

السلسلة رقم 03

عموميات على الدوال



- مجموعة تعريف دالة
- اتجاه التغير على مجال
- القيم الحدية
- شفعية دالة
- الفراءة البيانية

3 $f(x) = x^{2021} + \frac{1}{x^{2021}}$ 4 $f(x) = x^4 - 2|x|$

5 $f(x) = \frac{|x|}{x^2 + 5}$ 6 $f(x) = \frac{3x+1}{x^2}$

7 $f(x) = \frac{x^3}{\sqrt{2x^2+1}}$ 8 $f(x) = x - |x^2 - 1|$

04 التمرين رقم

(1) f دالة معرفة على $\mathbb{R}$:-

$$2f(x) + f(-x) = 3|x| - \sqrt{x^2 + 1}$$

✓ بين أن f دالة زوجية ، ثم استنتج عبارة $f(x)$ بدلالة x .

(2) g دالة معرفة على $\mathbb{R}$:-

$$3g(-x) + g(x) = x^3 + 4x$$

✓ بين أن g دالة فردية ، ثم استنتج عبارة $g(x)$ بدلالة x .

05 التمرين رقم

لكن f الدالة المعرفة :- $f(x) = 3 - \frac{1}{x+1}$ ،

(C_f) نمثلها البياني .

(1) عين D مجموعة تعريف الدالة f .

(2) احسب $f(0)$ ، $f(-10)$ ، $f(7)$ و $f(\sqrt{3})$.

(3) جد سوابق العدد 0 بالدالة f .

(4) عين قيمتي العددين الحقيقين α و β حتى تكون

$A(\alpha; 4)$ و $B(5; \beta)$ نقطتين من (C_f) .

(5) ادرس اتجاه تغير f على D ثم شكّل جدول تغيراتها.

01 التمرين رقم

عين مجموعة تعريف الدالة f في كل حالة مما يلي :

1 $f(x) = 2x + \frac{1}{x}$ 2 $f(x) = \frac{x^3 - 3x}{2}$

3 $f(x) = x^2 - \sqrt{1-4x}$ 4 $f(x) = \frac{x-1}{x^2+3}$

5 $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{|x|-2}$ 6 $f(x) = \frac{2x+1}{x^2-9}$

7 $f(x) = \sqrt{-x} + \sqrt{x+1}$ 8 $f(x) = \sqrt{|x|+5}$

02 التمرين رقم

ادرس اتجاه تغير الدالة f على المجال I في كل حالة من الحالات الآتية :

1 $f(x) = -\frac{3}{2}x + 7$; $I = \mathbb{R}$

2 $f(x) = 1 - x^2$; $I = [0; +\infty[$

3 $f(x) = 3 + \sqrt{5-x}$; $I =]-\infty; 5]$

4 $f(x) = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{9}{2}$; $I = \left]-\infty; \frac{1}{2}\right]$

5 $f(x) = \frac{4}{x+2} - 10$; $I =]-2; +\infty[$

6 $f(x) = \frac{-1}{\sqrt{x-3}}$; $I =]3; +\infty[$

03 التمرين رقم

ادرس شفعية الدالة f في كل حالة مما يلي :

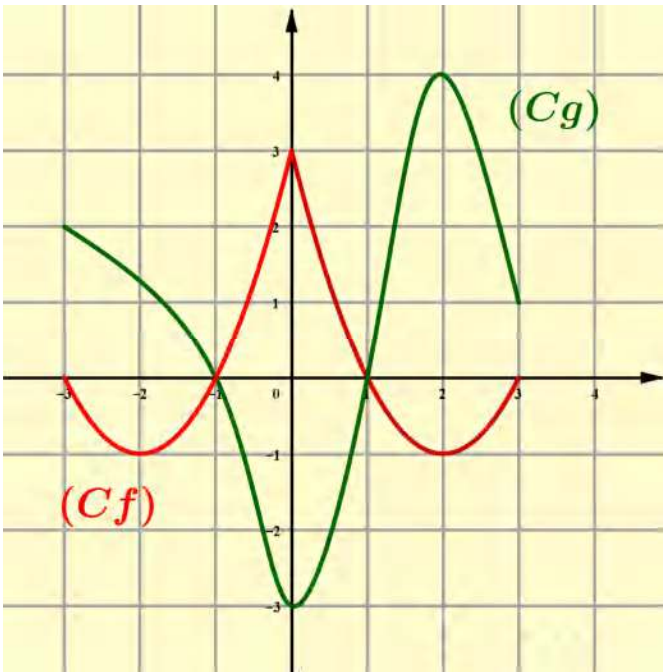
1 $f(x) = \frac{x^2+1}{x}$ 2 $f(x) = \sqrt{x^2+2020}$

(3) فـارن بين العددـين $g(-0,5)$ و $g(-0,25)$ ، ثمّ بين $g\left(\frac{5}{2}\right)$ و $g\left(\frac{4}{3}\right)$.

(4) شكّل جدول تغـيـرات الدالّة f المعرّفة على المجال $[-5;4]$: $f(x) = -g(x)$.

(5) أنشئ (C_g) و (C_f) في نفس المعلم.

08 المـرـيـن رـتـم
الف و g دالتان معرّفتان بيـانـبا كما في الشكـل الموالـي.



قراءة بيانـبـة:

(1) عيّن D_g و D_f .

(2) عيّن الصور $f(1)$ ، $f(-2)$ ، $g(0)$ و $g(3)$.

(3) فـارن بين $f\left(\frac{1}{3}\right)$ و $f\left(\frac{2}{5}\right)$ مع التبرير.

(4) عيّن القيمـ الحديـثـة للدالّة g .

(5) حدّد إشارة $f(x)$ و $g(x)$ على المجال $[-3;3]$.

(6) حدّد شفعيـة الدالّة f مع التعليل.

(7) شكّل جدول تغـيـرات كل من الدالتين f و g .

(8) حل بيانـبا المعادلـات و المتراجحات التاليـة:

$$g(x) \geq 0 \quad ; \quad f(x) + 1 = 0$$

$$f(x) = g(x) \quad ; \quad g(x) < f(x)$$

06

المـرـيـن رـتـم

باستعمال (C_f) منحنـي الدالّة f الممـثـل في الشكـل أدنـاه،
أجب عن الأسئلة التاليـة:

(1) عيّن D_f .

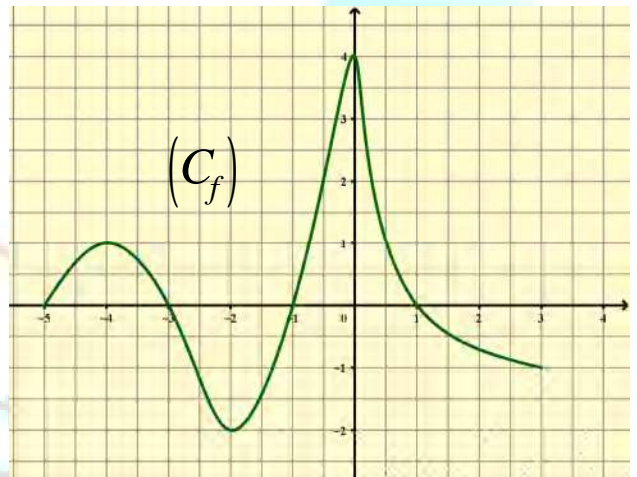
(2) عيّن $f(-2)$ و $f(0)$.

(3) حل بيانـبا المعادلـة $f(x) = 0$.

(4) شكّل جدول إشارة الدالّة f .

(5) عيّن القيمـ الحديـثـة للدالّة f .

(6) شكّل جدول تغـيـرات الدالّة f .



07

المـرـيـن رـتـم

g دالّة معرّفة على $[-5;4]$ بجدول تغـيـراتها كما يلي:

x	-5	-2	0	1	2	4
$g(x)$	-2	-3	0	2	0	-1

(C_g) نمثّلها البياني في المستوى المنسوب إلى معلم

متعامد متجانس.

(1) أ- ما هي سوابق العدد 0 بالدالّة g ؟

ب- استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $[-5;4]$.

(2) عيّن -إن وجد- القيمـ الحديـثـة للدالّة g .

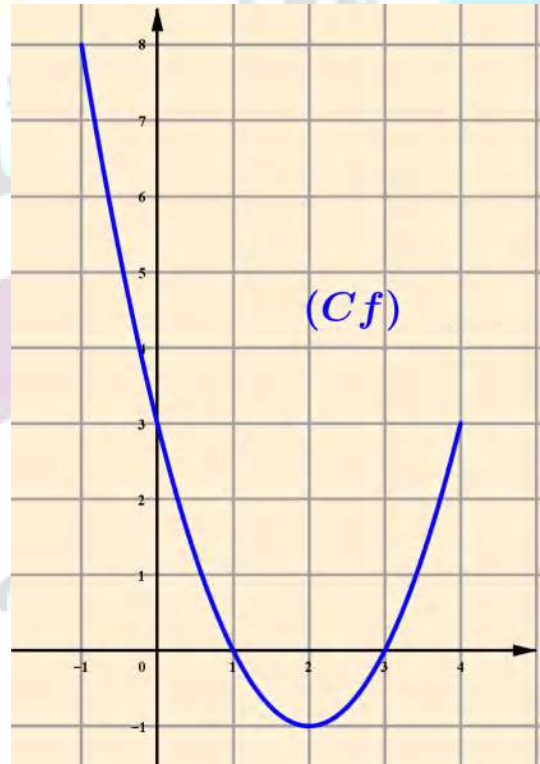
09 التمرين رقم

الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = x - 2|x| + 3$ ،
(C_f) نُمثلها البياني.

- (1) اكتب $f(x)$ دون رمز القيمة المطلقة.
- (2) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x) = 0$ ، فسّر النتيجة بيانيا.
- (3) ادرس اتجاه تغير f على كل من المجالين $]-\infty; 0]$ و $[0; +\infty[$ ، ثم شكّل جدول تغيراتها.
- (4) استنتج أن f نفل قيمة حدية بطلب تعيبتها.
- (5) أنشئ (C_f) في معلم متعامد متجانس.
- (6) حل بيانيا المتراجحة $f(x) + 3 > 0$ ، ثم تحقّق جديبا من النتائج.

10 التمرين رقم

f الدالة المعرفة بتمثيلها البياني (C_f) كما يلي:



(1) قراءة بيانية:

- أ- عيّن D_f ، $f(-1)$ ، $f(0)$ و $f(1)$.
- ب- حدّد السوابق الممكنة للعدد 0 و 3 بالدالة f .

ج- شكّل جدول تغيرات الدالة f .

د- حل بيانيا المتراجحة $f(x) > 0$.

(2) علما أن عبارة f تكتب على الشكل:

$f(x) = ax^2 + bx + c$ ، حيث a ، b و c أعداد حقيقية.

أ- اكتب كلا من $f(-1)$ ، $f(0)$ و $f(1)$ بدلالة a ،

b و c .

ب- اعتمدا على نتائج السؤال (1-أ)، جد قيم الأعداد

a ، b و c .

(3) g دالة نألفية نُمثلها البياني على $\mathbb{R}$ هو المستقيم

(D) المار بالنقطتين $A(0; 3)$ و $B(3; 0)$.

أ- عيّن عبارة الدالة g ، ثم ارسم (D) في المعلم السابق.

ب- حل بيانيا المعادلة $f(x) = g(x)$ والمتراجحة

$f(x) \leq g(x)$.

11 التمرين رقم

إليك فيما يلي جزء من جدول تغيرات دالة f زوجية على مجموعة تعريفها، وليكن (C_f) نُمثلها البياني.

x	-4	$-\frac{5}{2}$	$-\frac{3}{2}$	0
$f(x)$	$\frac{1}{2}$	1	0	-3

(1) عيّن D_f ، ثم أكمل الجدول أعلاه.

(2) فارن بين $f(-2)$ و $f(-\frac{11}{8})$ ، ثم بين $f(1)$

و $f(\frac{7}{5})$ مع التعليق.

(3) عيّن سوابق العدد 0 بالدالة f ، ثم استنتج إشارة

$f(x)$ على D_f .

(4) عيّن القيم الحدية للدالة f .

(5) أنشئ (C_f) في معلم متعامد متجانس.



12

الممرين رتم

لنكن f الدالة المعرفة بـ: $f(x) = \frac{-x}{x^2 - 1}$

(C_f) نمثلها البياني.

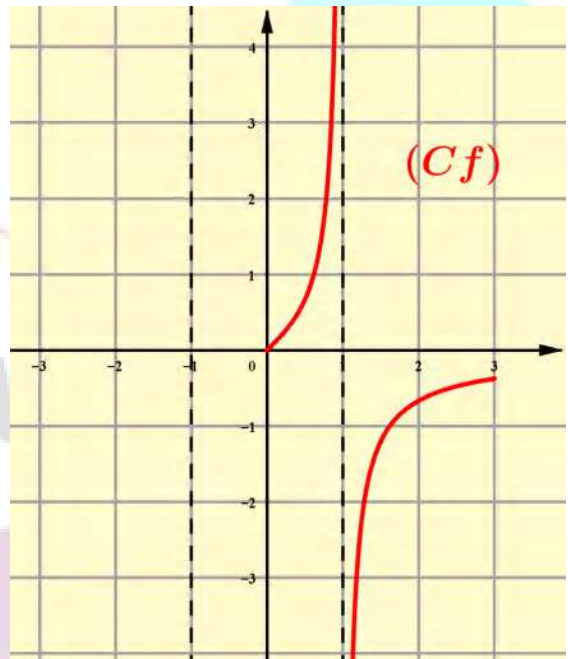
(1) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $x^2 - 1 = 0$ ، ثم استنتج مجموعة تعريف الدالة f .

(2) احسب $f(0)$ ، $f(2)$ و $f(3)$.

(3) ادرس شعبة الدالة f ، فسر النتيجة بياناً.

(4) استنتج دون حساب كلا من $f(-2)$ و $f(-3)$.

(5) إلبك في الشكل الموالي جزء من (C_f) .



أ- أكمل رسم المنحنى (C_f) على المجموعة

$$D = [-3; 3] - \{-1; 1\}$$

ب- شكّل جدول تغيرات الدالة f على D .

ج- لخص في جدول إشارة $f(x)$ على D .



13

الممرين رتم

I. نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ:

$$f(x) = x^2 + ax + b$$

حيث a و b عدنان حقيقيان، (C_f) نمثلها البياني.

(1) عيّن قيمتي a و b علماً أن (C_f) يشمل النقطتين

$$A(0; 20) \text{ و } B(2; 8)$$

(2) نضع الآن: $f(x) = x^2 - 8x + 20$

أ- عيّن السوابق الممكنة للعدد 20 بالدالة f .

ب- نحقق أنه لكل x من $\mathbb{R}$: $f(x) = (x-4)^2 + 4$

ج- ادرس اتجاه تغير الدالة f على كل من المجالين

$]-\infty; 4]$ و $[4; +\infty[$ ، ثم شكّل جدول تغيراتها.

د- بين أنه لكل x من $\mathbb{R}$: $f(x) - 4 \geq 0$

استنتج وجود قيمة حرجية للدالة f ثم عينها.

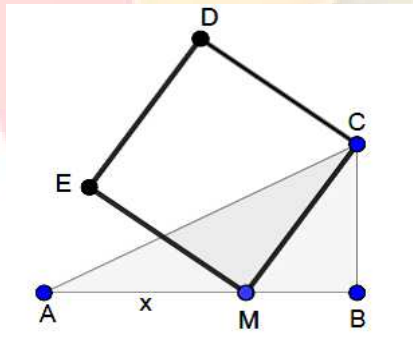
II. نعتبر في المسنوي المثلث ABC القائم في B

حيث $AB = 4 \text{ cm}$ ، $BC = 2 \text{ cm}$

M نقط من $[AB]$ حيث $AM = x$

D و E نقطتان من المسنوي بحيث يكون الرباعي

$MCDE$ مربعاً. (انظر الشكل أدناه)



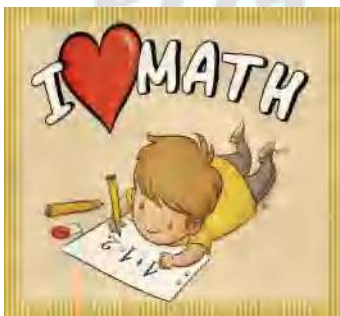
(1) ما هي القيم الممكنة لـ x ؟

(2) عبّر عن الطول MC بدلالة x .

(3) بين أن مساحة المربع $MCDE$ هي $f(x)$.

(4) استنتج قيمة x حتى تكون مساحة المربع $MCDE$

أصغر ما يمكن.



انزعج جميلاً ولو في غير موضعه

فلن يضيع جميل أيضاً نزعج