستقيم مقارب للمنحنى (C_f) يطلب تعيين معادله له.
ب) بين أن: من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x) = x(x^2 - 5x + 4)e^{-x+1}$.
ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.
 2. اكتب معادلة (T) المماس للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 2.
 3. الدالة المعرفة على $[0, +\infty[$ كما يلي: $h(x) = x^2 e^{-x+2} - 4$.
أدرس اتجاه تغير الدالة h ثم استنتج إشارة $h(x)$ حدّد عندئذٍ وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى (T) على المجال $[0, +\infty[$.
 4. أرسم المماس (T) والمنحنى (C_f) على المجال $[0, +\infty[$.
 5. نعتبر m وسيط حقيقي والمعادلة ذات المجهول الحقيقي x الموجب: $f(x) = m(x-2) \dots (E)$.
ناقش بياناً حسب قيم m عدد حلول المعادلة (E) .
 6. الدالة المعرفة على المجال $[0, +\infty[$ بـ: $g(x) = f\left(\frac{1}{x}\right)$. اعتمداً على السؤال (1)، شكل جدول تغيرات الدالة g .

التمرين 11: 11 مارس 2016 (الموضوع المسترجع)

- (I) الدالة العددية المعرفة على IR بـ: $g(x) = 1 + (x^2 + x - 1)e^{-x}$.
- أ. احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$.
 - ب. أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.
 - أ. بيّن أن للمعادلة $g(x) = 0$ حلّين في IR ، أحدهما معدوم والآخر α حيث: $-1,52 < \alpha < -1,51$.
 - ب. استنتج إشارة $g(x)$ على IR .
- (II) الدالة العددية المعرفة على IR بـ: $f(x) = -x + (x^2 + 3x + 2)e^{-x}$.
- أ. احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
 - ب. بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = -g(x)$.
 - ج. شكل جدول تغيرات الدالة f على IR ، (نأخذ $f(\alpha) \approx 0,38$).
 - د. عيّن دون حساب: $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(\alpha + h) - f(\alpha)}{h}$ ، ثم فسر النتيجة هندسياً.
 - أ. بيّن أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = -x$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$.
 - ب. أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .
 - ج. بيّن أن للمنحنى (C_f) نقطتي انعطاف يطلب تعيين إحداثيهما.
 - د. ارسم (Δ) و (C_f) على المجال $[-2, +\infty[$.
 - هـ. ناقش بياناً وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة: $(m - x)e^x + (x^2 + 3x + 2) = 0$ على المجال $[-2, +\infty[$.

التمرين 12: 12 مارس 2016

- (I) لتكن g الدالة العددية المعرفة على IR بـ: $g(x) = 2e^x - x^2 - x$.
- أ. احسب $g'(x)$ من أجل كل x من IR ، ثم أدرس اتجاه تغير الدالة g' .
 - ب. بيّن أنه من أجل كل x من IR ، $g'(x) > 0$.
 - ج. أحسب نهايتي الدالة g عند كل من $+\infty$ و $-\infty$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.
 - أ. بيّن أن المعادلة $g(x) = 0$ حلاً وحيداً α حيث: $-1,38 < \alpha < -1,37$.
 3. استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم العدد الحقيقي x .
- (II) لتكن الدالة f المعرفة على IR بـ: $f(x) = \frac{x^2 e^x}{e^x - x}$.
- أ. احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
 - ب. بيّن أنه من أجل كل x من IR ، $f'(x) = \frac{x e^x g(x)}{(e^x - x)^2}$.
 - أ. بيّن أن $f(\alpha) = \alpha^2 + 2\alpha + 2 + \frac{2}{\alpha - 1}$ ، ثم استنتج حصراً للعدد $f(\alpha)$.
 - ب. احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - x^2]$ ، ثم فسر النتيجة بيانياً.
 - ج. أنشئ المنحنى (C_f) ، (نأخذ $f(\alpha) \approx 0,29$).

التمرين 13: ر 2016

I الدالة العددية المعرفة على IR كما يلي : $\varphi(x) = (x^2 - x + 1)e^{-x+1} - 1$.

1. أ. احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} \varphi(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} \varphi(x)$.

ب. أدرس اتجاه تغير الدالة φ ثم شكل جدول تغيراتها.

2. بين أن المعادلة $\varphi(x) = 0$ تقبل في IR ، حلا α يختلف عن 1 ثم تحقق أن: $2,79 < \alpha < 2,80$.

3. استنتج إشارة $\varphi(x)$ على IR .

II f و g الدالتان العدديتان معرفتان على IR كما يلي : $f(x) = (2x-1)e^{-x+1}$ و $g(x) = \frac{2x-1}{x^2-x+1}$.

(C_f) و (C_g) تمثيلاهما البيانيان في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1. أ. احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

ب. ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

2. بين أن للمنحنيين (C_f) و (C_g) مماسا مشتركا (T) في النقطة ذات الفاصلة 1 ثم جد معادلة له.

3. ارسم المماس (T) والمنحنى (C_f) .

4. أ. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f(x) - g(x) = \frac{(2x-1)\varphi(x)}{x^2-x+1}$.

ب. ادرس إشارة الفرق $f(x) - g(x)$ على IR ثم استنتج الوضع النسبي للمنحنيين (C_f) و (C_g) .

5. احسب $f''(x)$ ، $f^{(3)}(x)$ و $f^{(4)}(x)$. أعط تخميناً لعبارة $f^{(n)}(x)$ حيث $n \in \mathbb{N}^*$ و $f^{(n)}$ الدالة المشتقة من الرتبة n للدالة f .

التمرين 14: ر 2015

I g الدالة العددية المعرفة على IR بـ : $g(x) = 1 - 2x - e^{2x-2}$.

1. أدرس اتجاه تغير الدالة g على IR .

2. بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في IR ، ثم تحقق أن $0,36 < \alpha < 0,37$.

3. استنتج إشارة $g(x)$ على IR .

II f الدالة العددية المعرفة على IR بـ : $f(x) = xe^{2x+2} - x + 1$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1. أ. بين أنه من أجل كل x من IR : $f'(x) = e^{2x+2}g(-x)$.

ب. استنتج أن الدالة f متناقصة تماما على $]-\infty; -\alpha]$ و متزايدة تماما على $[-\alpha; +\infty[$.

2. أحسب نهاية f عند $+\infty$ وعند $-\infty$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

3. أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) + x - 1]$ ثم فسّر النتيجة هندسيا.

4. أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) الذي معادلته $y = -x + 1$.

5. أنشئ (Δ) و (C_f) على المجال $]-\infty; \frac{1}{2}]$ ، نأخذ $f(\alpha) \approx 0,1$.

التمرين 15: ر 2015

I g الدالة المعرفة على IR بما يلي : $g(x) = (x+2)e^x - 2$.

1. أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$.

2. أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

3. أحسب $g(0)$ ، ثم استنتج إشارة $g(x)$.

(II) الدالة المعرفة على IR بما يلي : $f(x) = 2x + 3 - (x+1)e^x$.

(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1. بَيِّنْ أَنْ : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ ، ثمَّ أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

2. أ. بَيِّنْ أَنَّهُ مِنْ أَجْلِ كُلِّ عِدَدٍ حَقِيقِي x ، $f'(x) = -g(x)$ ،

ب. اسْتَنْتِجْ إِشَارَةَ $f'(x)$ ، ثمَّ شَكِّلْ جَدُولَ تَغْيِيرَاتِ الدَّالَّةِ f .

ج. بَيِّنْ أَنْ الْمُسْتَقِيمَ (Δ) ذَا الْمَعَادِلَةِ $y = 2x + 3$ مُسْتَقِيمٌ مُقَارِبٌ مَائِلٌ لِلْمَنْحَنِ (C_f) عِنْدَ $-\infty$

ثمَّ أَدْرَسْ وَضْعِيَّةَ (C_f) بِالنِّسْبَةِ إِلَى الْمُسْتَقِيمِ (Δ)

3. أ. بَيِّنْ أَنْ الْمَعَادِلَةَ $f(x) = 0$ تَقْبَلُ حَلَيْنِ α وَ β حَيْثُ : $0.92 < \alpha < 0.93$ وَ $-1.56 < \beta < -1.55$.

ب. ارْسُمِ الْمُسْتَقِيمَ (Δ) وَالْمَنْحَنِ (C_f) عَلَى الْمَجَالِ $]-\infty; \frac{3}{2}]$.

التمرين 16: ر 2015 تونس

لتكن f الدالة المعرفة على $[0, \pi]$ بـ : $f(x) = e^{\sin x}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1. أ. عَيِّنْ f' المشتقة الدالة f ثمَّ أنشئْ جَدُولَ تَغْيِيرَاتِ الدَّالَّةِ f على $[0, \pi]$.

ب. بَيِّنْ أَنْ الْمُسْتَقِيمَ (Δ) ذُو الْمَعَادِلَةِ $x = \frac{\pi}{2}$ مَحْوَرُ تَنَازُلٍ لِلْمَنْحَنِ (C_f) .

ج. لِيَكُنْ (T) مَمَّاسَ الْمَنْحَنِ (C_f) فِي النِّقْطَةِ ذَاتِ الْفَاصِلَةِ 0.

بَرِّهْ أَنَّ مَعَادِلَةَ (T) تَعْطَى بِالْعَبْرَةِ : $y = x + 1$.

2. g الدالة المعرفة على $[0, 1]$ كَمَا يَلِي : $g(x) = e^x \sqrt{1-x^2} - 1$

الجدول المقابل يمثل جدول تغيرات الدالة g .

أ. بَرِّرْ أَنَّ الْمَعَادِلَةَ $g(x) = 0$ تَقْبَلُ فِي الْمَجَالِ $]0, 1[$ حَلًا وَحِيدًا α .

ب. اسْتَنْتِجْ إِشَارَةَ $g(x)$ عَلَى $[0, 1]$.

3. نَرِيدُ تَعْيِينَ الْوَضْعِ النَّسْبِيِّ لِلْمَنْحَنِ (C_f) وَالْمَمَّاسِ (T) فِي النِّقْطَةِ 0 عَلَى الْمَجَالِ $[0, \frac{\pi}{2}]$.

لتكن الدالة h المعرفة على $[0, \frac{\pi}{2}]$ بـ : $h(x) = e^{\sin x} - (x+1)$.

أ. تَحَقَّقْ أَنَّهُ مِنْ أَجْلِ كُلِّ $x \in [0, \frac{\pi}{2}]$ فَإِنَّ : $h'(x) = g(\sin x)$ (نذكر أَنَّ $\cos x = \sqrt{1 - \sin^2 x}$)

ب. بَيِّنْ أَنَّهُ يَوْجَدُ عِدَدٌ وَحِيدٌ β مِنَ الْمَجَالِ $[0, \frac{\pi}{2}]$ بِحَيْثُ $\sin \beta = \alpha$.

ج. عَيِّنْ صُورَةَ الدَّالَّةِ $x \mapsto \sin x$ عَلَى الْمَجَالَيْنِ $[0, \beta]$ وَ $[\beta, \frac{\pi}{2}]$.

د. أنشئْ جَدُولَ تَغْيِيرَاتِ الدَّالَّةِ h .

هـ. اسْتَنْتِجْ أَنَّهُ مِنْ أَجْلِ كُلِّ $x \in [0, \frac{\pi}{2}]$ ، $f(x) \geq x + 1$ ، ثمَّ الْوَضْعِ النَّسْبِيِّ لِلْمَنْحَنِ (C_f) وَالْمَمَّاسِ (T) .

4. ارْسُمِ كُلَّ مِنَ الْمَمَّاسِ (T) وَالْمَنْحَنِ (C_f) .

x	0	$\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$	1
$g'(x)$	+	0	-
$g(x)$	0	$g\left(\frac{-1+\sqrt{5}}{2}\right)$	-1

f الدالة المعرفة بـ : $f(0)=0$ ومن أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-\infty;0]$ ، $f(x)=(x-1)e^{\frac{1}{x}}$.
 (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1. أدرس استمرارية الدالة f عند 0 من اليسار.

2. أحسب $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x}$ ، ثم فسّر النتيجة هندسياً.

3. أ. أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

ب. أدرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

4. أ. بيّن أن $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - x] = 0$.

ب. استنتج أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيماً مقارباً مائلاً (Δ) عند $-\infty$ - يطلب تعيين معادلة له.

5. g الدالة المعرفة على المجال $]-\infty;0]$ بـ : $g(x) = \frac{f(x)}{x}$.

أ. أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$.

ب. أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

6. أ. بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-\infty;0]$ ، $f(x) > x$.

ب. استنتج وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .

ج. أنشئ المنحنى (C_f) .

7. m عدد حقيقي. h_m الدالة ذات المتغير الحقيقي x على المجال $]-\infty;0]$ ، بـ : $h_m(x) = xe^{\frac{1}{x}} - mx$.

أ. أحسب $h'_m(x)$ حيث h'_m هي الدالة المشتقة للدالة h_m .

ب. باستعمال المنحنى (C_f) ، ناقش بياناً وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة $h'_m(x) = 0$.

f هي الدالة المعرفة على IR بـ : $f(x) = (x-1)e^x$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1. عيّن نهاية f عند كل من $-\infty$ و $+\infty$.

2. أدرس اتجاه تغير الدالة f على IR ثم شكل جدول تغيراتها.

3. أ. بيّن أن المعادلة $f(x) = 1$ تقبل حلاً وحيداً α على IR ، ثم تحقّق أن $1,27 < \alpha < 1,28$.

ب. أكتب معادلة (T) مماس المنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1 وحدد وضعية (C_f) بالنسبة إلى (T) .

ج. أرسم (T) و (C_f) .

4. عيّن قيم العدد الحقيقي m التي من أجلها تقبل المعادلة $(x-1)e^x - (m-1)e^x = -1$ حلاً وحيداً في IR .

5. h هي الدالة المعرفة على IR بـ : $h(x) = (|x|+1)e^{-|x|}$ و (C_h) تمثيلها البياني.

أ. بيّن أن الدالة h زوجية.

ب. أرسم (C_h) مستعيناً بالمنحنى (C_f) .

6. g دالة معرفة على IR بـ : $g(x) = (ax+b)e^x$ حيث a, b عدداً حقيقيين.

عيّن a, b حتى يكون : من أجل كل x من IR ، $g'(x) = f(x)$.

x	$f(x)$
0.20	0.037
0.21	0.016
0.22	-0.005
0.23	-0.026
0.24	-0.048
0.25	-0.070

(I) f هي الدالة المعرفة على $]-\infty; 1[$ بـ : $f(x) = \frac{x}{x-1} + e^{\frac{1}{x-1}}$ و (C) تمثيلها البياني في $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1. احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ ثم استنتج المستقيمين المقاربين للمنحنى (C) .

2. احسب $f'(x)$. بين أن الدالة f متناقصة تماما على المجال $]-\infty; 1[$ ثم شكل جدول تغيراتها.

3. بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل في $]-\infty; 1[$ حلا وحيدا α .

باستعمال الجدول القيم أعلاه جد حصرا للعدد α .

4. أرسم المستقيمين المقاربين والمنحنى (C) ، ثم ارسم المنحنى (C') الممثل للدالة $|f|$.

5. عين بيانيا مجموعة قيم الأعداد الحقيقية m التي من أجلها يكون للمعادلة $|f(x)| = m$ حلان مختلفان في الإشارة.

(II) g الدالة المعرفة على $]-\infty; 1[$ بـ : $g(x) = f(2x-1)$. (عبارة $g(x)$ غير مطلوبة)

1. أدرس تغيرات الدالة g على $]-\infty; 1[$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.

2. أ. تحقق من أن: $g\left(\frac{\alpha+1}{2}\right) = 0$ ، ثم بين أن $2f'(\alpha) = g'\left(\frac{\alpha+1}{2}\right)$.

ب. استنتج معادلة (T) مماس المنحنى الدالة g في النقطة ذات الفاصلة $\frac{\alpha+1}{2}$.

ج. تحقق من أن: $y = \frac{2}{(\alpha-1)^3}x - \frac{\alpha+1}{(\alpha-1)^3}$ معادلة للمستقيم (T) .

(I) الدالة g معرفة على IR بـ : $g(x) = 1 + (x^2 - 1)e^{-x}$.

1. أ. احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$.

ب. ادرس اتجاه تغير الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها. (نأخذ: $g(1-\sqrt{2}) \approx -0,25$ و $g(1+\sqrt{2}) \approx 1,43$)

2. أ. بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلين في IR ، ثم تحقق أن أحدهما معدوم والآخر α حيث $-0,8 < \alpha < -0,7$.

ب. استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم العدد الحقيقي x .

(II) الدالة f معرفة على IR بـ : $f(x) = x - (x+1)^2 e^{-x}$.

(C_f) منحنى الدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$. (وحدة الطول 2cm)

1. أ. احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

ب. بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = x$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$.

ج. أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .

2. أ. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x) = g(x)$. (يرمز f' إلى الدالة المشتقة للدالة f).

ب. شكل جدول تغيرات الدالة f على IR . (نأخذ $f(\alpha) \approx -0,9$)

3. أ. بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسين، معامل توجيه كل واحد منهما يساوي 1، يطلب تعيين معادلة كل منهما.

ب. مثل (Δ) والمماسين والمنحنى (C_f) .

ج. ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة ذات المجهول x : $(x+1)^2 + me^x = 0$.

I) لتكن g الدالة المعرفة على IR كما يلي : $g(x) = 1 - xe^x$.

1. أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$.

2. ادرس اتجاه تغير الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

3. أ. بَيِّنْ أَنَّ المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $[-1; +\infty[$.

ب. تحقق أَنَّ $0,6 < \alpha < 0,5$ ، ثم استنتج إشارة $g(x)$ على IR .

II) نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]-\infty; 2]$ كما يلي : $f(x) = (x-1)e^x - x - 1$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1. أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

2. لتكن f' المشتقة الدالة f . بَيِّنْ أَنَّهُ من أجل كل عدد حقيقي x من $]-\infty; 2]$ فإن : $f'(x) = -g(x)$.

استنتج إشارة $f'(x)$ على المجال $]-\infty; 2]$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

3. بَيِّنْ أَنَّ $f(\alpha) = -\left(\frac{\alpha^2 + 1}{\alpha}\right)$ واستنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$. (تدور النتائج إلى 10^{-2})

4. أ. بَيِّنْ أَنَّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = -x - 1$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $-\infty$.

ب. أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .

5. أ. بَيِّنْ أَنَّ المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين x_1 و x_2 حيث : $-1,5 < x_1 < -1,6$ و $1,5 < x_2 < 1,6$.

ب. أنشئ (Δ) و (C_f) .

I) g هي الدالة معرفة على IR كما يلي : $g(x) = -4 + (4 - 2x)e^x$.

1. ادرس تغيرات الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

2. بَيِّنْ أَنَّ المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلين أحدهما معدوم والآخر α حيث : $1,59 < \alpha < 1,60$.

3. استنتج إشارة $g(x)$.

II) f هي الدالة المعرفة على IR كما يلي : $f(x) = \frac{2x-2}{e^x - 2x}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$. (وحدة الطول 2cm)

1. بَيِّنْ أَنَّ (C_f) يقبل عند $-\infty$ و $+\infty$ مستقيمين مقاربين مائلين معادلتهما على الترتيب $y = -1$ و $y = 0$.

2. أ. برهن أَنَّهُ من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = \frac{g(x)}{(e^x - 2x)^2}$.

ب. استنتج إشارة $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

ج. أحسب $f(1)$ ثم استنتج حسب قيم x ، إشارة $f(x)$.

3. أ. بَيِّنْ أَنَّ : $f(\alpha) = -1 + \frac{1}{\alpha - 1}$ حيث α هو العدد المعرف في السؤال 2 من الجزء I.

ب. استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$. (تدور النتائج إلى 10^{-2})

ج. ارسم (C_f) .

4. ناقش بيانيا ، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد وإشارة حلول المعادلة $(e^x - 2x)(m+1) = 2x - 2$.

5. h هي الدالة المعرفة على IR كما يلي : $h(x) = [f(x)]^2$.

أ. احسب $h'(x)$ بدلالة كل من $f(x)$ و $f'(x)$ ، ثم استنتج إشارة $h'(x)$.

ب. شكل جدول تغيرات الدالة h .

(I) g هي الدالة معرفة على IR كما يلي : $g(x) = 2 - xe^x$.

1. ادرس تغيرات الدالة g ، ثم شكّل جدول تغيراتها.
2. بيّن أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α على IR ، ثم تحقّق أن $0,8 < \alpha < 0,9$.
3. عيّن حسب قيم x ، إشارة $g(x)$.

(II) f هي الدالة المعرفة على IR كما يلي : $f(x) = \frac{2x+2}{e^x+2}$. (C_f) تمثيلها البياني في $M(0; \vec{i}, \vec{j})$.

1. بيّن أن : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ ، ثم فسّر النتيجة هندسيا.
2. أ. أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.
ب. بيّن أن المستقيم (Δ') ذا المعادلة $y = x + 1$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) .
3. أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى كل من (Δ') و (Δ) ، حيث (Δ) هو المستقيم ذو المعادلة $y = x$.
4. أ. بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = \frac{2g(x)}{(e^x+2)^2}$ ، ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f .
ب. بيّن أن $f(\alpha) = \alpha$ ثم شكّل جدول تغيراتها.
5. أرسم (Δ) ، (Δ') و (C_f) .
6. ناقش بيانيا ، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة $f(x) = f(m)$.

(I) g الدالة العددية معرفة على IR كما يلي : $g(x) = (3-x)e^x - 3$.

1. ادرس تغيرات الدالة g .
2. بيّن أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلين أحدهما معدوم والآخر α حيث : $2,82 < \alpha < 2,83$.
3. استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x .

(II) f الدالة العددية المعرفة على IR كما يلي :
$$\begin{cases} f(x) = \frac{x^3}{e^x - 1} ; x \neq 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$$

- (C_f) منحناها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
1. بيّن أن الدالة f تقبل الاشتقاق عند $x_0 = 0$ ، ثم أكتب معادلة لـ (T) مماس (C_f) عند المبدأ O .
 2. أ. بيّن أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 e^{-x} = 0$ ، ثم احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.
ب. بيّن أنه من أجل $x \neq 0$ فإن : $f'(x) = \frac{x^2 \cdot g(x)}{(e^x - 1)^2}$.
ج. تحقّق أن $f(\alpha) = \alpha^2(3 - \alpha)$ ثم عيّن حصرا له.
د. أنشئ جدول تغيرات الدالة f .
 3. احسب $f(x) + x^3$ واستنتج الوضع النسبي لـ (C_f) و (C) منحنى الدالة $x \mapsto -x^3$.
 - بيّن أن $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) + x^3] = 0$ وفسّر النتيجة هندسيا.
 4. أنشئ في نفس المعلم المماس (T) والمنحنيين (C) و (C_f) .

f الدالة العددية المعرفة على IR^* بالعلاقة : $f(x) = \frac{3xe^x - 3x - 4}{3(e^x - 1)}$.

ليكن (C_f) منحنى f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1. عَيِّن العددين الحقيقيين a و b بحيث : $f(x) = ax + \frac{b}{3(e^x - 1)}$ من أجل كل x من IR^* .

2. احسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها.

3. بَيِّن أَنَّ f متزايدة على كل مجال من مجالي تعريفها ثم شكّل جدول تغيّراتها.

4. (D) و (D') المستقيمان اللذان معادلتاهما على الترتيب: $y = x$ و $y = x + \frac{4}{3}$.

أ. بَيِّن أَنَّ (D) و (D') مقاربان للمنحنى (C_f) ، ثم حدّد وضعيته بالنسبة لكل منهما.

ب. بَيِّن أَنَّ المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين x_0 و x_1 حيث: $0.9 < x_0 < 0.91$ و $-1.66 < x_1 < -1.65$.

ج. احسب من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم $f(x) + f(-x)$. فسّر النتيجة هندسياً.

د. ارسم (D) و (D') و (C_f) .

هـ. m عدد حقيقي، (D_m) المستقيم المعرف بالمعادلة $y = x + m$.

ناقش بياناً حسب قيم m عدد حلول المعادلة $f(x) = x + m$.

5. نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كما يأتي: $g(x) = [f(x)]^2$.

ادرس تغيّرات الدالة g دون حساب $g(x)$ بدلالة x .

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على IR^* كما يلي : $f(x) = x - \frac{1}{e^x - 1}$.

نرمز بـ (C_f) لتمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1. أ. احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

ب. احسب $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0} f'(x)$ وفسّر النتيجة هندسياً.

2. ادرس اتجاه تغيّر الدالة f على كل مجال من مجالي تعريفها ثم شكّل جدول تغيّراتها.

3. أ. بَيِّن أَنَّ المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين مائلين (Δ) و (Δ') معادلتيهما على الترتيب: $y = x$ و $y = x + 1$.

ب. أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى كل من (Δ) و (Δ') .

4. أثبت أَنَّ النقطة $\omega(0; \frac{1}{2})$ هي مركز تناظر للمنحنى (C_f) .

5. أ. بَيِّن أَنَّ المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين α و β حيث: $\ln 2 < \alpha < 1$ و $-1.4 < \beta < -1.3$.

ب. هل توجد مماسات لـ (C_f) توازي المستقيم (Δ) ؟

ج. أرسم (Δ) و (Δ') ثم المنحنى (C_f) .

د. ناقش بياناً حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة : $(m-1)e^{-x} = m$.

- (I) نعتبر المعادلتين التفاضليتين (E) و (E_0) حيث: $(E_0): y' + y = 0$ و $(E): y' + y = e^{-x} \cos x$.
 1. عَيِّن العددين الحقيقيين a و b بحيث تكون الدالة h حل للمعادلة (E) حيث: $h(x) = (a \cos x + b \sin x)e^{-x}$.
 2. أ. بَيِّن أَنَّ الدالة f حل للمعادلة (E) إذا وفقط إذا كانت الدالة $f - h$ حل للمعادلة (E_0) .
 ب. حل المعادلة (E_0) .
 ج. استنتج مما سبق الحال العام (E) .
 3. عَيِّن الحل الخاص g للمعادلة (E) والذي يحقق: $g(0) = 0$.
 (II) أدرس تغيرات الدالة k المعرفة على المجال $[0, 2\pi]$ كما يلي: $k(x) = e^{-x} \sin x$.

- (I) f الدالة المعرفة على IR بالعلاقة: $f(x) = x - 1 + \frac{4}{e^x + 1}$ و (C_f) تمثيلها البياني في $M(0; \vec{i}, \vec{j})$.
 1. ادرس تغيرات الدالة f .
 2. بَيِّن أَنَّ (C_f) يقبل نقطة انعطاف ω واكتب معادلة لمماس (C_f) في النقطة ω .
 أثبت أَنَّ ω هي مركز تناظر للمنحنى (C_f) .
 3. احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (x + 3)]$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x - 1)]$.
 استنتج أَنَّ (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين يطلب إعطاء معادلة لكل منهما.
 4. بَيِّن أَنَّ (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها x_0 من المجال $]-2,77; -2,76[$.
 احسب $f(1)$ و $f(-1)$ (تدور النتائج إلى 10^{-2}) ثم أرسم (C_f) ومستقيمي المقاربين.
 (II) g الدالة العددية المعرفة IR بالعلاقة: $g(x) = -x + 3 - \frac{4}{e^x + 1}$. C_g منحنى الدالة g .
 1. بَيِّن أَنَّهُ من أجل كل عدد حقيقي x فإن $g(x) = f(-x)$.
 استنتج أَنَّهُ يوجد تحويل نقطي بسيط يحول (C_f) إلى C_g .
 2. أنشئ في نفس المعلم السابق C_g (دون دراسة الدالة g)

- (I) نعتبر الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $[-2; +\infty[$ كما يأتي:
 $f(x) = (ax + b)e^{-x} + 1$ حيث a و b عدنان حقيقيان.
 (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ وحدة الطول 1 cm.
 عَيِّن قيمتي a و b بحيث تكون النقطة $A(-1, 1)$ تنتمي إلى (C_f) وعامل توجيه المماس عند A يساوي $(-e)$.
 (II) نعتبر الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $[-2; +\infty[$ كما يأتي:
 $g(x) = (-x - 1)e^{-x} + 1$ و (C_g) تمثيلها البياني في نفس المعلم السابق.
 أ. بَيِّن أَنَّ $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 1$ وفسر النتيجة ببياناً. (نذكر أَنَّ $\lim_{u \rightarrow +\infty} ue^u = 0$)
 ب. ادرس تغيرات الدالة g ثم شكّل جدول تغيراتها.
 ج. بَيِّن أَنَّ المنحنى (C_g) يقبل نقطة انعطاف I يطلب تعيين إحداثيها.
 د. اكتب معادلة المماس للمنحنى (C_g) عند النقطة I .
 هـ. أرسم (C_g) .
 (III) لتكن k الدالة المعرفة على المجال $[-2; +\infty[$ كما يأتي: $k(x) = g(x^2)$.
 باستعمال مشتق دالة مركبة، عَيِّن اتجاه تغير الدالة k ثم شكّل جدول تغيراتها.

التمرين 30: المغرب في 2007 الدورة العادية

(I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على IR كما يلي: $g(x) = e^{-x} + x - 1$.

أ. احسب $g'(x)$ ، ثم أدرس تغيرات الدالة g .

ب. بين أنه من أجل كل $x \in IR$ فإن $g(x) \geq 0$ ، ثم استنتج أنه من أجل كل $x \in IR$ فإن $e^{-x} + x \geq 1$ (لاحظ أن: $g(0) = 0$).

(II) لتكن f الدالة المعرفة على IR كما يلي: $f(x) = \frac{x}{x + e^{-x}}$.

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1. بين أن: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ وأن $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$ ، ثم فسر هندسيا هاتين النتيجتين.

2. بين أنه من أجل كل $x \in IR$ فإن $f'(x) = \frac{(1+x)e^{-x}}{(x+e^{-x})^2}$.

3. أدرس إشارة $f'(x)$ ، ثم أنشئ جدول تغيرات الدالة f .

ب. أكتب معادلة المماس للمنحنى (C_f) في النقطة $O(0,0)$ مبدأ المعلم.

4. أ. تحقق من أجل كل $x \in IR$ فإن $x - f(x) = \frac{xg(x)}{g(x)+1}$ ، ثم أدرس إشارة $x - f(x)$ على IR .

ب. استنتج الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم (D) الذي معادلته $y = x$.

5. أنشئ (D) ثم (C_f) . نأخذ $\frac{1}{1-e} \approx -0.6$.

التمرين 31: المغرب في 2006 الدورة الاستدراكية

(I) g دالة عددية معرفة على $[0, +\infty[$ بما يلي: $g(x) = (x-1)e^x + x + 1$.

1. احسب $g'(x)$ لكل x من $[0, +\infty[$ ثم استنتج أن الدالة g متزايدة تماما على $[0, +\infty[$.

2. بين أن: $g(x) \geq 0$ لكل x من $[0, +\infty[$ (لاحظ أن: $g(0) = 0$).

(II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0, +\infty[\cup]-\infty, 0]$ كما يلي: $f(x) = \frac{xe^x}{(e^x - 1)^2}$.

وليكن (C_f) التمثيل البياني للدالة f في المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1. بين أن f دالة فردية.

2. أ. احسب $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ وفسر النتيجة بيانيا.

ب. بين أن: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ وفسر هذه النتيجة بيانيا.

3. أ. بين أن: $f'(x) = \frac{-e^x g(x)}{(e^x - 1)^3}$ من أجل كل x من $]0, +\infty[$.

ب. عين جدول تغيرات الدالة f على $]0, +\infty[$.

4. أنشئ (C_f) على $]0, +\infty[\cup]-\infty, 0]$.

التمرين 32: من بكالوريا الجزائر شعبة علوم الطبيعة والحياة 2005

(I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على IR كما يلي: $g(x) = x + 1 + e^x$.

1. أدرس تغيرات الدالة g .

2. بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $-1,27 < \alpha < -1,28$.

3. استنتج حسب العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$.

(II) f الدالة العددية المعرفة على IR كما يلي: $f(x) = \frac{xe^x}{e^x + 1}$.

(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس ($O; \vec{i}, \vec{j}$). (وحدة الطول 2cm)

1. أ. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = \frac{e^x \cdot g(x)}{(e^x + 1)^2}$.

ب. أدرس تغيرات الدالة f .

2. بين أن $f(\alpha) = \alpha + 1$ واستنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.

3. أ. ليكن (T) مماس المنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0. اكتب معادلة للمستقيم (T).

ب. بين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين أحدهما المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x$ ثم أدرس الوضع

النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ).

4. احسب $f(-1)$ و $f(1)$ ثم ارسم كل من المنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) والمماس (T).

التمرين 33: من بكالوريا الجزائر شعبة التكنولوجيا 2002

(I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على IR كما يلي: $g(x) = e^x - x + 2$.

1. احسب $g'(x)$ ، ثم أدرس تغيرات الدالة g .

2. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن $g(x) \geq 3$.

(II) لتكن f الدالة المعرفة على IR كما يلي: $f(x) = (x-1)e^{-x} + x + 1$.

(C_f) منحناها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس ($O; \vec{i}, \vec{j}$).

1. بين أن f تقبل الاشتقاق على IR وأنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن: $f'(x) = e^{-x} \cdot g(x)$.

2. أ. بين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) يطلب تعيين معادلته.

ب. أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ).

3. بين أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف I يطلب تعيين إحداثيها.

4. أرسم كل من المنحنى (C_f) والمستقيم (Δ).

5. ليكن (T_a) المستقيم الذي معادلته: $y = x + a$ حيث a عدد حقيقي.

أ. عين قيمة a بحيث يكون (T_a) مماس للمنحنى (C_f) في نقطة يطلب تعيين إحداثيها.

ب. ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة ذات المجهول x : $(m-1)e^x - x + 1 = 0$.