

① حركة الكواكب والأقمار:

- 1- قوانين نيوتن الثلاث ← الصفحة 02
- 2- قوانين كبلر الثلاث ← الصفحة 02-03
- 3- المراجع العملية ← الصفحة 04
- 4- عبارة السرعة المدارية ← الصفحة 05
- 5- عبارة الدور ← الصفحة 06
- 6- عبارة تسارع الجاذبية g على ارتفاع h وتسارعها على سطح الأرض g_0 ← الصفحة 06
- 7- بعض الأسئلة النظرية ← الصفحة 08

② دراسة السقوط الشاقولي :

- أ- السقوط الشاقولي الحقيقي ← الصفحة 09-13
- ب- السقوط الشاقولي الحر ← الصفحة 13-14

③ دراسة المستوي المائل والأفقي

← الصفحة 15-17

④ تذكير بالحصيلة الطاقوية

← الصفحة 18-19

● القانون الأول (مبدأ العطالة) : في معلم غاليلي (عطالي) ، إذا كان المجموع الشعاعي للقوى الخارجية المؤثرة على جملة ما

$$\sum \vec{F}_{ext} = 0$$

معدوم معناها إما أن تكون هذه الجملة ساكنة أو تتحرك بحركة مستقيمة منتظمة

● القانون الثاني (مبدأ التحريك) : في معلم غاليلي المجموع الشعاعي للقوى المؤثرة على جملة تساوي جداء كتلتها مع تسارع

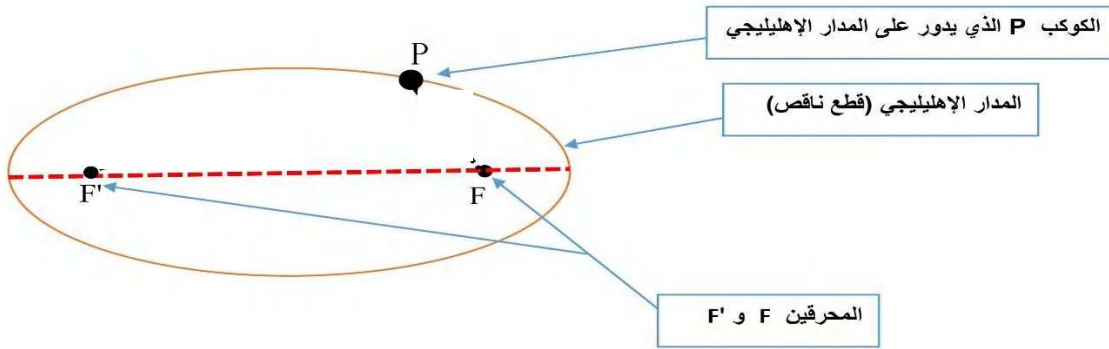
$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$$

مركز عطالتها :

● القانون الثالث (مبدأ الفعلين المتبادلين) : إذا أثرت جملة A على جملة B بقوة $\vec{F}_{A/B}$ فإن الجملة B تقوم بالتأثير على A

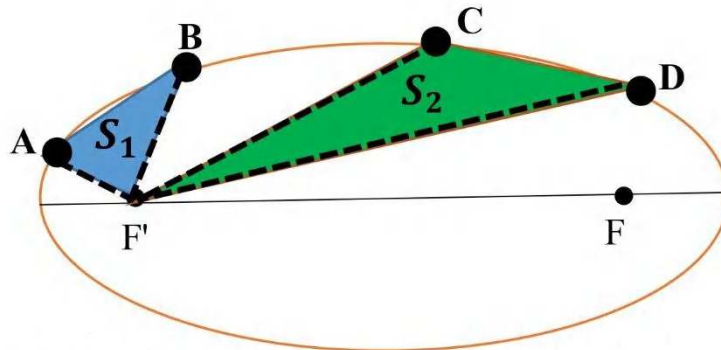
بقوة $\vec{F}_{B/A}$ تُساويها في الشدة وتُعاكسها في الاتجاه ولهما نفس الحامل .

● القانون الأول : في مرجع هيليو مركزي تدور الكواكب حول الشمس في مدارات إهليلجية ، وتقع الشمس في أحد بؤرتيه (محرقيه) F أو F' ، وهو قانون عام (نفس الشيء بالنسبة لدوران الأقمار حول الأرض في مرجع مركزي أرضي حيث الأرض تقع في أحد محرقيه أو دوران أي جسم حول جسم) .



● القانون الثاني لكبلر (قانون المساحات المتساوية) :

● يسمح المستقيم الواصل بين مركز الكوكب ومركز الشمس بمساحات متساوية في فترات زمنية متساوية :

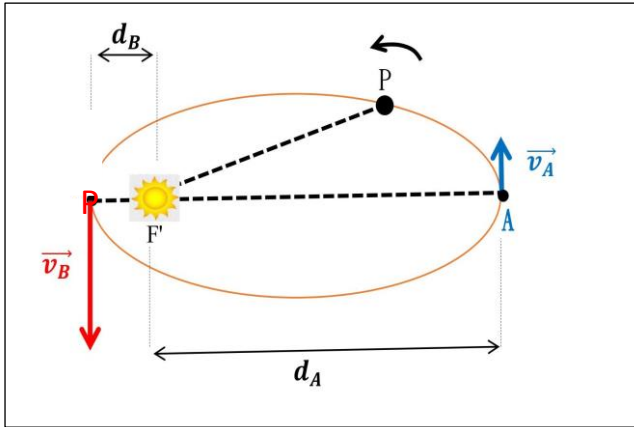


● أي عندما ينتقل الكوكب من النقطة A إلى النقطة B في مدة زمنية t_1 ، فإنه إذا قطع المسافة من C إلى D في نفس المدة الزمنية t_1 معناه أن المساحتين متساويتين : $S_1 = S_2$.

- القانون الثالث لكبلر: خلال حركة كوكب حول الشمس في المدار الإهليلجي ، تكون النسبة بين مُربع الدور T^2 و مُكعب نصف المحور الأكبر a^3 دائما ثابتة : ثابت $\frac{T^2}{a^3}$.

القيمة المتوسطة لنصف القطر المدار الإهليلجي توافق نصف طول المحور الأكبر a نكتب : ثابت $\left(\frac{T^2}{r^3} = \frac{T^2}{(R_T+h)^3} \right)$

◀ توضيح مهم حول حركة الأقمار:



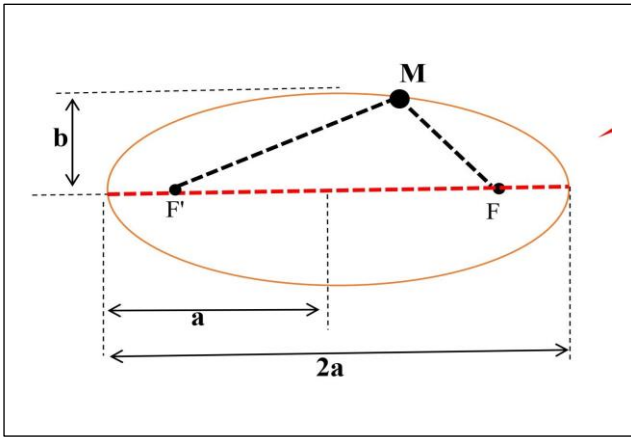
- ① يدور الكوكب P حول الشمس في مدار إهليلجي (الشمس متموضعة في المحرق F' مثلا) ، أقرب نقطة للكوكب من الشمس في المدار هي P وتُسمى : **نقطة الرأس الأقرب** (أو نقطة الحضيض) حيث تكون السرعة في أقصى قيمة لها . أما أبعد نقطة هي A وتُسمى **نقطة الرأس الأبعد** (نقطة الأوج) وتكون السرعة في أصغر قيمة لها .

- ② يتميز المدار الإهليلجي بمحورين أصغر وأكبر :

- a : هو نصف المحور الأكبر .
- $2a$: يمثل طول المحور الأكبر .
- b : نصف المحور الأصغر .

◀ عندما يدور الكوكب حول الشمس وعندما يكون في النقطة M كيفية، فإنه يُحقق العلاقة الهندسية :

$$MF + MF' = 2a$$



المرجع الهيليومركزي (يُسمى كذلك : المرجع المركزي الشمسي أو كوبرنيك) : مرجع عطالي مُزود بمعلم بثلاثة محاور موجبة نحو ثلاثة نجوم نعتبرها ثابتة ، حيث : • مبدؤه مركز الشمس . • يُستعمل في دراسة حركة الكواكب و المذنبات - والتي تتم في مدة زمنية قصيرة مقارنة بمدة دوران الشمس في المجرة (• هو المعلم الغاليلي الأكثر دقة .)	
المرجع الجيومركزي (يُسمى كذلك : المرجع المركزي الأرضي) : مرجع عطالي ، مزود بمعلم بثلاثة محاور موجبة نحو ثلاثة نجوم نعتبرها ثابتة ، حيث : • مبدؤه مركز الأرض . • يُستعمل في دراسة حركة القمر و الأقمار الصناعية - والتي تتم في مدة زمنية قصيرة مقارنة بمدة دوران الأرض حول الشمس (• هو معلم أقل دقة من المعلم المركزي الشمسي .)	المراجع العملية الثلاثة
المرجع السطحي الأرضي : مرجع عطالي مُرتبط بسطح الأرض (أي نقطة على سطح الأرض) : • مبدؤه : أي نقطة على سطح الأرض . • يُستعمل لدراسة مُعظم الحركات على سطح الأرض - و التي تتم في مدة زمنية قصيرة مقارنة بمدة دوران الأرض حول نفسها (• هو المعلم الأقل دقة بين هذه المعالم .)	

4- الدراسة : نعتد في دراستنا هذه إلى 03 قوانين أساسية يجب أن نُحفظ :

◀ قانون القانون 03 لنيوتن : • يُعطى قانون الجذب العام بين جسمين A و B : $F_{A/B} = \frac{G \times m_A \times m_B}{r^2}$ • r : نصف قطر المدار • m_B , m_A : كتلة الكوكبين A و B	◀ التسارع الناطمي a_N : $a_N = \frac{v^2}{r}$ • r : نصف قطر المدار	◀ الدور T : هو زمن دورة واحدة وحدته الثانية حيث : $T = \frac{2\pi r}{v}$ • v : السرعة بالـ m/s
---	---	--

4- عبارة السرعة المدارية v :

• يدور قمر صناعي S كتلته m_S حول الأرض ذات الكتلة M_T بحركة

دائرية منتظمة . حيث $\mathbf{r} = \mathbf{R}_T + \mathbf{h}$

• بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجملة (قمر صناعي) ، حيث

نعتبر أن القمر نقطة مادية أبعاده مُهملة ، في مرجع مركزي أرضي :

$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$ أي $\vec{F}_{T/S} = m\vec{a}$ بالإسقاط على الناظم:

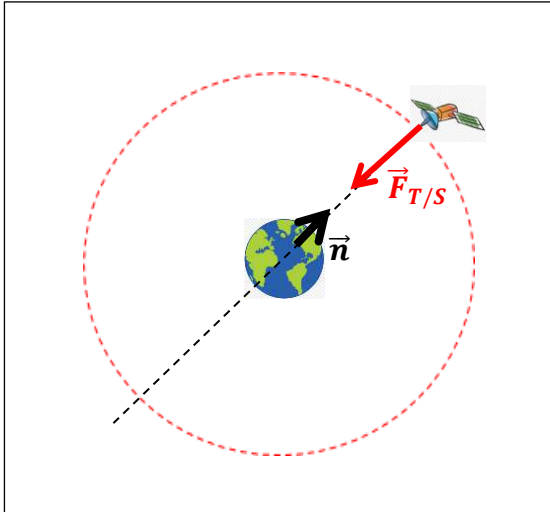
$F_{T/S} = m a_N$ نعوض a_N ، بما يُساويهما :

$$\frac{G \times m_S \times M_T}{r^2} = m_S \times \frac{v^2}{r} \quad \text{يُصبح لدينا :} \quad \frac{G \times M_T}{r} = v^2 \quad \text{أي :} \quad v = \sqrt{\frac{G \times M_T}{r}} \quad (1) \dots\dots\dots$$

• بما ان G ، M_T ، r كلها ثوابت أي أن السرعة ثابتة ولا تتغير (حركة دائرية منتظمة) .

• **ملاحظة :** لو في تمرين تم إعطاؤنا احد التمثيلين وطُلب منا تمثيل على الرسم للقوة $\vec{F}_{T/S}$ وإعطاء عبارتها الشعاعية :

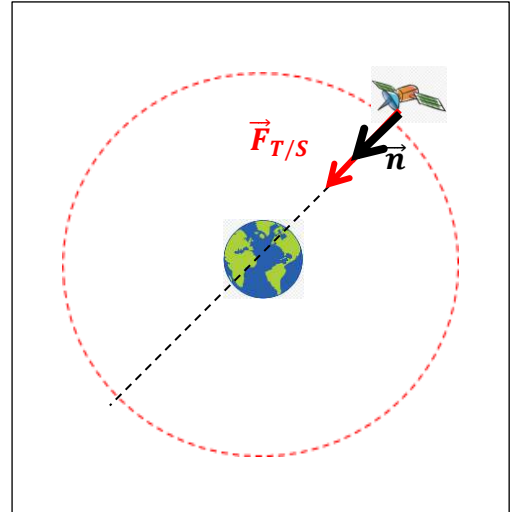
• الحالة (2) : عندما نقوم بتمثيل القوة $\vec{F}_{T/S}$ نجد جبتها عكس جهة شعاع الوحدة $\vec{n}$



• تُكتب العبارة الشعاعية إذن :

$$\vec{F}_{T/S} = - \frac{G \times m_S \times M_T}{r^2} \vec{n}$$

• الحالة (1) : عندما نقوم بتمثيل القوة $\vec{F}_{T/S}$ نجد لديه نفس جهة شعاع الوحدة $\vec{n}$ للمحور الناظمي .



• تُكتب العبارة الشعاعية إذن :

$$\vec{F}_{T/S} = \frac{G \times m_S \times M_T}{r^2} \vec{n}$$

✓ أما عبارة القوة (شدة القوة او طوليلة القوة) هي دائما موجبة لأنها مقدار جبري $F_{T/S} = \frac{G \times m_S \times M_T}{r^2}$

5- عبارة الدور T ، وإثبات قانون كبلر الثالث :

◀ مباشرة بتعويض قيمة السرعة المدارية $v = \sqrt{\frac{G \times M_T}{r}}$ في عبارة الدور $T = \frac{2\pi r}{v}$ نجد :

$$\blacktriangleright T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi r}{\sqrt{\frac{G \times M_T}{r}}} \xrightarrow{\text{نربع الطرفين}} T^2 = \frac{(2\pi r)^2}{\left(\sqrt{\frac{G \times M_T}{r}}\right)^2} \xrightarrow{\text{أي}} T^2 = \frac{(2\pi r)^2}{\frac{G \times M_T}{r}}$$

$$\blacktriangleright T^2 = \frac{4 \times \pi^2 \times r^3}{G \times M_T} \xrightarrow{\text{أي}} T = \sqrt{\frac{4 \times \pi^2 \times r^3}{G \times M_T}} \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{G \times M_T}}$$

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4 \times \pi^2}{G \times M_T} = \text{ثابت} \quad \checkmark \text{ إنطلاقا من عبارة الدور (نربع الطرفين) نستنتج قانون كبلر الثالث}$$

6- عبارة تسارع الجاذبية g (على ارتفاع h) والجاذبية g_0 (على سطح الأرض $h = 0$) :

- كلما إرتفعنا أكثر تنقص الجاذبية والتي تمثل التسارع الناطمي a_n

- وإذا كان الإرتفاع معدوم أي اننا على سطح الأرض أي :

$$a = g_0 = 9,8 \text{ m/s}^2$$

• لدينا : $a = a_n = \frac{v^2}{r}$ وبتعويض عبارة السرعة المدارية:

$$a = \frac{v^2}{r} = \frac{\left(\sqrt{\frac{G \times M_T}{r}}\right)^2}{r}$$

◀ أي :

$$a = \frac{\left(\sqrt{\frac{G \times M_T}{r}}\right)^2}{r} = \frac{\frac{G \times M_T}{r}}{r} = \frac{G \times M_T}{r^2}$$

◀ أي :

$$a = \frac{G \times M_T}{r^2} = \frac{G \times M_T}{(h + R_T)^2}$$

• تسارع الجاذبية هو نفسه التسارع الناطمي أو التسارع (في دراسة حركة الأقمار والكواكب عموما) $a = a_N = g$:

$$a = g = \frac{G \times M_T}{(h + R_T)^2} \dots \dots \dots \textcircled{1}$$

• عبارة التسارع على إرتفاع h :

$$\left(a = g_0 = \frac{G \times M_T}{(0 + R_T)^2} \dots \dots \dots \textcircled{2} \right)$$

• عبارة التسارع على سطح الأرض $(h = 0)$:

◀ نقسم العبارتين ① و ② طرف بطرف نجد :

$$\frac{g}{g_0} = \frac{\frac{G \times M_T}{(h + R_T)^2}}{\frac{G \times M_T}{R_T^2}} = \frac{R_T^2}{(h + R_T)^2}$$

◀ إذن : $g = g_0 \times \frac{R_T^2}{(h + R_T)^2}$ وهي عبارة الجاذبية g من على ارتفاع h بدلالة الجاذبية على سطح الأرض g_0 حيث :
 $g_0 = 9,8 m/s^2$ (تطبيق للفكرة باكالوريا علوم تجريبية 2014 الموضوع 02 التمرين 04)

◀ ملاحظة :

● في التحليل البُعدي في الميكانيك نستعمل الرموز :

رمز البُعد :	في التطبيق العددي في الميكانيك نحول دائما إلى هذه الوحدات :
◀ كتلة (Masse) $[M]$	◀ الكتلة دائما بالـ $[Kg]$
◀ الزمن (Temps) $[T]$	◀ الزمن دائما بالـ $[s]$
◀ طول (Longueur) $[L]$	◀ الطول دائما بالـ $[m]$
	◀ القوة $[F]$
◀ إنطلاقا من القانون الثاني لنيوتن يمكننا إستنتاج مايفاق وحدة النيوتن : $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$ أي :	
$[N] = [Kg] \times [m] \times [s]^{-2}$	

● قيم تقريبية لثوابت مهمة ، تذكرها ينفعك في التأكد من إجابتك :

(في التمارين لا نُقرب نأخذ القيم كما هي ونكتفي ب2 أو ثلاث ارقام بعد الفاصلة)

✓ كتلة الأرض : $M_T \cong 6 \times 10^{24} Kg$

✓ كتلة الشمس : $M_S \cong 2 \times 10^{30} Kg$

✓ قانون كبلر الثالث بالنسبة لدوران الأقمار حول الأرض : $\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G M_T} \cong 1 \times 10^{-13}$

✓ قانون كبلر الثالث بالنسبة لدوران الكواكب حول الشمس : $\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G M_S} = 3 \times 10^{-19}$

◀ المرجع الغاليلي (العطالي) : إذا كان ثابتاً أو يتحرك حركة مستقيمة منتظمة بالنسبة لمعلم آخر.
 ▶ أو باختصار (المرجع الغاليلي : كل مرجع يتحقق فيه مبدأ العطالة)

◀ يمكن اعتبار أن القمر نقطة مادية إذا أمكننا إهمال أبعاده أمام المرجع الذي تُنسب إليه الحركة .

◀ القمر الجيومستقر : هو خاصية جسم يدور حول الأرض في مستوى خط الإستواء في نفس جهة دوران الأرض وله نفس دور دوران الأرض حول نفسها :

- 1- لديه نفس دور الأرض حول نفسها $T \cong 24 h$
- 2- يكون على مستوى خط الإستواء .
- 3- لديه نفس جهة دوران الأرض
- حيث ارتفاعه عن سطح الأرض يساوي تقريباً : $h \cong 36000 km$.

◀ نعتبر المعلم الجيومركزي أنه غاليلي (حتى نتمكن من تطبيق القانون الثاني لنيوتن) يجب أن يكون دور حركة القمر الصناعي صغير جداً مقارنة مع دور حركة الأرض حول الشمس . (أو يمكن أن نقول إذا كانت مدة دراسة حركة القمر الصناعي لا تسمح لمركز الأرض أن يرسم قوساً حول مركز الشمس ، بل مستقيماً لكي لا تكون الحركة دائرية وتتأثر بقوة الناظم أي ليس غاليلي)
 - بإختصار نقول ان مدة الدراسة صغيرة جداً مقارنة بحركة دوران المرجع المدروس .

◀ وحدة ثابت الجذب العام G (تحليل بُعدي) :

● لدينا : $F = \frac{G \times m_A \times m_B}{r^2}$ أي : $G = \frac{F \times r^2}{m_A \times m_B}$ نضع الوحدات : $[G] = \frac{[N] \cdot [m]^2}{[Kg] \times [Kg]}$

- وحدة النيوتن هي : $[N] = Kg \cdot m \cdot s^{-2}$ ◀ يُصبح : $[G] = \frac{[Kg][m] \cdot [s]^{-2} \cdot [m]^2}{[Kg] \times [Kg]}$ ◀ أي : $[G] = \frac{[s]^{-2} \cdot [m]^3}{[Kg]}$

أي : $[G] = [m]^3 \cdot [s]^{-2} \cdot [Kg]^{-1}$

● أما الكتابة بالتحليل البُعدي فقط نعوّض بالرموز : $[G] = [L]^3 \cdot [T]^{-2} \cdot [M]^{-1}$

◀ لا يسقط القمر الصناعي على الأرض : لوجود إستقرار مداري بسبب القوة الطاردة المركزية .

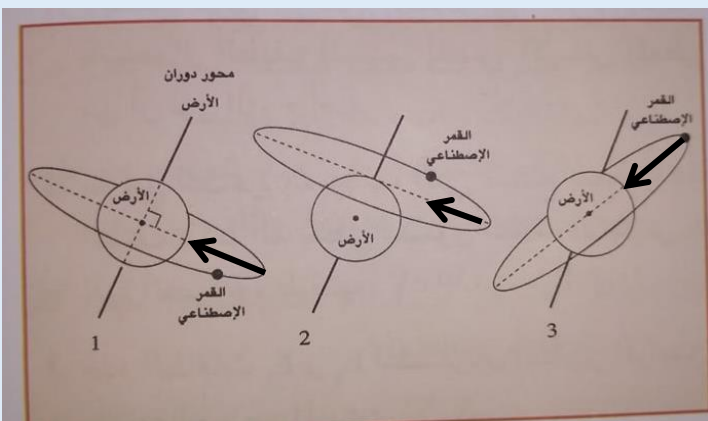
◀ ملاحظة مهمة (كتاب مدرسي صفحة 294)

سؤال 01 : يوجد مسار واحد من بين هذه المسارات يتعارض مع قوانين الميكانيك ؟

الجواب : المدار (02) لا يتماشى مع قوانين نيوتن حيث أن القوة التي تُطبقها الأرض على القمر تكون موجهة نحو مركز الأرض وليس مركز المدار .

سؤال 02 : ماهو المسار الوحيد الذي يُناسب القمر الجيومستقر

الجواب : المدار هو (01) لأنه يشمل خط الإستواء



② السقوط الشاقولي : نقول عن جسم بأنه يسقط سقوطاً شاقولياً في مائع (الهواء) ، إذا كانت حركة مركز عطالته مسارها مستقيماً ونحو الشاقول (عمودية على سطح الأرض) ، ونميز نوعين من السقوط الشاقولي في الدراسة :

السقوط الشاقولي

السقوط الشاقولي الحُر

السقوط الشاقولي حقيقي

• القوى التي تُدرس في السقوط الشاقولي الحقيقي هي :

◀ قوة الثقل $\vec{P}$.

◀ قوة أرخميدس (دافعة أرخميدس) $\vec{\pi}$ أو نرمز لها كذلك $\vec{F}_A$.

(تُهمل في بعض الأحيان)

◀ قوة الاحتكاك مع الهواء $\vec{f}$.

• في السقوط الحُر : نقول عنه حُر إذا كان الجسم لا يخضع إلا لقوة ثقله فقط (تهمل $\vec{f}$ و $\vec{\pi}$ أمام $\vec{P}$) أي أن القوة الوحيدة المؤثرة هي :

◀ قوة الثقل $\vec{P}$.

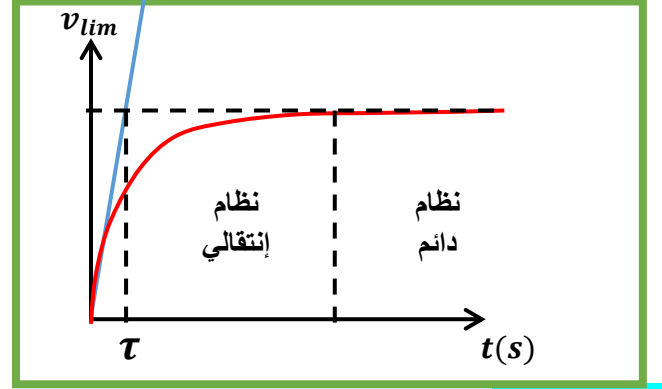
◀ خصائص القوى :

التمثيل	القوة وما يساويها
• دائما تُمثل موجبة نحو الأسفل .	◀ قوة الثقل $\vec{P}$: $P = mg$ • حيث g هي الجاذبية الأرضية ووحدتها : $g = 9,8 \text{ m} \times \text{s}^{-2}$ أو $g = 9,8 \text{ N/Kg}$
• دائما تُمثل موجبة نحو الأعلى .	◀ قوة أرخميدس (دافعة أرخميدس) $\vec{\pi}$ أو نرمز لها كذلك $\vec{F}_A$. $\pi = \rho_{air} \times V \times g$ حيث أن حجم المائع المزاح هو نفسه حجم الجسم $V_S = V_{air} = V$ • ρ_{air} هي الكتلة الحجمية للمائع (الهواء) حيث : $\rho_{air} = \frac{m_{air}}{V}$ • و m_{air} : كتلة المائع المزاح . • حيث الحجم هنا V هو حجم الجسم وهو نفسه حجم المائع المزاح .
• تُمثل عكس اتجاه الحركة : - حالة سقوط الجسم (تُمثل نحو الأعلى) - حالة صعود الجسم (تُمثل نحو الأسفل)	◀ قوة الاحتكاك مع الهواء $\vec{f}$: حيث : $f = Kv$ حالة سرعات صغيرة . $f = Kv^2$ حالة سرعات كبيرة .

أ- السقوط الشاقولي الحقيقي :

- 1- دراسة التجريبية : نقوم بترك كرية بدون سرعة ابتدائية تسقط سقوطا شاقوليا نحو الأسفل :

$v(m/s)$



تمثيل القوى :

◀ في التمثيل دائما تكون القوة p أطول بكثير من القوة π وهذا لأنه من شروط حدوث السقوط أن يكون $P \gg \pi$

• في النظام الدائم	• في النظام الانتقالي	• عند اللحظة $t = 0$
◀ هنا تصبح السرعة ثابتة $v = v_{lim}$ أي مجموع القوى المؤثرة على الجسم معدوم : $P = f + \pi$.	◀ $P > f + \pi$	◀ عند اللحظة $t = 0$ الاحتكاك معدوم : $f = 0$ (لأن السرعة معدومة)

2- الدراسة النظرية : دائما قبل تطبيق قانون الثاني لنيوتن نُحدد المرجع المناسب للدراسة والجسم المدروس (

– المعادلة التفاضلية للحركة : الجسم المدروس هي الجسم الذي يسقط ، المرجع المناسب للحركة هو السطحي الأرض الذي نعتبره عطاليا أثناء مدة الدراسة ، بتطبيق القانون الثاني لنيوتن : $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$ أي : $\vec{P} + \vec{\pi} + \vec{f} = m\vec{a}$

◀ بالإسقاط على المحور (OZ) : $P - \pi - f = ma$ نعوّض كل قوة بما يساويها أي :

- في حالة سرعات صغيرة ($f = kv$)

$$mg - \rho_{air} V g - Kv = m \frac{dv}{dt} \quad \text{نقسم الطرفين على } m \text{ نجد : } g - \frac{\rho_{air} V g}{m} - \frac{K}{m} v = \frac{dv}{dt}$$

$$\frac{dv}{dt} + \frac{K}{m} v = g \left(1 - \frac{\rho_{air} V}{\rho_s} \right) \quad \text{أي } \frac{dv}{dt} + \frac{K}{m} v = g - \frac{\rho_{air} V g}{m} \quad \text{بالتبسيط نجد :}$$

- (حيث أن الكتلة الحجمية للجسم : $\rho_s = \frac{m}{V}$ أي $\frac{1}{\rho_s} = \frac{V}{m}$)
 - المعادلة الأخيرة هي معادلة تفاضلية من الدرجة الأولى للسرعة (السرعة ومشتقتها)

◀ نُميز حالتين :

◀ حالة سرعات كبيرة $f = Kv^2$	◀ حالة سرعات صغيرة $f = Kv$	① المعادلة التفاضلية :
$\frac{dv}{dt} + \frac{K}{m}v^2 = g \left(1 - \frac{\rho_{air}}{\rho_s} \right)$	$\frac{dv}{dt} + \frac{K}{m}v = g \left(1 - \frac{\rho_{air}}{\rho_s} \right)$	• يجب أن لا نخلط بين : V : حجم الجسم (ثابت) v : سرعة الجسم (متغيرة)
◀ لدينا : $\frac{dv}{dt} + \frac{K}{m}v^2 = g \left(1 - \frac{\rho_{air}}{\rho_s} \right)$ ◀ عند ∞ : $\frac{dv}{dt}_{(t \rightarrow \infty)} + \frac{K}{m}v_{lim}^2 = g \left(1 - \frac{\rho_{air}}{\rho_s} \right)$ ◀ $\frac{K}{m}v_{lim}^2 = g \left(1 - \frac{\rho_{air}}{\rho_s} \right)$ ◀ $v_{lim} = \sqrt{\frac{g m}{K} \left(1 - \frac{\rho_{air}}{\rho_s} \right)}$	◀ لدينا : $\frac{dv}{dt} + \frac{K}{m}v = g \left(1 - \frac{\rho_{air}}{\rho_s} \right)$ ◀ عند ∞ : $\frac{dv}{dt}_{(t \rightarrow \infty)} + \frac{K}{m}v_{lim} = g \left(1 - \frac{\rho_{air}}{\rho_s} \right)$ ◀ $\frac{K}{m}v_{lim} = g \left(1 - \frac{\rho_{air}}{\rho_s} \right)$ ◀ $v_{lim} = \frac{g m}{K} \left(1 - \frac{\rho_{air}}{\rho_s} \right)$	② العبارة النظرية للسرعة الحدية v_{lim} تصل السرعة الى قيمتها الحدية في النظام الدائم ، (نستخرجها ببيانها مباشرة بالاسقاط) ، أما نظريا لدينا عند الـ (∞) الميل ينعدم وهو يُمثل التسارع : $a_{\infty} = \frac{dv}{dt}_{(t \rightarrow \infty)} = 0$
◀ نفس الشيء ، ونجد : $\frac{dv}{dt}_{(t=0)} + \frac{K}{m}v^2 = g \left(1 - \frac{\rho_{air}}{\rho_s} \right)$ ◀ $a_0 = g \left(1 - \frac{\rho_{air}}{\rho_s} \right)$	◀ لدينا عند اللحظة $t = 0$ ($v = 0$) $\frac{dv}{dt}_{(t=0)} + \frac{K}{m}v = g \left(1 - \frac{\rho_{air}}{\rho_s} \right)$ ◀ أي : ◀ $a_0 = g \left(1 - \frac{\rho_{air}}{\rho_s} \right)$	③ العبارة النظرية للتسارع الابتدائي a_0 : عند اللحظة ($t = 0$) تكون السرعة الابتدائية معدومة ($v_0 = 0$) ويكون التسارع أعظمي (لأن الميل يكون أعظمي عندها) وهو يُمثل a_0 $a_0 = \frac{dv}{dt}_{(t=0)}$

◀ في حالة سرعات كبيرة: $f = Kv^2$ أي: $K = \frac{f}{v^2}$ ► $[K] = \frac{[N]}{([m] \times [s]^{-1})^2} = \frac{[Kg] \cdot [m] \cdot [s]^{-2}}{[m]^2 \times [s]^{-2}} = Kg \cdot m^{-1}$ ◀ بُعديا: $[K] = M \cdot L^{-1}$	◀ في حالة سرعات صغيرة: $f = Kv$ أي: $K = \frac{f}{v}$ ► $[K] = \frac{[N]}{[m] \times [s]^{-1}} = \frac{[Kg] \cdot [m] \cdot [s]^{-2}}{[m] \times [s]^{-1}} = Kg \cdot s^{-1}$ ◀ بُعديا نكتب: $[K] = M \cdot T^{-1}$	④ التحليل البُعدي لثابت الاحتكاك مع الهواء K • حيث أن: $[N] = Kg \cdot m \cdot s^{-2}$
◀ لدينا: $a_0 = \frac{v_{lim}}{\tau}$ أي: $\tau = \frac{v_{lim}}{a_0}$ ◀ بتعويض v_{lim} و a_0 بما يُساويهم فوق: ► $\tau = \frac{v_{lim}}{a_0} = \frac{\sqrt{\frac{mg}{K} \left(1 - \frac{\rho_{air}}{\rho_s}\right)}}{a_0}$ ◀ لدينا: $a_0 = g \left(1 - \frac{\rho_{air}}{\rho_s}\right)$ ◀ نُعوضها في عبارة v_{lim}: ► $\tau = \frac{\sqrt{\frac{m}{K} a_0}}{a_0}$ ◀ نُرَبّع الطرفين: ► $\tau^2 = \frac{\left(\sqrt{\frac{m}{K} a_0}\right)^2}{a_0^2} = \frac{\frac{m}{K} a_0}{a_0^2} = \frac{m}{K a_0}$ ► $\tau = \sqrt{\frac{m}{a_0 K}}$	◀ لدينا: $a_0 = \frac{v_{lim}}{\tau}$ أي: $\tau = \frac{v_{lim}}{a_0}$ ◀ بتعويض v_{lim} و a_0 بما يُساويهم فوق: ► $\tau = \frac{v_{lim}}{a_0} = \frac{\frac{gm}{K} \left(1 - \frac{\rho_{air}}{\rho_s}\right)}{g \left(1 - \frac{\rho_{air}}{\rho_s}\right)} = \frac{m}{K}$ ⇒ $\tau = \frac{m}{K}$	⑤ ثابت الزمن τ • من المنحنى السرعة الخاص بالسقوط الحقيقي ، المماس عند $(t = 0)$ ، يُمثل التسارع الابتدائي حيث: $a_0 = \frac{dv}{dt}_{(t=0)} = \frac{v_{lim}}{\tau}$ ► $a_0 = \frac{v_{lim}}{\tau}$

● ملاحظات مهمة:

① يمكن كتابة المعادلة التفاضلية بدلالة التسارع:

من المعادلة التفاضلية السابقة $a + \frac{K}{m}v = g \left(1 - \frac{\rho_{air}}{\rho_s}\right) \Leftrightarrow \frac{dv}{dt} + \frac{K}{m}v = g \left(1 - \frac{\rho_{air}}{\rho_s}\right)$

- نشتق الطرفين بدلالة الزمن: $\frac{da}{dt} + \frac{K}{m}a = 0 \Leftrightarrow \frac{da}{dt} + \frac{K}{m} \frac{dv}{dt} = g \left(1 - \frac{\rho_{air}}{\rho_s}\right)$

(وهي معادلة تفاضلية من الدرجة الأولى بدلالة التسارع)

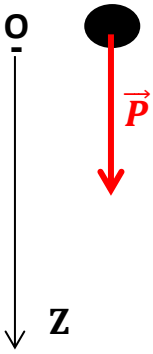
② يمكن كتابة المعادلة التفاضلية بدلالة الإحتكاك: لدينا $f = kv$ أي $v = \frac{f}{k}$ نشتق الطرفين بدلالة الزمن $\frac{dv}{dt} = \frac{1}{k} \frac{df}{dt}$

- من المعادلة التفاضلية السابقة: $\frac{dv}{dt} + \frac{K}{m}v = g \left(1 - \frac{\rho_{air}}{\rho_s}\right)$ بتعويض قيمتي v و $\frac{dv}{dt}$ بما يساويهم:

$$\frac{df}{dt} + \frac{k}{m} f = gk \left(1 - \frac{\rho_{air}}{\rho_s} \right) \quad \Leftrightarrow \quad \frac{1}{k} \frac{df}{dt} + \frac{K}{m} \frac{f}{k} = g \left(1 - \frac{\rho_{air}}{\rho_s} \right) \quad \Leftrightarrow$$

وهي معادلة تفاضلية من الدرجة الأولى بدلالة الإحتكاك

ب -- السقوط الشاقولي الحر: تعريف: "يكون السقوط حُر لجسم صلب في مرجع غاليلي عندما يخضع لقوة ثقله فقط".



◀ الجملة المدروسة هي الجسم الذي يسقط ، المرجع المناسب لدراسة الحركة هو السطحي الأرض الذي نعتبره

عطاليا أثناء مدة الدراسة ، بتطبيق القانون الثاني لنيوتن : $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$

$$\vec{P} = m\vec{a} \quad \text{أي :}$$

◀ بالإسقاط على المحور (OZ) : $P = ma_z$ أي : $mg = ma_z$ أي : $a_z = g$

◀ طبيعة الحركة مُستقيمة مُتغيرة بانتظام .

• المعادلات التفاضلية :

◀ نكتب المعادلة التفاضلية للسرعة انطلاقا من المعادلة $a_z = g$ $\Leftrightarrow \frac{dv_z}{dt} = g$

◀ نكتب المعادلة التفاضلية للفاصلة انطلاقا من المعادلة $a_z = g$ $\Leftrightarrow \frac{d^2z}{dt^2} = g$

• المعادلات الزمنية للحركة :

$a_z = g$ بالمكاملة نتحصل على : $v_z(t) = g \cdot t + v_0$

◀ $v(t) = g \cdot t + v_0$ بالمكاملة نتحصل على :

$$z(t) = g \cdot \frac{t^2}{2} + v_0 \cdot t + z_0$$

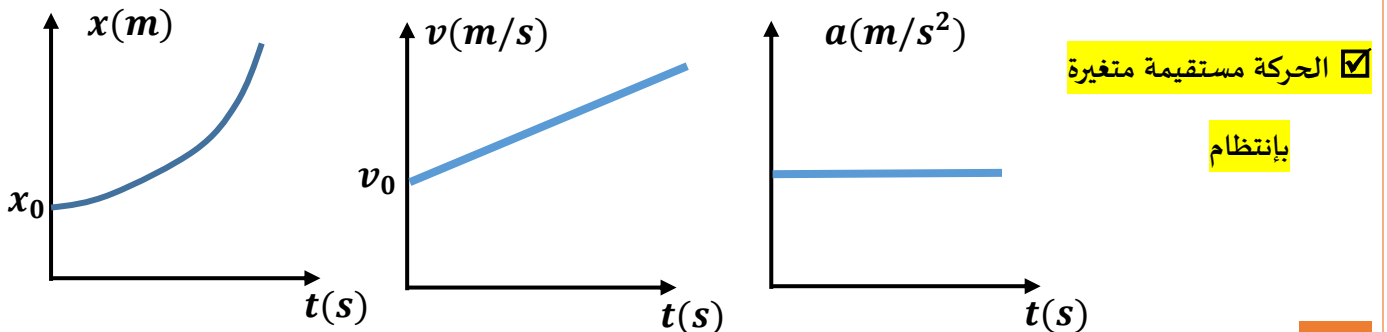
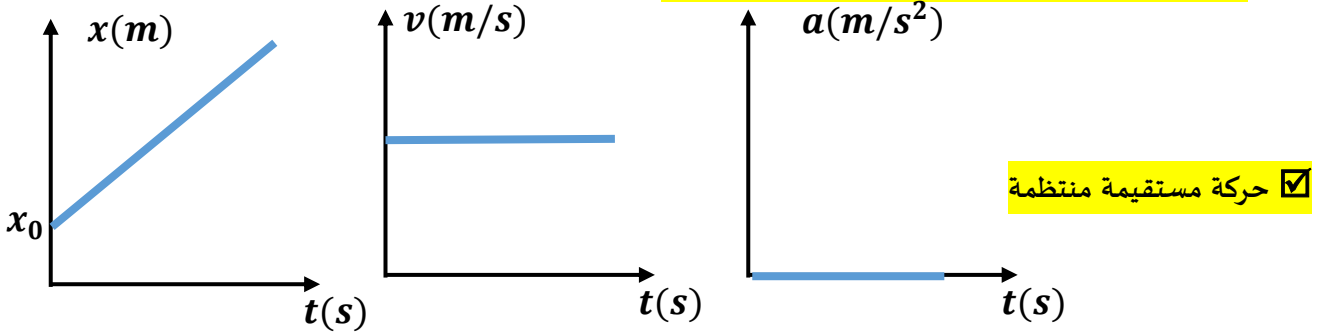
- بصفة عامة نميز حالتين للمعادلات الزمنية للحركة وعلى المحور $x(t)$ مثلا نكتب :

المعادلة الزمنية للمسافة	المعادلة الزمنية للسرعة	التسارع a
$x(t) = vt + x_0$	ثابت v	● الحالة 01 : إذا وجدنا التسارع معدوم ($a = 0$) الحركة مستقيمة منتظمة
$x(t) = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$	$v(t) = at + v_0$ حيث v_0 السرعة الابتدائية وهي توافق السرعة عند لحظة إنطلاق الكرة x_0 : فاصلة المتحرك عند الإنطلاق	● الحالة 02 : إذا وجدنا التسارع ثابت ($a = \text{ثابت}$) الحركة مستقيمة متغيرة بانتظام (متسارعة او متباطئة)

- ملاحظة : في حالة الحركة المستقيمة المتغيرة بانتظام ، إذا اخرجنا قيمة الزمن من عبارة السرعة $v(t) = at + v_0$ ونعوضها في عبارة المسافة $x(t) = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$ وبالتبسيط نستخرج عبارة محذوفية الزمن :

$$v(t)^2 - v_0^2 = 2a(x - x_0)$$

- المنحنيات الموافقة للمعادلات الزمنية في الجدول أعلاه :



• بالنسبة للتسارع عندما يكون ثابت نميز حالتين :

① الحركة مستقيمة متسارعة بانتظام يكون $\vec{a} \times \vec{v} > 0$

② الحركة مستقيمة متباطئة بانتظام يكون $\vec{a} \times \vec{v} < 0$ ، والجدول التالي يوضح هذه الجزئية :

• يجب دراسة الجداء : $\vec{a} \times \vec{v}$

الحركة متباطئة بانتظام	$\vec{v} \times \vec{a} < 0$	الحركة متسارعة بانتظام	$\vec{v} \times \vec{a} > 0$
مثال توضيحي: • كقراءة للمنحنى السرعة تبدأ من القيمة $v_0 = 3 \text{ m/s}$ ثم قيمتها تتناقص باستمرار إلى أن تصل إلى القيمة 0 ، ثم تبدأ تتزايد في الجهة العكسية لذلك تكون بقيم سالبة، نميز مرحلتين (طورين) : $[30\text{s} \leftarrow 0\text{s}]$ و $[60\text{s} \leftarrow 30\text{s}]$: • نحسب التسارع للمرحلتين : (حيث أن التسارع يمثل الميل) ► $a_1 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0-3}{30-0} = -0,1 \text{ m/s}^2$ ► $a_2 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{(-3)-0}{60-30} = -0,1 \text{ m/s}^2$ • (S_1) و (S_2) يُمثلان المسافتين المقطوعتين في كل طور . • طبيعة الحركة :			
التعليل	طبيعتها	المرحلة	
$\vec{a} \times \vec{v} < 0$	◀ حركة مُستقيمة متغيرة بانتظام (متباطئة)	المرحلة (1) $[30 - 0]$	
$\vec{a} \times \vec{v} > 0$	◀ حركة مُستقيمة متغيرة بانتظام (متسارعة)	المرحلة (2) $[60 - 30]$	

③ المستوي المائل والأفقي :

✓ نشاط شامل : التمرين الثالث (التجريبي) باكالوريا علوم تجريبية الموضوع 01 (2019)

التمرين التجريبي: (07 نقاط)

تُعتبر منطقة تيميمون بولاية أدرار المعروفة بالواحة الحمراء مقصداً للسّياح لممارسة رياضة التزحلق على الكثبان الرملية.

يهدف التمرين الى دراسة الحركة المستقيمة لمتزحلق على الرمل.

باستغلال شريط فيديو لمتزحلق (الشخص + لوازمه) تم تصويره من طرف أحد زوار منطقة تيميمون، ندرس الجملة {المتزحلق} التي مركز عطالتها G المنمذجة بنقطة مادية كتلتها m .

المعطيات:

◀ كتلة الجملة $m = 70 \text{ kg}$ ؛

◀ شدة تسارع حقل الجاذبية

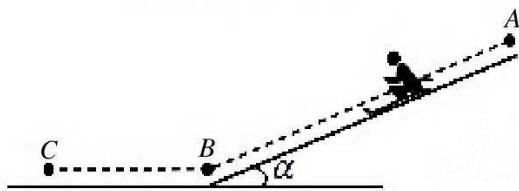
الأرضية $g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ ؛

◀ طول المسار الأفقي $BC = 12 \text{ m}$ ؛

◀ زاوية الميل $\alpha = 41^\circ$.



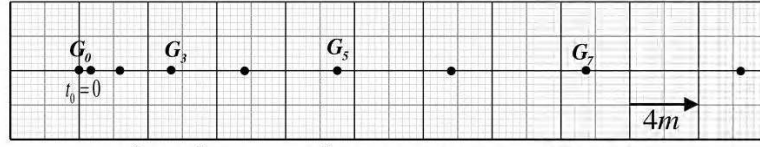
صورة لمتزحلق على الرمل



الشكل 7

1. المرحلة الأولى (المسار AB):

حركة المتزحلق تتم على مستو مائل انطلاقاً من النقطة A دون سرعة ابتدائية الشكل 7. معالجة شريط الفيديو السابق ببرمجية Avistep مكنتنا من تسجيل المواضع المتتالية لمركز عتالة الجملة خلال مجالات زمنية متتالية ومتساوية $\Delta t = 0,8\text{ s}$ الشكل 8.



الشكل 8. تسجيل المواضع المتتالية لمركز عتالة الجملة

1.1. عَرّف المرجع الغاليلي (العتالي).

2.1. احسب قيم السرعة في اللحظات t_3, t_5, t_7 و الموافقة للمواضع G_3, G_5, G_7 على الترتيب.

3.1. ارسم على ورق ميليمتري المنحنى البياني لتطور السرعة اللحظية بدلالة الزمن $v = f(t)$.

4.1. جد بيانياً قيمة تسارع مركز عتالة الجملة a_G واستنتج طبيعة الحركة.

5.1. احسب بيانياً المسافة المقطوعة بين الموضعين G_0 و G_8 .

6.1. بإهمال قوى الاحتكاك على المسار AB:

1.6.1. بتطبيق القانون الثاني لنيوتن، جد عبارة التسارع a'_G واحسب قيمته.

2.6.1. برّر الاختلاف بين قيمتي التسارع المحسوبتين في السؤالين (4.1) و (1.6.1).

2. المرحلة الثانية (المسار BC):

يصل المتزحلق الى النقطة B بسرعة $v_B = 12\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ ويواصل حركته المستقيمة على المستوي الأفقي BC ليتوقف عند الموضع C. تتمدج القوى المعيقة للحركة بقوة وحيدة $\vec{f}$ مماسية للمسار وثابتة في الشدة.

1.2. أحص ومثّل القوى الخارجية المطبقة على مركز عتالة الجملة G.

2.2. جد شدة القوة $\vec{f}$ ، بتطبيق مبدأ إنحفاظ الطاقة للجملة المدروسة.

الحل:

التمرين التجريبي: (07 نقاط)

1. المرحلة الأولى (المسار AB):

1.1. تعريف المرجع الغاليلي: هو كل مرجع يتحقق فيه مبدأ العتالة.

2.1. حساب قيم السرعة اللحظية:

$$2 \times 0.25 \quad v_3 = \frac{G_2 G_4}{2 \cdot \tau} = \frac{1,8 \times 4}{1,6} = 4,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} : G_3 \text{ عند الموضع}$$

$$0.25 \quad v_5 = \frac{G_4 G_6}{2 \cdot \tau} = \frac{3 \times 4}{1,6} = 7,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} : G_5 \text{ عند الموضع}$$

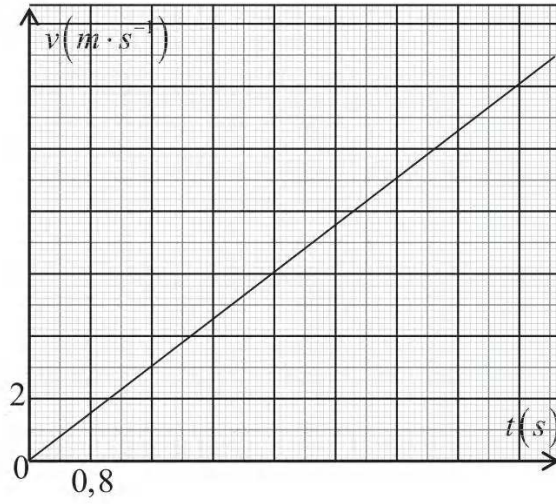
$$0.25 \quad v_7 = \frac{G_6 G_8}{2 \cdot \tau} = \frac{4,2 \times 4}{1,6} = 10,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} : G_7 \text{ عند الموضع}$$

بيان تطور السرعة اللحظية بدلالة الزمن $v = f(t)$:

0.5

4 × 0.25

2x0.25



3x0.25

4.1. قيمة التسارع a بيانياً: $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = 1,88 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ 0.25

- طبيعة الحركة: حركة مستقيمة متسارعة بانتظام. 0.5

0.5

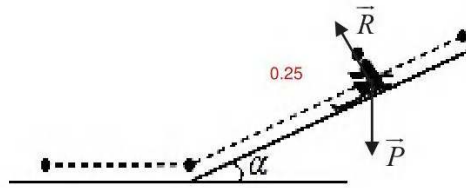
5.1. حساب المسافة المقطوعة بين الموضعين G_0 و G_8 :

- بيانياً: المسافة $G_0 G_8$ قيمتها تساوي عددياً مساحة المثلث المحصور بين اللحظتين $t = 0 \text{ s}$

و $t = 6,4 \text{ s}$ وبالتالي $G_0 G_8 = \frac{12 \times 6,4}{2} = 38,4 \text{ m}$ 0.25

4.75

5x0.25



1.6.1. عبارة التسارع a_G :

الجملة المدروسة: متزلق

المعلم: سطحي أرضي نعتبره عطالياً. 0.25

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن لمركز عطالة

الجملة $\sum \vec{F}_{ext} = m \cdot \vec{a}_G$ 0.25

$\vec{P} + \vec{R} = m \cdot \vec{a}'_G$ بالإنسقاط على محور الحركة: $a'_G = g \cdot \sin \alpha$ 0.25

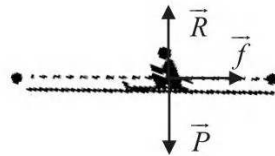
$a'_G = g \cdot \sin \alpha = 9,80 \times \sin(41^\circ) = 6,4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ 0.25

0.5

2.6.1. تبرير اختلاف قيمتي التسارع: القيمة النظرية للتسارع أكبر من القيمة التجريبية يعود

الى وجود قوى معيقة للحركة 0.25

3x0.25



1.2. احصاء وتمثيل القوى الخارجية المطبقة على مركز عطالة الجملة G :

- قوة الثقل $\vec{P}$ 0.25

- قوة رد فعل السطح الأفقي على المتزلق $\vec{R}$ 0.25

- قوة الاحتكاك $\vec{f}$ 0.25

2.25

5x0.25

2.2. ايجاد شدة القوة $\vec{f}$ بتطبيق معادلة انحفاظ الطاقة على الجملة المدروسة:

$E_f = E_i + E_{re} - E_{ced} \Rightarrow E_i - E_{ced} = 0$ 2x0.25

$\Rightarrow \frac{1}{2} m v_B^2 = f \cdot BC$ 2x0.25

$\Rightarrow f = 420 \text{ N}$ 0.25

ملاحظة: تغيير الجملة المدروسة والنتيجة صحيحة 0.50

الطاقة الكامنة المرونية E_{pe}	الطاقة الكامنة الثقالية E_{pp}	الطاقة الحركية E_c
$E_{pe} = \frac{1}{2} kx^2$ $\uparrow$ [joul] $\uparrow$ [N/m] $\uparrow$ [m]	$E_{pp} = mgh$ $\uparrow$ [joul] $\uparrow$ [Kg] $\uparrow$ [m/s ²] $\uparrow$ [m]	$E_c = \frac{1}{2} mv^2$ $\uparrow$ [joul] $\uparrow$ [Kg] $\uparrow$ [m/s]
◀ تتعلق E_{pe} بتشوه النابض : (تزيد E_{pe} عند زيادة x)	◀ تتعلق E_{pp} بالإرتفاع : (تزيد E_{pp} عند زيادة الإرتفاع h)	◀ تتعلق E_c بالسرعة : (تزيد E_c عند زيادة السرعة)

◀ عمل قوة : عمل أي قوة $\vec{F}$ تنتقل من النقطة A الى النقطة B يعطى بالقانون : $W(\vec{F}) = F \times AB \times \cos\alpha$

F: هي القوة بالنيوتن [N] AB: هو الانتقال بالمتر [m] α : هي الزاوية المحصورة بين شعاع الانتقال وشعاع القوة

◀ حالتين خاصتين لعمل قوة :

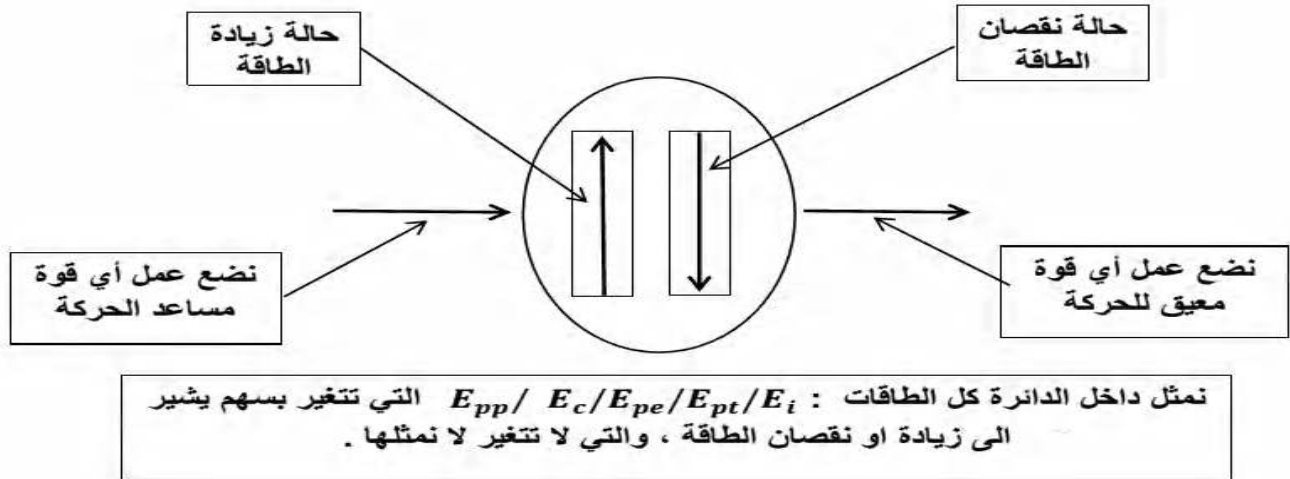
$$W_{A \rightarrow B}(\vec{P}) = m g h_{AB}$$

1 عمل الثقل : لا يتعلق بالمسار بل بموضع البداية والنهاية :

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{f}) = -f \times AB$$

2 عمل قوة الإحتكاك : دائما تكون عكس إتجاه الحركة :

◀ الحصيلة الطاقوية :



◀ معادلة الانحفاظ :

الطاقة الابتدائية للجملة + الطاقة التي تستقبلها - الطاقة التي تقدمها (تفقدتها) = الطاقة النهائية للجملة

$$P = \frac{E}{t}$$

◀ الإستطاعة : تعرف بأنها غزارة تحويل الطاقة

E : الطاقة بالجول [joul] t : الزمن بالثانية [s] فتنتج الاستطاعة بـ [joul/s] وهي توافق الواط [wat]

◀ ملاحظة مهمة في الحصيـلة الطاقوية: لا يُمكن أن نجد في حصيـلة واحدة عمل الثقل والطاقة الكامنة الثقالية معا .

- عمل الثقل يكون مُعيق للحركة في حالة الصعود ويكون مُساعد للحركة في حالة النزول .
- عندما نتحرك على مسار أفقي (دون صعود أو نزول) ، عمل الثقل لا يُعيق ولا يساعد الحركة أي لا يؤثر عليها .

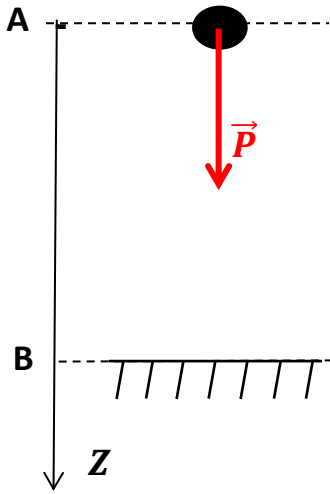
◀ إذا كانت الجملة المختارة (جسم فقط) ، وأرض ليس ضمن الجملة

◀ إذا كانت الجملة المختارة (أرض + جسم) :

◀ هُنا نستعمل E_{pp} في الحصيـلة وعمل الثقل $W(\vec{P})$ لا ندخله في الحصيـلة .

◀ هُنا ندخل عمل الثقل $W(\vec{P})$ ضمن الحصيـلة و E_{pp} لا تدخل في الحصيـلة .

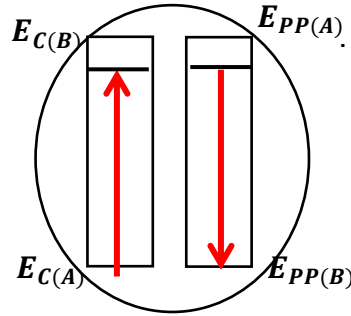
◀ تطبيق على الحصيـلة : دراسة السقوط الحر دراسة طاقوية :



$$E_{pp} = 0 \\ (h = 0)$$

◀ نقوم بترك كرية تسقط بدون سرعة ابتدائية من النقطة A ($v = 0$)

نقوم بتمثيل الحصيـلة الطاقوية للجملة (أرض + كرية) بين الموضعين A و B ، أثناء السقوط :



- الطاقة الحركية تزيد لأن السرعة تزيد $E_{C(B)}$
- الطاقة الكامنة الثقالية تتناقص لأن الارتفاع h يتناقص .

◀ معادلة الإنحفاظ لهذه الحصيـلة : $E_1 + \sum W(\vec{F})_{\text{مُساعدة}} - \sum W(\vec{F})_{\text{مُعيق}} = E_2$

$$m g h = \frac{1}{2} m v^2 \quad \text{أي :} \quad E_{PP(A)} = E_{C(B)} \quad \text{أي :} \quad E_{C(A)} + E_{PP(A)} = E_{C(B)} + E_{PP(B)}$$

$$v^2 = 2 g h \quad \text{أي :} \quad g h = \frac{1}{2} v^2$$