

مدرسة حلقات التعليمية

BAC 2021

10 مواضيع تجريبية
للتحضير الجيد للبكالوريا

علوم تجريبية

3

مراجعة :

الأستاذ . بدري عبدالرزاق





دورة: 2021

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية

مدرسة حليات التعليمية
امتحان باكالوريا تجريبي للتعليم الثانوي
الشعبة: علوم تجريبية

المدة : 02 سا و 30 د

إختبار البكالوريا التجريبية في مادة : الرياضيات

الموضوع الأول :

التمرين الأول: (04 نقاط)

بين صحة و خطأ كل من الجمل التالية مع التعليل:

$$(1) \text{ مهما يكن العدد الحقيقي } x : \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} = \frac{e^x - 1}{e^x + 1}$$

$$(2) \ln(3e^\pi) = \pi + \ln(3)$$

$$(3) \text{ الدالة } x \mapsto e^{-2x} \text{ هي حل للمعادلة التفاضلية } y' = 2y$$

$$(4) \text{ المتراجحة } e^{1-2x} > e^{x+1} \text{ لا تقبل حلول في } \mathbb{R}$$

$$(5) \lim_{n \rightarrow -\infty} \ln(e^x + 4) = 2 \ln 2$$

$$(6) \text{ نعتبر } n \text{ عدد طبيعي : يكون العدد } (\sqrt{3} + i)^n \text{ تخيلا إذا كان : } n = 6k + 3 \text{ مع } k \in \mathbb{N}$$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

$$\begin{cases} u_0 = 11 \\ u_{n+1} = 2 + \sqrt{u_n - 2} \end{cases} \text{ نعتبر المتتالية العددية } (u_n) \text{ المعرفة على } \mathbb{N} \text{ كما يلي :}$$

$$(1) \text{ برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي } n : 3 \leq u_n \leq 11$$

$$(2) \text{ أ) تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي } n : u_{n+1} - u_n = \sqrt{u_n - 2}(1 - \sqrt{u_n - 2})$$

ب) بين أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما ، ثم استنتج أنها متقاربة .

$$(3) \text{ أ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي } n : 0 \leq u_{n+1} - 3 \leq \frac{1}{2}(u_n - 3)$$

$$\text{ ب) استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي } n : 0 \leq u_n - 3 \leq 8 \left(\frac{1}{2}\right)^n \text{ ، ثم استنتج } \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$$

$$(4) \text{ لتكن } (v_n) \text{ المتتالية العددية المعرفة على } \mathbb{N} \text{ بـ : } v_n = \ln(u_n - 2)$$

أ) بين أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول .

ب) أكتب كلا من u_n و v_n بدلالة n ثم استنتج $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ مرة ثانية .

$$(5) \text{ أحسب المجموع } S \text{ حيث : } S = v_{1441} + v_{1442} + \dots + v_{2020}$$

$$\text{ ثم استنتج الجداء : } P = (u_{1441} - 2) \times (u_{1442} - 2) \times \dots \times (u_{2020} - 2)$$



إختبار البكالوريا التجريبية لمدرسة حليات التعليمية //شعبة علوم تجريبية // 2021/2020

التمرين الثالث: (04 نقاط)

يحتوي صندوق على 10 متماثلة لانفرك بينها بالمس ، منها سبع كريات بيضاء تحمل الأرقام: 0 ، 0 ، 1 ، 2 ، 3 ، 4. و ثلاث كريات حمراء تحمل الأرقام: -4 ، -1 ، 3 نسحب من هذا الصندوق ثلاث كرات في آن واحد.

(1) أحسب احتمال الحوادث الآتية:

- A: "الحصول على ثلاث كرات من نفس اللون. "
 B: "الحصول على كرة حمراء على الأقل تحمل عدد سالبا . "
 C: "الحصول على ثلاث كريات جداء أرقامها معدوم. "
 D: "الحصول على ثلاث كريات أرقامها تشكل حدود متتابعة من متتالية حسابية أساسها 1. "
- (2) نعيد الصندوق إلى وضعيته الأولى ونسحب على التوالي دون إرجاع كرتين من الصندوق

- (أ) أحسب احتمال E: "الحصول على كرتين مختلفتين في اللون. "
 (ب) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحب عدد الكريات الحمراء المسحوبة .
 عين قيم المتغير العشوائي X ، ثم عرف قانون إحتماله و أحسب أمله الرياضياتي E(X).

التمرين الرابع: (08 نقاط)

(I) نعتبر الدالة g للمتغير الحقيقي x المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = x - e^{-\frac{1}{2}x}$

- (1) أدرس تغيرات الدالة g ثم أنشئ جدول تغيراتها على $\mathbb{R}$.
 (2) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $0.70 < \alpha < 0.71$.
 (3) استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

(II) لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = (2x - 4)e^{\frac{1}{2}x} + 2 - x$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O, \vec{i}; \vec{j})$.

- (1) (أ) أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها.
 (ب) أحسب $\lim_{n \rightarrow -\infty} [f(x) - (2 - x)]$ وفسر النتيجة بيانيا .
 (ج) أدرس الأوضاع النسبية للمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = -x + 2$
 (2) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x ؛ $f'(x) = e^{\frac{1}{2}x} \times g(x)$ ، ثم أنشئ جدول تغيرات الدالة f.
 (3) بين أن : $f(\alpha) = 4 - \alpha - \frac{4}{\alpha}$ ، ثم عين حصرا للعدد $f(\alpha)$
 (4) أحسب إحداثيتي A نقطة تقاطع المنحنى (C_f) مع حامل محور الترتيب .
 (5) أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) في النقطة A .
 (6) أحسب $f(2)$ و $f(2 \ln \frac{1}{2})$ ثم أرسم كل من المستقيم (Δ) و المماس (T) و المنحنى (C_f) .
 (7) ناقش ببايا تبعا لقيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة ذات المجهول x : $2e^{\frac{1}{2}x} = \frac{m-2}{x-2}$

انتهى الموضوع الأول



دورة: 2021

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية

مدرسة حليلات التعليمية
إختبار باكالوريا تجريبي
الشعبة: علوم تجريبية

المدة : 02 سا و 30 د

إختبار البكالوريا التجريبية في مادة : الرياضيات

الموضوع الثاني :

التمرين الأول:

يحتوي صندوق على تسع كريات ، منها أربع حمراء مرقمة من 1 إلى 4 و خمس بيضاء مرقمة من 5 إلى 9 .
جميع الكرات لا نميز بينهما باللمس .

- (1) نسحب عشوائيا و على التوالي ثلاث كريات دون إرجاع ، و نشكل هكذا عددا ذا ثلاثة أرقام . الكرية الأولى نسجل بها رقم المئات و الكرية الثانية نسجل بها رقم العشرات و الكرية الثالثة نسجل بها رقم الآحاد .
أحسب احتمال الحدثين التاليين :
A : " العدد المحصل عليه أصغر تماما من 300 "
B : " العدد المحصل عليه زوجي " .

- (2) نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث كريات ، ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل إمكانية سحب عدد الكريات البيضاء المحصل عليها .

(أ) عين قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X .

(ب) أحسب $E(X)$ الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X .

التمرين الثاني :

(I) عين في كل حالة من الحالات التالية الاقتراح الصحيح مع التبرير :

(1) في المجموعة $\mathbb{C}$ حلول المعادلة : $2z - i\bar{z} = 5 - 4i$ هي :

(أ) $z = 2 + i$ ، (ب) $z = 2 - i$ ، (ج) $z = 2i$.

(2) مجموعة حلول المعادلة : $\frac{z-2}{z-1} = 2$ في $\mathbb{C}$ مع $z \neq 1$ هي :

(أ) $S = \{0\}$ ، (ب) $S = \emptyset$ ، (ج) $S = \{1 - i, 1 + i\}$.

(3) نعتبر العدد المركب $z = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4} + i \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$ العدد z^2 يساوي :

(أ) $z = \frac{1}{2} + i \frac{\sqrt{3}}{2}$ ، (ب) $\frac{1}{2} - i \frac{\sqrt{3}}{2}$ ، (ج) $\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$.

(4) z عدد مركب غير معدوم عمدته θ عمدة العدد المركب $\frac{-1 + i\sqrt{3}}{z}$ هي :

(أ) $-\frac{\pi}{3} + \theta$ ، (ب) $\frac{2\pi}{3} + \theta$ ، (ج) $-\frac{2\pi}{3} - \theta$.



إختبار البكالوريا التجريبية لمدرسة حليات التعليمية //شعبة علوم تجريبية // 2021/2020

(5) A و B نقطتان لاحقتاهما على الترتيب i و -1 مجموعة النقط M ذات اللاحقة z حيث : $|z - i| = |z + 1|$
هي : أ (المستقيم (AB) . ب (الدائرة التي قطرها $[AB]$. ج (المستقيم العمودي على (AB) والمار من المبدأ O .

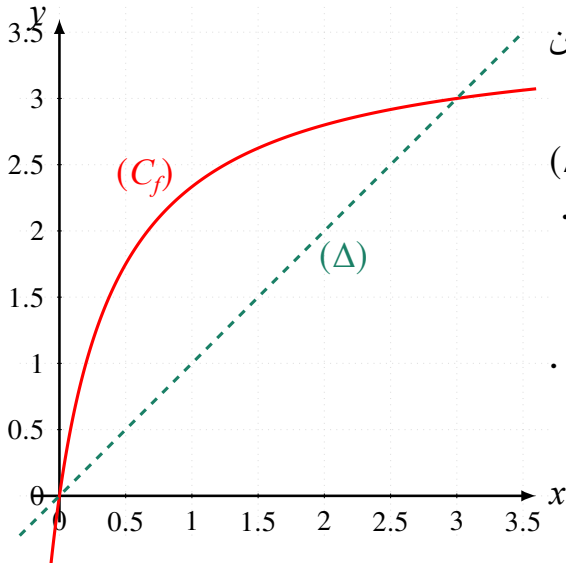
(6) A و B نقطتان لاحقتاهما على الترتيب 4 و $3i$ لاحقة النقطة C بحيث يكون $(\vec{AB}, \vec{AC}) = \frac{\pi}{2}$ هي :
أ ($1 - 4i$, ب ($-3i$, ج ($7 + 4i$.

التمرين الثالث :

I. نعتبر الدالة f دالة معرفة على المجال $[0; +\infty[$ ب : $f(x) = \frac{7x}{2x+1}$.
وليكن (C_f) منحناها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس (الشكل التالي) .

(1) أدرس اتجاه تغير الدالة f على المجال $[0; +\infty[$.

(2) بين أنه إذا كان $x \in [0; +\infty[$ فإن $f(x) \in [0; +\infty[$.



II. نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بما يلي : $u_0 = 1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = f(u_n)$.

(1) باستعمال المنحنى (C_f) الممثل للدالة f والمستقيم $y = x$: (Δ) مثل على محور الفواصل الحدود الثلاثة الأولى للمتتالية (u_n) .

(2) ماهو تخمينك لإتجاه تغير المتتالية (u_n) وتقاربها .

(3) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 \leq u_n \leq 3$.

(4) أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) .

(5) إستنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة ثم أحسب نهايتها .

III. نعتبر أن المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = \frac{u_n}{3 - u_n}$.

(1) برهن أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول .

(2) أكتب عبارة v_n بدلالة n وإستنتج عبارة u_n بدلالة n .

(3) أحسب بدلالة n المجاميع S_n , S'_n , S''_n حيث :

$$S_n = \frac{1}{v_0} + \frac{1}{v_1} + \dots + \frac{1}{v_n} , S'_n = v_0^2 + v_1^2 + \dots + v_n^2 , S''_n = \frac{1}{v_0^2} + \frac{1}{v_1^2} + \dots + \frac{1}{v_n^2}$$

(4) أحسب بدلالة n الجداء π_n حيث : $\pi_n = v_0 \times v_1 \times \dots \times v_n$.



التمرين الرابع :

I. لتكن الدالة g المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كما يلي : $g(x) = -\frac{1}{2} + \frac{2 - \ln x}{x^2}$

(1) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$

(2) أدرس اتجاه تغير الدالة g , ثم شكل جدول تغيراتها .

(3) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1.71 < \alpha < 1.72$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x .

II. نعتبر الدالة f المعرفة على $]0; +\infty[$ كما يلي : $f(x) = -\frac{1}{2}x + 2 + \frac{-1 + \ln x}{x}$,

(C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

(1) أ (أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

ب (أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

(2) أ (بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = -\frac{1}{2}x + 2$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) .

ب (أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .

(3) نقبل أن $f(\alpha) \simeq 0.87$ و $f(\gamma) = f(\beta) = 0$ حيث $0.76 < \beta < 0.78$ و $4.19 < \gamma < 4.22$.
أنشئ في المعلم السابق المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f) .

(4) نعتبر الدالة h المعرفة على المجال $\mathbb{R}^*$ ب : $h(x) = -\frac{1}{2}|x| + 2 + \frac{-1 + \ln |x|}{|x|}$.

أ (برهن أن h زوجية ماذا تستنتج بيانيا .

ب (أكتب h دون رمز القيمة المطلقة .

ج (إنطلاقا من التمثيل البياني (C_f) إشرح كيفية إنشاء (C_h) , ثم أرسم (C_h) .

(5) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي عدد و إشارة حلول المعادلة : $h(x) = m$.

انتهى الموضوع الثاني



الموضوع الثالث :

التمرين الأول:

(1) (u_n) متتالية عددية معرفة بعدها الأول $u_0 = 1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + n - 1$.

(أ) برهن أنه من أجل كل $n \geq 3$ فإن $u_n \geq 0$.

(ب) إستنتج أنه من أجل $n \geq 4$ فإن $u_n \geq n - 2$.

(ج) إستنتج نهاية المتتالية (u_n) .

(2) نعرف المتتالية (v_n) كما يلي : $v_n = 4u_n - 8n + 24$ من أجل كل عدد طبيعي n .

(أ) برهن أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و بعدها الأول.

(ب) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n = 7 \left(\frac{1}{2}\right)^n + 2n - 6$.

(ج) تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n = X_n + Y_n$.

حيث (X_n) متتالية هندسية و (Y_n) متتالية حسابية يطلب تعيين الأساس و الحد الأول لكل منهما.

(د) إستنتج بدلالة n عبارة المجموع : $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$.

التمرين الثاني :

نعلم أن فصائل الدم للإنسان أربعة هي : O , A , B , AB تتوزع مجموعة من عشرة أشخاص حسب فصيلتهم الدموية كمايلي:

أربعة أشخاص من فصيلة O وثلاثة من فصيلة A وشخصان من فصيلة B و شخص واحد من فصيلة AB نختار عشوائيا شخصين من هذه المجموعة :

(1) أحسب إحتمال كل من الأحداث :

C : "الشخصان المختاران لهما نفس الفصيلة الدموية".

D : "الشخصان المختاران من فصيلتين دمويتين مختلفتين".

E : "فصيلة أحد الشخصين المختارين هي A فقط".

(2) نرفق الفصيلة O بالعدد 4 الذي يمثل عدد الفصائل التي يمكن أن تتلقى من الفصيلة O وهكذا نرفق الفصيلة A بالعدد 2 والفصيلة B بالعدد 2 والفصيلة AB بالعدد 1.

ليكن X المتغير العشوائي الذي يربط كل اختيار لشخصين بمجموع الرقمين المرفقين بفصيلتهما.



إختبار البكالوريا التجريبية لمدرسة حليات التعليمية //شعبة علوم تجريبية // 2021/2020

(أ) حدد قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X .(ب) أحسب الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X .

التمرين الثالث :

(1) نعتبر العددين المركبين $z_1 = 3 + 2i$ و $z_2 = 1 - 2i$.(أ) تحقق أن : $z_1 + \bar{z}_2 = 4(1 + i)$.(ب) أكتب العدد المركب $z_1 + \bar{z}_2$ على الشكل المثلثي ثم على الشكل الأسّي .(ج) عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون $(z_1 + \bar{z}_2)^n$ حقيقيا .(2) في المستوي المنسوب لمعلم متعامد و متجانس $(O, \vec{u}, \vec{v})$ نعتبر النقط A, B, C, D التي لواحقها على الترتيب

$$z_D = -1 - 6i \text{ و } z_C = 1 - 2i, z_B = -3, z_A = 3 + 2i$$

(أ) عين طولية و عمدة العدد المركب $\frac{z_A - z_C}{z_B - z_C}$ ثم استنتج طبيعة المثلث ABC .(ب) G مرجح الجملة $\{(A; 1), (B; -1), (D; 1)\}$.عين z_G لاحقة النقطة G ثم بين أن $ABDG$ مربع .(3) (Γ) مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق : $\|\vec{MA} - \vec{MB} + \vec{MD}\| = 4\sqrt{5}$ (أ) تحقق أن B تنتمي الى (Γ) .(ب) عين وأنشئ المجموعة (Γ) .

التمرين الرابع :

I. نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ حيث : $g(x) = (x^2 - 1)e^x + 1$.(1) أوجد $g'(x)$ ثم أدرس إشارتها مستنتجا إتجاه تغير الدالة g .(2) أحسب نهايتي الدالة g عند $+\infty$ و $-\infty$ ثم شكل جدول تغيراتها .(3) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلين ، نرمز ب α للحل غير المعلوم حيث : $0.7 < \alpha < 0.8$ (4) إستنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x .II. نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ حيث : $f(x) = x + (x - 1)^2 e^x$.ونسمي (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.(1) أحسب نهايتي الدالة f عند $-\infty$ و $+\infty$.(2) أوجد $f'(x)$ مستنتجا إتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .(3) أثبت أن : $f(\alpha) = \alpha - 1 + \frac{2}{\alpha + 1}$ مستنتجا حصرا للعدد $f(\alpha)$.



إختبار البكالوريا التجريبية لمدرسة حليلات التعليمية //شعبة علوم تجريبية // 2021/2020

- (4) أثبت أن (C_f) يقبل نقطتي إنعطاف مع تحديد فاصلة كل منهما .
- (5) أكتب معادلة المماس (Δ) لـ (C_f) عند نقطة منه $A(1; 1)$.
- (6) بين أن المنحنى (C_f) يقبل (Δ) كمقارب مائل بجوار $-\infty$ ثم حدد وضعيته .
- (7) بين أن (C_f) يقبل مماس (Δ') موازي لـ (Δ) يطلب إيجاد معادلته .
- (8) أرسم كل من (Δ) , (Δ') والمنحنى (C_f) .
- (9) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة : $(x-1)^2 e^x - m = 0$.
- III. نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ حيث : $h(x) = f(x-1) - 1$.
- (1) إستنتج إتجاه تغير الدالة h دون حساب $h'(x)$.
- (2) أوجد عبارة الدالة المشتقة $h'(x)$ مشكلا جدول تغيرات الدالة .
- (3) إستنتج كيفية إنشاء (C_h) بيان الدالة h إنطلاقا من (C_f) . ثم أرسم (C_h) .

انتهى الموضوع الثالث



دورة: 2021

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية

مدرسة حليلات التعليمية
إختبار باكالوريا تجريبي
الشعبة: علوم تجريبية

المدة : 02 سا و 30 د

إختبار البكالوريا التجريبية في مادة : الرياضيات

الموضوع الرابع :

التمرين الأول:

$(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متتالية هندسية حدودها موجبة تماما حيث : $\ln v_2 - \ln v_3 = \ln 2$ و $\ln \sqrt[3]{v_6} + \ln v_2 = 0$.

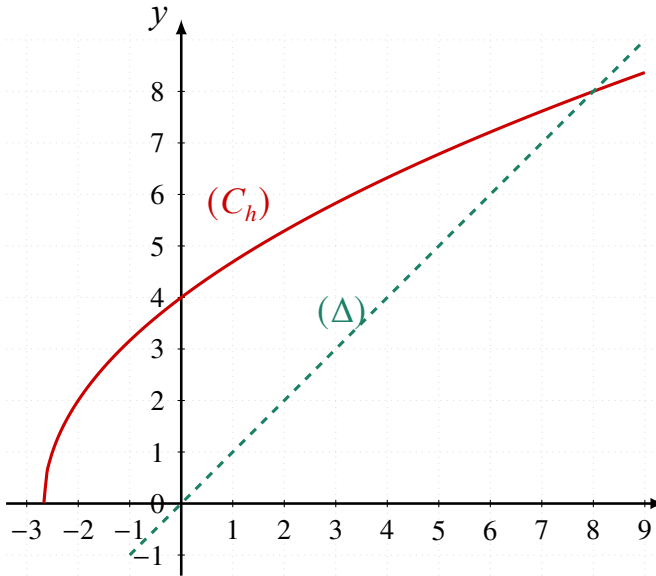
(1) عين أساس المتتالية (v_n) وحدها الأول v_0 ثم أكتب v_n بدلالة n و أدرس تقاربها .

(2) نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بحدها الأول $u_0 = 0$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \sqrt{6u_n + 16}$.

لتكن الدالة h المعرفة على المجال $\left[-\frac{8}{3}; +\infty\right]$ كما يلي :

$h(x) = \sqrt{6x + 16}$ و (C_h) تمثيلها البياني و (Δ) المستقيم ذو المعادلة $y = x$ في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس (أنظر الشكل التالي) .

أعد رسم الشكل المقابل على ورقة الإجابة ثم مثل على محور الفواصل الحدود u_0, u_1, u_2, u_3 . ثم ضع x تخمينا حول إتجاه تغير (u_n) وتقاربها .



(3) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 \leq u_n < 8$ ثم أستنتج إتجاه تغير (u_n) وتقاربها .

(4) أ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 < 8 - u_{n+1} \leq \frac{1}{2}(8 - u_n)$.

ب) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 < 8 - u_n \leq v_n$. ثم إستنتج نهاية المتتالية (u_n) .

التمرين الثاني :

يحتوي كيس على 9 كريات منها : ثلاثة حمراء تحمل الأرقام 1 , 0 , -1 وأربعة بيضاء تحمل الأرقام 1 , 1 , 0 , -1 وكريتين خضراء تحمل الأرقام 0 , -1 نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث كرات من الكيس .

(1) أحسب إحتمال الحوادث التالية :

A : " سحب ثلاث كرات من نفس اللون " .

B : " سحب ثلاث كرات مجموعهم منعدم " .

C : " سحب ثلاث كرات جدائهم عدد سالب " .



إختبار البكالوريا التجريبية لمدرسة حليلات التعليمية //شعبة علوم تجريبية // 2021/2020

(2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب العدد الأصغر من بين الأعداد المسحوبة .

أ) أعط قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X .

ب) أحسب الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X .

ج) أحسب $P(e^X - 1 \leq 0)$.

التمرين الثالث :

I. حل في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة : $(z - 4)(z^2 - 2z + 4) = 0$.

II. في المستوي المركب المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{u}, \vec{v})$. نعتبر النقط A, B, C ذات اللواحق :
 $z_C = 1 - i\sqrt{3}$, $z_B = 1 + i\sqrt{3}$, $z_A = 4$ على الترتيب .

(1) أكتب العدد المركب $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$ على الشكل الأسّي ثم إستنتج طبيعة المثلث ABC .

(2) أكتب الصيغة المركبة للدوران R الذي مركزه O مبدأ المعلم و زاويته $\frac{2\pi}{3}$.

(3) عين لاحقة النقطة D صورة النقطة B بالدوران R ثم عين طبيعة الرباعي $ABDC$.

(4) بين أن العدد L تخيلي صرف حيث : $L = \left(\frac{z_B}{2}\right)^{1441} + \left(\frac{z_C}{2}\right)^{2020}$.

(5) عين (E) مجموعة النقط M من المستوي المركب ذات اللاحقة $z = x + iy$ حيث : $\arg(z - z_A \times L) = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$.

التمرين الرابع :

I. g دالة عددية معرفة على المجال $]0; +\infty[$ حيث : $g(x) = 1 - \frac{x^3}{3} - 2 \ln x$.

(1) أدرس تغيرات الدالة g .

(2) بين أن المعادلة $g(x)$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $1 < \alpha < \sqrt{2}$ ثم إستنتج إشارة $g(x)$.

II. f دالة عددية معرفة على المجال $]0; +\infty[$ حيث : $f(x) = -\frac{x}{3} + \frac{\ln x}{x^2}$ وليكن (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في

المستوي المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$, (وحدة الطول $2cm$)

(1) أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$.

(2) أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0; +\infty[$ فإن : $f(x) = \frac{g(x)}{x^3}$ ثم إستنتج إتجاه تغير f وشكل جدول تغيراتها.



إختبار البكالوريا التجريبية لمدرسة حليلات التعليمية //شعبة علوم تجريبية // 2021/2020

- (3) أ) بين أن المستقيم (Δ) معادلته $y = -\frac{x}{3}$ مقارب للمنحنى (C_f) .
ب) أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .
- (4) أثبت ان المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) ميله $-\frac{1}{3}$ يطلب تعيين معادلته .
- (5) بين أن : $f(\alpha) = \frac{1 - \alpha^3}{2\alpha^2}$.
- (6) أرسم (Δ) , (T) و (C_f) (تعطى $f(\alpha) \approx -0.3$) .
- (7) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة : $f(x) = -\frac{x}{3} + m$.

انتهى الموضوع الرابع



دورة: 2021

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية

مدرسة حليلات التعليمية
إختبار باكالوريا تجريبي
الشعبة: علوم تجريبية

المدة : 02 سا و 30 د

إختبار البكالوريا التجريبية في مادة : الرياضيات

الموضوع الخامس :

التمرين الأول:

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة كما يلي : $u_0 = 0$ و $u_1 = 1$ من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+2} = \frac{2}{5}u_{n+1} - \frac{1}{25}u_n$.
نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = u_{n+1} - \frac{1}{5}u_n$ و $w_n = 5^n \cdot u_n$.

(1) بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{5}$ ثم أكتب v_n بدلالة n .

(2) بين أن (w_n) متتالية حسابية أساسها 5 ثم أكتب w_n بدلالة n .

(3) أ) أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_n$.
ب) عين u_n بدلالة n .

(4) أ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم فإن $0 < u_{n+1} \leq \frac{2}{5}u_n$.

ب) إستنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم فإن $0 < u_n \leq \left(\frac{2}{5}\right)^{n-1}$.

ح) إستنتج نهاية u_n .

التمرين الثاني :

يحتوي كيس على 10 كريات لا نفرق بينهما باللمس موزعة كما يلي :

5 كريات حمراء مرقمة بـ : 1 , 1 , 0 , 2 , 2 و 5 كريات خضراء مرقمة بـ 0 , 0 , 1 , 2 , 2 نسحب عشوائيا 4 كرات في آن واحد .

(1) أحسب إحتمال الحوادث التالية :

A : " الحصول على 4 كريات من نفس اللون ".

B : " الحصول على 4 كريات أرقامها يمكن أن تشكل العدد 2020 ".

C : " الحصول على 4 كريات مجموع أرقامها 4 ".



إختبار البكالوريا التجريبية لمدرسة حليلات التعليمية //شعبة علوم تجريبية // 2021/2020

(2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب 4 كريات الرقم الأكبر من بين الأرقام الأربعة .

(أ) عين قيم المتغير العشوائي X الممكنة ثم عرف قانون احتماله .

(ب) أحسب الامل الرياضياتي للمتغير العشوائي X .

(ج) أحسب احتمال الحدث " $|X - 1| = 1$ " .

التمرين الثالث :

عين الإقتراح الصحيح مع التعليل من بين الإقتراحات التالية :

(1) المعادلة : $z^3 - 2z^2 + 16 = 0$ للمتغير المركب z حيث $z_0 = -2$ حلا لها تقبل ثلاث حلول هي :
(أ) $S = \{-2, 2 + 2i, 2 - 2i\}$ (ب) $S = \{-2, 4 + 2i, 4 - 2i\}$ (ج) $S = \{2, 2 + 2i, 2 - 2i\}$

(2) نعتبر النقطتين A و B ذات اللاحقتين $z_A = 2 + 2i$ و $z_B = 2 - 2i$ المثلث OAB .
(أ) قائم في O (ب) قائم في O ومتساوي الساقين (ج) متساوي الساقين .

(3) نعتبر التحويل النقطي T المعروف بالعبارة المركبة $z' = e^{i\frac{\pi}{3}} z$ طبيعة هذا التحويل .
(أ) تشابه مباشر (ب) تحاكي (ج) دوران .

(4) (Γ) مجموعة النقط M من المستوي والتي تحقق : $z = 1 - 2 + 3e^{i\theta}$, $\theta \in \mathbb{R}$
(أ) نصف مستقيم (ب) مستقيم (ج) دائرة .

التمرين الرابع :

I. نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x) = 2e^{2x} - 5e^x + 2$

(1) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $g(x) = 0$

(2) حل $g(x)$ ثم إستنتج إشارة $g(x)$.

II. نعتبر الدالة f المعرفة على $]-\infty; 0[\cup]0; +\infty[$ كما يلي : $f(x) = 2x + \frac{2e^{-x} - 1}{1 - e^{-x}}$

و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

(1) بين أنه من اجل كل $x \in \mathbb{R}^*$: $f(-x) + f(x) = -3$

(أ) بين أنه من اجل كل $x \in \mathbb{R}^*$: $f(x) = 2x + \frac{2 - e^x}{e^x - 1}$

(ب) أوجد $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$, ثم $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - 2x + 2]$

أوجد $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$, ثم $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - 2x + 1]$

(ج) حدد إشارة $(1 - e^{-x})$ على $\mathbb{R}$ ثم أوجد $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$

(د) إستنتج أن (C_f) يقبل ثلاث مستقيمات مقاربة من بينهما مقاربين مائلين (Δ) و (Δ') يطلب تعيين معادلة كل منهم .



إختبار البكالوريا التجريبية لمدرسة حليلات التعليمية //شعبة علوم تجريبية // 2021/2020

(2) أ) برهن أنه من أجل $x \in \mathbb{R}^*$: $f(x) = \frac{g(x)}{(e^x - 1)^2}$.

أ) إستنتج إتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

(3) أرسم كل من المستقيمات المقاربة والمنحنى (C_f) .

(4) α عدد حقيقي موجب تماما نعتبر المعادلة (1) ذات المجهول الحقيقي x حيث :

(1) $(-2 - \ln \alpha)e^{-x} + 1 + \ln \alpha = 0$.

أوجد قيم α التي من أجلها المعادلة (1) لا تقبل حلا في $\mathbb{R}$.

أ) بيانيا . ب) حسابيا .

انتهى الموضوع الخامس



دورة: 2021

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية

مدرسة حليلات التعليمية
إختبار باكالوريا تجريبي
الشعبة: علوم تجريبية

المدة : 02 سا و 30 د

إختبار البكالوريا التجريبية في مادة : الرياضيات

الموضوع السادس :

التمرين الأول:

(u_n) متتالية المعرفة بحددها الأول $u_0 = 3$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \sqrt{\frac{u_n^2}{2} + \frac{1}{2}}$.

(1) أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $1 \leq u_n \leq 3$.

ب) قارن بين العددين u_n و u_{n+1} ثم إستنتج إتجاه تغير المتتالية (u_n) .

ج) هل المتتالية (u_n) متقاربة , علل إجابتك .

(2) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n كما يلي : $v_n = u_n^2 - 1$.

أ) بين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحددها الأول .

ب) أكتب v_n و u_n بدلالة n ثم أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

ج) أكتب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n = u_n^2 + u_{n+1}^2 + \dots + u_{n+2020}^2$. ثم أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$.

التمرين الثاني :

يحتوي صندوق على 20 كرية مرقمة من 1 إلى 20, لا نفرق بينهما باللمس نسحب من الصندوق عشوائيا 3 وفي آن واحد .

(1) أحسب إحتمال كل من الاحداث التالية :

A : " الحصول على ثلاث كريات أرقامها زوجية " .

B : " الحصول على ثلاث كريات أرقامها تشكل حدود متتالية حسابية أساسها 2 " .

C : " الحصول على ثلاث كريات أرقامها تشكل حدود متتالية هندسية أساسها 2 " .

(2) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكب سحب 3 كريات عدد الأرقام المضاعفة للعدد 5 .

أ) عين قيم المتغير العشوائي X .

ب) حدد قانون الإحتمال المتغير العشوائي X .

ج) أحسب التباين و الإنحراف المعياري للمتغير العشوائي X .



التمرين الثالث :

$$(1) \begin{cases} \alpha - 2\beta = 3 + (2 - \sqrt{3})i \\ \bar{\alpha} + 4\bar{\beta} = -2(1 + \sqrt{3})i \end{cases} : \text{عين العددين المركبين } \alpha \text{ و } \beta \text{ بحيث}$$

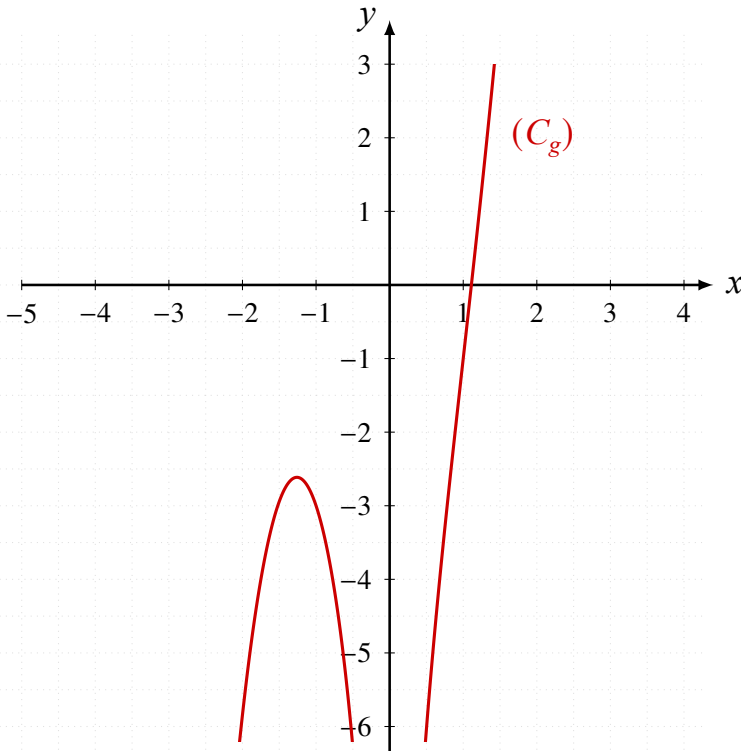
(2) نعتبر النقط A , B و C التي لواحقتها على الترتيب $z_A = 2 + 2i$, $z_B = -\sqrt{2} + \sqrt{6}i$ و $z_C = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{u}, \vec{v})$.

- (أ) أكتب كلا من z_B و z_A على شكل أسي ثم إستنتج ان A و B تنتميان إلى نفس الدائرة .
 (ب) بين أن B هي صورة C بتحويل نقطي يطلب تعيينه ثم علم التوالي النقط A , B و C .
 (ج) اكتب $\frac{z_B}{z_A}$ على شكل أسي ثم على الشكل الجبري ثم إستنتج قيمتي $\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right)$ و $\sin\left(\frac{5\pi}{12}\right)$.
 (3) نعتبر الدوران R الذي مركزه O وزاويته $\frac{\pi}{2}$.

- (أ) عين z_D لاحقة النقطة D صورة B بالدوران R و عين z_E لاحقة النقطة E والتي صورتها C بالدوران R .
 (ب) إستنتج أن (DC) و (EB) متعامدان , ماذا تمثل النقطة C في المثلث BDE .

التمرين الرابع :

I. المنحنى الموالي هو التمثيل البياني للدالة g المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي : $g(x) = 2x^3 - 3 + 3 \ln(x^2)$.



- (1) بقراءة بيانية شكل جدول تغيرات الدالة g .
 (2) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $1.08 < \alpha < 1.09$
 (3) إستنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}^*$.



II. نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي : $f(x) = 2x - \frac{3 \ln(x^2)}{2x^2}$.

و نسمي (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

(1) أ) برهن أنه من أجل كل $x \in \mathbb{R}^*$: $f(x) = \frac{x \times g(x)}{x^4}$.

ب) إستنتج إتجاه تغير f على $\mathbb{R}^*$.

(2) أ) أوجد $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ثم $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

ب) أوجد $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ ماذا تستنتج بياناً .

ج) شكل جدول تغيرات الدالة f .

(3) بين ان : $f(\alpha) = 3\alpha - \frac{3}{2\alpha^2}$ ثم إستنتج حصراً للعدد $f(\alpha)$.

(4) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = 2x$ مقارب للمنحنى (C_f) ثم أدرس وضعية (C_f) بالنسبة لـ (Δ) .

(5) بين انه يوجد مماساً (T) للمنحنى (C_f) يوازي المستقيم (Δ) و يمس (C_f) في نقطتين A و B يطلب تحديد إحداثياتها ، ثم أكتب معادلة لهذا المماس (T) .

(6) أرسم كل من المنحنى (C_f) ، (Δ) ، (T) . يعطى $(f(-\frac{3}{4}) = 0)$.

(7) m وسيط حقيقي نعتبر المعادلة (1) حيث : $-3e^{-m^2}x^2 + 3 \ln(x^2) = 0$

أ) برهن ان حلول المعادلة (1) هي فواصل نقط تقاطع (C_f) والمستقيم الذي معادلته $y = 2x - \frac{3}{2}e^{-m^2}$.

ب) إستنتج بياناً قيم m التي من اجلها المعادلة (1) تقبل أربعة حلول متميزة .

انتهى الموضوع السادس



دورة: 2021

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية

مدرسة حليلات التعليمية
إختبار باكالوريا تجريبي
الشعبة: علوم تجريبية

المدة : 02 سا و 30 د

إختبار البكالوريا التجريبية في مادة : الرياضيات

الموضوع السابع :

التمرين الأول:

عين في كل حالة من الحالات الآتية الاقتراح الوحيد الصحيح مع التبرير :

- 1) مجموعة حلول المعادلة التفاضلية $y' + 3y = 0$ هي :
(أ) $y = Ce^{-3x}$ (ب) $y = Ce^{3x}$ (ج) $y = Ce^{-\frac{1}{3}x}$ (د) $y = Ce^{\frac{1}{3}x}$
- 2) مجموعة حلول المعادلة التفاضلية $y' - 2y = 6$ هي :
(أ) $y = Ce^{2x} + 3$ (ب) $y = Ce^{\frac{1}{2}x} + 3$ (ج) $y = Ce^{2x} - 3$ (د) $y = Ce^{-\frac{1}{2}x} + 3$
- 3) الحل الخاص للمعادلة التفاضلية $-y' + 2y + 3 = 0$ و $f(0) = 1$ هي :
(أ) $y = 3e^{\frac{3}{2}x} - 2$ (ب) $y = \frac{5}{2}e^{2x} - \frac{3}{2}$ (ج) $y = 2e^{2x} - \frac{3}{2}$ (د) $y = e^{2x} + 3$
- 4) العدد $e + \ln(e^2) - 2$ يساوي : (أ) $2 - e$ (ب) 0 (ج) 2 (د) e
- 5) العدد $e^{-3\ln(2)}$ يساوي : (أ) 1 (ب) 8 (ج) $\frac{1}{8}$ (د) $\frac{1}{9}$
- 6) حلول المعادلة : $e^{2x} - 5e^x + 6 = 0$ هي :
(أ) $\{2; 3\}$ (ب) $\{\ln(2); \ln(3)\}$ (ج) $\left\{\ln \frac{1}{2}; \ln \frac{1}{3}\right\}$ (د) $\{e^2; e^3\}$

التمرين الثاني :

يحتوي كيس غير شفاف على 9 كريات (كل الكريات متماثلة لا نفرق بينها عند اللمس) منها 4 كريات سوداء تحمل الرقم λ و 3 كريات صفراء تحمل الرقم $(\lambda - 1)$ حيث $(\lambda$ عدد طبيعي غير معدوم) وكريتين بيضاوين تحملان الرقم 1 نسحب عشوائيا من هذا الكيس ثلاث كريات في آن واحد .

- 1) أحسب إحتمال الأحداث التالية :
A : " سحب على الأكثر كرة بيضاء " .
B : " سحب 3 كريات تحمل نفس تحمل نفس العدد " .
C : " سحب كرتين بالضبط تحمل الرقم $(\lambda - 1)$ " .



إختبار البكالوريا التجريبية لمدرسة حليات التعليمية //شعبة علوم تجريبية // 2021/2020

(2) نعرف X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب مجموع الأرقام المسجلة على الكريات السوداء المسحوبة و الذي يأخذ القيمة 0 اذا كانت كل الكريات ليست سوداء .

- (أ) عين القيم الممكنة للمتغير العشوائي X .
 (ب) عرف قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X .
 (ج) أحسب الأمل الرياضي $E(X)$ للمتغير العشوائي X بدلالة λ ثم حدد قيم λ من أجل $|E(X) - 1| \leq 2$.
- التمرين الثالث :**

1. نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بـ : $u_0 = 4e^3$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = 2\sqrt{u_n}$

- (أ) أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن : $u_n > 4$
 (ب) حدد اتجاه تغير المتتالية (u_n) ماذا تستنتج .

2. نعرف من أجل كل عدد طبيعي n المتتالية (v_n) كما يلي : $v_n = \ln(u_n) - 2 \ln 2$

- (أ) بين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول.
 (ب) أكتب عبارة كل من u_n و v_n بدلالة n ثم أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

3. نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$.

- (أ) عين قيمة العدد الطبيعي n الذي يحقق : $S_n = 6(1 - e^{-2020 \ln 2})$.
 (ب) عبر بدلالة n عن المجموع T_n حيث : $T_n = v_0^2 + v_1^2 + \dots + v_n^2$.

التمرين الرابع :

I. نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x) = \frac{2x^2 - 1}{e^{x^2 - 1}} + 1$

(1) بين ان الدالة g زوجية على $\mathbb{R}$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

(2) بين أن من أجل كل عدد حقيقي x لدينا : $g'(x) = \frac{-4x^3 + 6x}{e^{x^2 - 1}}$

(3) اوجد إشارة $g'(x)$ على $\mathbb{R}$ ثم حدد اتجاه تغير الدالة g

(4) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة g على المجال $[0; +\infty[$

(5) بين أن في المجال $[0; +\infty[$ المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α ثم تحقق أن $0.51 < \alpha < 0.52$

(6) إستنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.



إختبار البكالوريا التجريبية لمدرسة حليات التعليمية //شعبة علوم تجريبية // 2021/2020

II. نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x) = x - \frac{x}{e^{x^2-1}}$.

و نسمي (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$ (وحدة الطول $2cm$) .

(1) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن : $f(x) + f(-x) = 0$ ثم فسر هندسيا النتيجة .

(2) بين أن : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$. ثم إستنتج $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

(أ) بين أن من أجل كل $x \in \mathbb{R}$ فإن : $f(x) = g(x)$

(ب) إستنتج إتجاه تغير الدالة f شكل جدول تغيراتها على $\mathbb{R}$.

(ج) بين أن : $f(\alpha) = \alpha \left(1 + \frac{1}{2\alpha^2 - 1}\right)$ ثم أوجد حصر لـ $f(\alpha)$ ثم $f(-\alpha)$

(د) بين أن (C_f) يقبل 3 نقاط إنعطاف يطلب تحديد إحداثياتها .

(3) (أ) بين ان المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) .

(ب) حدد وضعية (C_f) بالنسبة للمقارب (Δ)

(4) أوجد معادلات كل من المماسات عند تقاطع (C_f) و حامل محور الفواصل .

(5) أرسم كل من (Δ) والمماسات و المنحنى (C_f) .

(6) m وسيط حقيقي ناقش بيانيا حسب قيم m عدد و إشارة حلول المعادلة $f(x) = |m|$.

انتهى الموضوع السابع



دورة: 2021

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية

مدرسة حليات التعليمية
إختبار باكالوريا تجريبي
الشعبة: علوم تجريبية

المدة : 02 سا و 30 د

إختبار البكالوريا التجريبية في مادة : الرياضيات

الموضوع الثامن :

التمرين الأول:

$$\begin{cases} u_0 = e \\ u_{n+1} = \frac{eu_n + 1}{u_n + e}, \quad n \in \mathbb{N} \end{cases} : (u_n) \text{ متتالية عددية معرفة بـ :}$$

(1) عين العددين الحقيقيين a و b بحيث : $u_{n+1} = a + \frac{b}{u_n + e}$

(2) برهن بالتراجع انه من أجل كل عدد طبيعي n : $1 < u_n \leq e$

(3) أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) ثم إستنتج أنها متقاربة .

(4) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n كما يلي : $v_n = \left(\frac{e-1}{e+1}\right)^{n+1}$

(أ) بين ان المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين اساسها وحدها الأول برر لماذا (v_n) متقاربة .

(ب) أحسب بدلالة n المجموع : $T_n = v_n + v_{n+1} + \dots + v_{n+2021}$

(ج) بين بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن : $u_n = \frac{v_n + 1}{1 - v_n}$ ثم أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

(د) أحسب المجموع S_n بدلالة n : $S_n = \frac{1}{u_n + 1} + \frac{1}{u_{n+1} + 1} + \dots + \frac{1}{u_{n+2021} + 1}$ ثم إستنتج $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$

التمرين الثاني :

1. يحتوي وعاء على n كرة بيضاء حيث $(n \geq 2)$ و 5 كرات حمراء و 3 كرات خضراء نسحب عشوائيا وفي آن واحد كرتين من الوعاء .

(أ) ما إحتمال سحب كرتين بيضاويين .

(ب) نسمي $P(n)$ إحتمال سحب كرتين من نفس اللون ، بين ان $P(n) = \frac{n^2 - n + 26}{(n+8)(n+7)}$



إختبار البكالوريا التجريبية لمدرسة حليات التعليمية //شعبة علوم تجريبية // 2021/2020

2. فيما يلي نعتبر $n = 4$ يأتي لاعب و يقوم بنفس التجربة الاولى في البداية يدفع $30DA$, اذا وجدهما من نفس اللون يكسب $40DA$, اذا وجدهما من لونين مختلفين يكسب $5DA$.
و ليكن المتغير العشوائي X هو الربح الصافي للاعب .

(أ) ماهي القيم الممكنة للمتغير العشوائي X

(ب) أكتب قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X , ثم أحسب أمله الرياضي .

3. فيما يلي نعتبر $n = 2$ نسحب من الوعاء عشوائيا كرتين على التوالي و بدون إرجاع .
أحسب إحتمال الحادث :

A : " سحب كرتين من نفس اللون "

B : " سحب كرة خضراء واحدة على الأقل "

التمرين الثالث :

(1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$: $(z - \sqrt{3})(z^2 - \sqrt{3}z + 1)$.

(2) المستوي المركب منسوب إلى معلم $(O, \vec{u}, \vec{v})$, لتكن A , B و C نقط لواحقها على الترتيب $z_A = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$, $z_B = \sqrt{3}$ و $z_C = \overline{z_A}$.

أثبت أن : $z_A^{1962} + z_C^{1440} = 0$ ثم عين قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون $\left(\frac{z_A}{z_C}\right)^n$ حقيقي موجب .

(3) أكتب العدد المركب $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$ على الشكل الأسّي ثم استنتج طبيعة المثلث ABC .

(4) (أ) عين z_E لاحقة النقطة E صورة B بالتشابه المباشر S الذي مركزه A ونسبته 2 و زاويته $\frac{\pi}{3}$.

(ب) بين أن النقط A , C و E في إستقامة .

(5) عين مجموعة النقط M ذات اللاحقة z بحيث يكون $\frac{z - z_A}{z - z_C}$ تخيليا صرفا , $(z \neq z_C)$.

التمرين الرابع:

I. الدالة العددية المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ حيث $g(x) = x^2 + 1 - 2 \ln x$.

(1) أدرس تغيرات الدالة g .

(2) إستنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0; +\infty[$.

II. نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ حيث : $f(x) = x + \frac{1}{x}(1 + 2 \ln x)$.

نسوي (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.



إختبار البكالوريا التجريبية لمدرسة حليلات التعليمية //شعبة علوم تجريبية // 2021/2020

(1) أ) أحسب كلا من : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$.

ب) بين أن f مشتقة الدالة f المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ حيث : $f(x) = \frac{g(x)}{x^2}$

ج) استنتج إتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

(2) أ) بين أن المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y = x$ مستقيم مقارب لـ (C_f) .

ب) أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) . بالنسبة للمستقيم (Δ) .

ج) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $0.5 < \alpha < 0.6$.

(3) أ) عين معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند نقطة منه $A(x; 2)$ مع $x \geq 1$.

ب) حل المعادلة $x^2.g(x) - 2x.g(x) = 0$ ثم بين أن النقطة $B(e; e + \frac{3}{e})$ نقطة إنعطاف للمنحنى (C_f) .

أ) أرسم كلا من (Δ) و (T) و (C_f) .

انتهى الموضوع الثامن



دورة: 2021

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية

مدرسة حليلات التعليمية
إختبار باكالوريا تجريبي
الشعبة: علوم تجريبية

المدة : 02 سا و 30 د

إختبار البكالوريا التجريبية في مادة : الرياضيات

الموضوع التاسع :

التمرين الأول:

I. f دالة معرفة على المجال $]2; +\infty[$ بـ : $f(x) = \frac{\ln(x-1) + x - 1}{\ln(x-1)}$.

(C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$.

2) أدرس إتجاه تغير الدالة f على المجال $]2; +\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها.

3) إستنتج أنه من أجل كل x من $]2; +\infty[$ فإن : $f(x) \geq e + 1$.

4) أنشئ (C_f) في المعلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$ على المجال $]2; +\infty[$.

II. (u_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ بعدها الأول $u_0 = e^2 + 1$ و من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $u_{n+1} = f(u_n)$.

1) برهن بالتراجع أنه من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $u_n \geq e + 1$.

2) أ) بين أنه من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $u_{n+1} - u_n = \frac{(u_n - 1)(1 - \ln(u_n - 1))}{\ln(u_n - 1)}$.

ب) إستنتج إتجاه تغير المتتالية (u_n) .

ج) إستنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة ثم أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

التمرين الثاني :

I. يحتوي صندوق U على 7 كريات حمراء تحمل الأرقام : 0 , 1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6 , و 3 كريات خضراء تحمل الأرقام : -2 , -3 , 4 , لا نفرق بينها باللمس نسحب من هذا الصندوق ثلاث كريات في آن واحد .

1) أحسب إحتمال الحوادث التالية :

A : " الحصول على ثلاث كرات من نفس اللون " .

B : " الحصول على كرتين حمراوين على الأقل " .

C : " الحصول على كرية خضراء على الأكثر و تحمل رقما سالبا " .



إختبار البكالوريا التجريبية لمدرسة حليات التعليمية //شعبة علوم تجريبية // 2021/2020

D : " الحصول على ثلاث كرات جداء أرقامها معدوم " .

E : " الحصول على ثلاث كرات جداء أرقامها عدد سالب " .

II. نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل عدد الكرات الحمراء المتبقية في الصندوق .

(1) ماهي القيم الممكنة للمتغير العشوائي X .

(2) أوجد قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X ثم أحسب أمله الرياضي.

التمرين الثالث :

$$\alpha = \frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2} + i\frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2} \text{ : عدد مركب حيث}$$

(1) عين العدد المركب α^2 ثم أكتبه على الشكل المثلثي ثم الأسّي .

(2) أحسب α^4 ثم بين أن : $\alpha^4 \cdot (\bar{\alpha})^4 = 1$.

(3) نضع : $z = \alpha^4 - 1 - i\sqrt{3}$.

(أ) عين طولية و عمدة z ثم أكتب النتيجة على الشكل المثلثي الأسّي .

(ب) عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون z^n عددا حقيقيا .

(4) بالإعتماد على جواب السؤال الأول :

(أ) عين القيمة المضبوطة لـ $\cos \frac{\pi}{12}$ و $\sin \frac{\pi}{12}$.

(أ) عين القيمة المضبوطة لـ $\cos \frac{11\pi}{12}$ و $\sin \frac{11\pi}{12}$.

التمرين الرابع :

I. g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x) = (4 - 2x)e^x - 4$.

(1) أدرس تغيرات الدالة g وشكل جدول تغيراتها.

(2) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلين أحدهما معدوم والآخر α حيث : $1.59 < \alpha < 1.60$.

(3) إستنتج إشارة $g(x)$.

II. f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x) = \frac{2x-2}{e^x-2x}$.

و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم المتعامد و المتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

(1) بين أن المنحنى (C_f) يقبل عند $-\infty$ و عند $+\infty$ مستقيمين مقاربين معادلتيهما على الترتيب $y = -1$ و $y = 0$.

(2) برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا : $f'(x) = \frac{g(x)}{(e^x - 2x)^2}$.



إختبار البكالوريا التجريبية لمدرسة حليلات التعليمية //شعبة علوم تجريبية // 2021/2020

- (3) إستنتج إشارة $f(x)$ و شكل جدول تغيرات الدالة f .
 - (4) أحسب $f(1)$ ثم إستنتج حسب قيم x إشارة $f(x)$.
 - (5) بين أن : $f(\alpha) = -1 + \frac{1}{\alpha - 1}$ و إستنتج حصر للعدد $f(\alpha)$.
 - (6) أنشئ المستقيمين المقاربين و المنحنى (C_f) .
 - (7) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة : $2x - 2 = (e^x - 2x)m$.
- III. لتكن h الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $h(x) = [f(x)]^2$.
- (1) أحسب $h'(x)$ بدلالة $f'(x)$ و $f(x)$ و إستنتج إشارة $f(x)$.
 - (2) شكل جدول تغيرات الدالة h .
 - (3) أنشئ في نفس المعلم (C_h) .

انتهى الموضوع التاسع



دورة: 2021

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية

مدرسة حليات التعليمية
إختبار باكالوريا تجريبي
الشعبة: علوم تجريبية

المدة : 02 سا و 30 د

إختبار البكالوريا التجريبية في مادة : الرياضيات

الموضوع العاشر :

التمرين الأول:

(1) نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $[0; \sqrt{6}[$ حيث : $f(x) = \frac{3}{\sqrt{6-x^2}}$

- (أ) أدرس إتجاه تغير الدالة f على المجال $[0; \sqrt{6}[$.
(ب) شكل جدول تغيرات الدالة f .

(2) نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ حيث : $\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}, n \in \mathbb{N}$

- (أ) أحسب u_1, u_2 و u_3 ثم ضع تخمينا حول إتجاه تغير و تقارب المتتالية (u_n) .
(ب) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن : $0 \leq u_n \leq \sqrt{3}$
(ج) أثبت أن : (u_n) متزايدة .
(د) إستنتج أن (u_n) متقاربة مع تحديد نهايتها .

(3) لتكن المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ حيث : $v_n = \frac{u_n^2}{3 - u_n^2}$

- (أ) برهن أن (v_n) متتالية حسابية مع تحديد أساسها وحدها الأول .
(ب) أكتب عبارة v_n بدلالة n ثم أحسب نهاية (v_n) .
(ج) أحسب بدلالة n المجموع : $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$
(د) هل توجد قيمة طبيعية لـ n حتى يكون : $S_n = 2021$

(4) نعتبر المتتالية (w_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ حيث : $w_n = e^{v_n}$

- (أ) بين أن (w_n) متتالية هندسية يطلب تحديد أساسها الأول .
(ب) أحسب الجداء P_n بدلالة n حيث : $P_n = w_0 \times w_1 \times \dots \times w_n$
(ج) من أية رتبة لـ n يكون : $P_n \leq 2021$



إختبار البكالوريا التجريبية لمدرسة حليات التعليمية //شعبة علوم تجريبية // 2021/2020

التمرين الثاني :

I. يحتوي صندوق على خمس كرات بيضاء مرقمة بـ 0 , 1 , 1 , 1 , -1 . وخمس كرات سوداء مرقمة بـ 0 , 0 , 1 , 1 , -1 . (كل الكرات لا نفرق بينها باللمس) نسحب عشوائيا من الصندوق ثلاث كرات في آن واحد .

(1) أحسب إحتمال كل حادثة من الأحداث التالية :

A : " الحصول على كرة واحدة بيضاء " .

B : " الحصول على كرة واحدة بيضاء على الأقل " .

C : " الحصول على ثلاث كرات من نفس اللون " .

D : " الحصول على اللونين الأبيض والأسود " .

E : " مجموع أرقام الكرات المسحوبة يساوي 0 " .

(2) بين أن : $P(C \cap E) = \frac{7}{120}$.

II. ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب مجموع أرقام الكرات الثلاث المسحوبة .

(1) ما هي القيم الممكنة للمتغير العشوائي X .

(2) عرف قانون إحتمال المتغير العشوائي X , ثم أحسب أمله الرياضياتي $E(x)$.

التمرين الثالث :

(1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2 - 6z + 10 = 0$ إستنتج في $\mathbb{C}$ حلول المعادلة ذات المجهول z حيث : $(\bar{z} + 2)^2 - 6(\bar{z} + 2) + 10 = 0$

(2) المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{u}, \vec{v})$. النقاط A, B, C, D لاحقاتها :

$z_D = 1 - i$, $z_C = 1 + i$, $z_B = 3 + i$, $z_A = 3 - i$.
عين الكتابة المركبة للدوران R الذي مركزه A و زاويته $\frac{\pi}{2}$.

(3) E النقطة التي لاحقتها $z_E = 7 - 3i$ و صورتها بالدوران R ,

(أ) تحقق أن لاحقة F هي : $z_F = 5 + 3i$.

(ب) عين لاحقة النقطة H صورة F بالإنسحاب الذي شعاعه $\vec{AE}$.

(4) مثل النقاط A, B, E, F, H و عين بدقة طبيعة الرباعي $AEHF$.

(5) (أ) عين المجموعة (Γ) مجموعة النقاط M ذات اللاحقة z حيث : $z = 1 - i + ke^{-i\frac{\pi}{4}}$ و ذلك عندما k يسمح $\mathbb{R}^*$.

(ب) عين المجموعة (E) مجموعة النقاط M ذات اللاحقة z حيث : $|z - 1 - i| = |z - 1 + i|$.



التمرين الرابع :

1. نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ : $g(x) = -x^2 + x - \ln x$

(1) أدرس تغيرات الدالة g .

(2) أحسب $g(1)$ ثم إستنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x .

2. لتكن الدالة h المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ : $h(x) = ax + b + \frac{\ln x}{x}$.

(1) عين قيمتي العددين الحقيقيين a و b حيث المنحنى (C_h) الممثل للدالة h يقبل مماسا موازي لحامل محور الفواصل عند $A(1; -1)$.

3. لتكن الدالة f المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ : $f(x) = -x + \frac{\ln x}{x}$.

و ليكن (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

(1) أحسب نهايتي الدالة f عند 0 و عند $+\infty$.

(2) بين أن المستقيم (Δ) الذي معادلته $y = -x$ مقارب لـ (C_f) بجوار $+\infty$.

(3) أدرس الوضعية النسبية للمنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .

(4) بين أنه من أجل كل x من $]0; +\infty[$ فإن : $f(x) = \frac{g(x)}{x^2}$.

(5) إستنتج إشارة $f'(x)$ مع تحديد إتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

(6) أنشئ المنحنى (C_f) و (Δ) .

انتهى الموضوع العاشر