

القسمة في $\mathbb{Z}$. من الصفر الى الاحتراف.

سلسلة تمارين – 01-

تمرين 01:

نعتبر الأعداد الطبيعية a, b, c حيث $a = 2016$ ، $b = 1437$ و $c = 1954$

- (1) عيّن باقي القسمة الإقليدية لكل من الأعداد a, b, c على 5.
- (2) استنتج باقي القسمة الإقليدية لكل من الأعداد $a + b + c$ ، $a \times b \times c$ و b^4 على 5.
- (3) أ) تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $b^{4n} \equiv 1[5]$.
ب) استنتج أن العدد $b^{2016} - 1$ يقبل القسمة على 5.

الحل المفصل على القناة.

Chaine youtube:

Prof-AhmedTrir

- (4) أ) تحقق أن: $c \equiv -1[5]$.
ب) بين أن: $c^{1438} + c^{2017} \equiv 0[5]$.

تمرين 02:

$a = 1428$ ، $b = 2006$ عدنان طبيعيا حيث

- 1/ أ) عيّن باقي القسمة الإقليدية للعدد a على 9
ب) بين أن : $b \equiv -1[9]$

- ج) هل العدنان a و b متوافقان بترديد 9 ؟ برّر إجابتك .
- 2/ أ) ما هو باقي قسمة العدد $(a + b^2)$ على 9 ؟
ب) استنتج باقي قسمة $(a + b^2)$ على 3

تمرين 03:

a, b, c أعداد صحيحة بحيث باقي القسمة الإقليدية للعدد a على 7 هو 3 ، باقي القسمة

الإقليدية للعدد b على 7 هو 4 وباقي القسمة الإقليدية للعدد c على 7 هو 6 .

1- عيّن باقي القسمة الإقليدية على 7 لكل من العددين : $a \times b$ ، $a^2 - b^2$.

2- أ) أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $c^{2n} \equiv 1[7]$.

ب) تحقق أن $48 \equiv 6[7]$ ثم استنتج باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين :

48^{2010} و 48^{2011} على 7.

تمرين 04:

(1) أ) عيّن باقي القسمة الإقليدية لكل من الأعداد 4 ، 4^2 و 4^3 على 9 .

ب) بين أن: من أجل كل عدد طبيعي n ، $4^{3n} \equiv 1[9]$.

ج) استنتج أن: من أجل كل عدد طبيعي n ، $4^{3n+1} \equiv 4[9]$.

(2) تحقق أن: $2020^{1438} \equiv 4[9]$.

(3) بين أن العدد $(2020^{1438} - 2017^2 + 1995)$ يقبل القسمة على 9 .

BAC 2020

تمرين 05:

ليكن العدد الطبيعي $a = 25$

1. أ- تحقق أن : $a \equiv 1[3]$

ب- استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد $2a^2 + 4$ على 3

ج - بين أن : $a^{360} - 5 \equiv 2[3]$

2. (أ) ادرس ، حسب قيم العدد الطبيعي n ، وباقي قسمة العدد 5^n على 3

ب) عيّن قيم العدد الطبيعي n بحيث : $5^n + a^2 \equiv 0[3]$

تمرين 06:

عيّن الاقتراح الصحيح الوحيد ، مع التعليل ، من بين الاقتراحات الثلاثة في كل حالة من الحالات الأربع الآتية:

(1) إذا كان a عددا صحيحا حيث : $a \equiv -1[5]$ فإن:

(أ) $a \equiv 2[5]$ (ب) $a \equiv 6[5]$ (ج) $a \equiv 99[5]$

(2) باقي القسمة الإقليدية للعدد $99 -$ على 7 هو:

(أ) -1 (ب) 6 (ج) 1

(3) من أجل كل عدد طبيعي n ، العدد $10^n - 1$ يقبل القسمة على:

(أ) 3 (ب) 5 (ج) 2

(4) مجموع كل ثلاثة أعداد طبيعية متعاقبة هو دوماً:

(أ) عدد زوجي (ب) مضاعف للعدد 3 (ج) مضاعف للعدد 4

تمرين 07:

a و b عددان صحيحان حيث: $a \equiv 2[7]$ و $b \equiv 6[7]$.

1- عيّن باقي القسمة الإقليدية للعدد $3a + b$ على 7.

2- عيّن باقي القسمة الإقليدية للعدد $a^2 + 3b^2$ على 7.

3- (أ) تحقق أن: $b \equiv -1[7]$.

ب) استنتج باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين b^{2013} و b^{1434} على 7.

4- عيّن الأعداد الطبيعية n بحيث: $(a + b)^n + n \equiv 0[7]$.

Page FB:

Prof AhmedTrir

Chaine youtube:

Prof-AhmedTrir

instagram:

ProfAhmedTrir

تمرين 08:

- 1- هل العددين 2013 و 718 متوافقان بترديد 7 ؟
- 2- أ) عيّن باقي القسمة الإقليدية للعدد 4^6 على 7 .
ب) استنتج أنّه، من أجل كل عدد طبيعي n : $4^{6n} - 1 \equiv 0[7]$.
- 3- أ) عيّن باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين 2013 و 718 على 7 .
ب) بيّن أنّه، من أجل كل عدد طبيعي n ، العدد $3 \times 718^{6n} + 2013$ يقبل القسمة على 7.
- 4- أ) تحقّق أنّ: $1434 \equiv -1[7]$.
ب) عيّن الأعداد الطبيعية n ، الأصغر من 25 ، بحيث: $1434^{2n} + n \equiv 0[7]$.

تمرين 09:

- 1) عيّن باقي القسمة الإقليدية لكل من الأعداد 2^0 ، 2^1 ، 2^2 ، 2^3 و 2^4 على العدد 5 .
- 2) أ) بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n يكون : $2^{4n} \equiv 1[5]$.
ب) استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد 2^{2016} على العدد 5 .
- 3) عيّن قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون : $2^{2016} + 2 + n \equiv 0[5]$.

تمرين 10:

- 1) أ) عيّن باقي القسمة الإقليدية للعدد 4^3 على 9 .
ب) استنتج أنّه من أجل كل عدد طبيعي k : $4^{3k} \equiv 1[9]$.
ج) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 4^n على 9 .
د) عيّن باقي القسمة الإقليدية للعدد 2015^{2016} على 9 .
- 2) أ) بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $8^{2n} \equiv 1[9]$.
ب) عيّن الأعداد الطبيعية n بحيث يكون العدد $8^{2n} + 4^n + 1$ مضاعفاً للعدد 9 .

تمرين 11:

- a و b عددان صحيحان حيث: $a \equiv 14[13]$ و $b \equiv -1[13]$.
- 1) أ) بيّن أنّ باقي القسمة الإقليدية للعددين a و b على 13 هو 1 و 12 على الترتيب .
ب) استنتج باقي القسمة الإقليدية لكل من $a-b$ ، $a+b$ و $2a+b^2$ على 13 .
 - 2) بيّن أنّ العدد $a^{1438} + b^{2017}$ يقبل القسمة على 13 .
 - 3) عيّن الأعداد الطبيعية n بحيث : $b^{2017} + n + 1438 \equiv 0[13]$.

تمرين 12:

- (1) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة 2^n على 5 .
- (2) عيّن العدد الطبيعي a بحيث يكون: $2018 = 4a + 2$.
- (3) بيّن أنّ العدد: $2^{2018} + 2017^8 - 5$ يقبل القسمة على 5.
- (4) أ) تحقّق أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $12^n \equiv 2^n [5]$ و $(-3)^n \equiv 2^n [5]$.
ب) عيّن قيم العدد الطبيعي n بحيث: $12^n + (-3)^n - 4 \equiv 0 [5]$.

تمرين 13:

- a و b عدنان طبيعيين غير معدومين حيث $a = 4b + 6$.
- (1) عيّن باقي القسمة الإقليدية للعدد a على 4 .
- (2) بيّن أنّ a و b متوافقان بترديد 3 .
- (3) نضع $b = 489$.
أ) تحقّق أنّ $a \equiv -1 [13]$.
ب) استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد $a^{2018} + 40^{2968}$ على 13 .
ج) عيّن قيم العدد الطبيعي n حتى يكون العدد $a^{2n} + n + 3$ قابلاً للقسمة على 13 .

تمرين 14:

- 1 – احسب باقي قسمة كل من $3^6, 3^5, 3^4, 3^3, 3^2$ على 7 .
- 2 – عيّن باقي قسمة كل من 3^{6n} و 3^{6n+4} على 7 حيث n عدد طبيعي غير معدوم .
استنتج باقي قسمة 3^{2008} على 7 .
- 3 – بين أن العدد :
 $3 \times 3^{6n+4} - 2 \times 3^{6n} + 4$ يقبل القسمة على 7 من أجل كل عدد طبيعي n .

تمرين 15:

- a ، b و c ثلاثة أعداد طبيعية حيث $a \equiv -5 [7]$ ، $b = 1966$ و $c = 2017$.
- (1) عيّن باقي القسمة الإقليدية لكل من الأعداد a ، b و c على 7 .
- (2) تحقّق أنّ: $b \equiv -1 [7]$.
- (3) اثبت أنّ العدد: $b^{2017} + 3 \times c^{1438} - 2$ يقبل القسمة على 7 .
- (4) تحقّق أنّ: من أجل كل عدد طبيعي k ، $2^{3k} \equiv 1 [7]$ ، ثم استنتج أنّ: $2^{3k+1} \equiv 2 [7]$ و $2^{3k+2} \equiv 4 [7]$.
- (5) عيّن قيم العدد الطبيعي n حتى يكون $2^n + 3$ قابلاً للقسمة على 7 .

تمرين 16:

- a و b عددان طبيعيان حيث: $a = 2010$ و $b = 1431$.
- أ- عيّن باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين a و b على 7.
 - ب- استنتج مما سبق ، باقي القسمة الإقليدية للعدد $(a + 2b)$ على 7.
 - ج- تحقق أن $a^3 \equiv 1[7]$ و $b^3 \equiv 6[7]$ واستنتج أن $a^3 + b^3 \equiv 0[7]$.
2. أوجد الأعداد الطبيعية n التي تحقق : $n + 2010^3 \equiv 1431[7]$.
- ثم استنتج قيم n الأصغر من أو تساوي 16.

تمرين 17:

- 1) أدرس تبعا لقيم العدد الطبيعي n باقي القسمة الإقليدية للعدد 7^n على 9.
- 2) عيّن باقي القسمة الإقليدية للعدد:
 $(1429^{2009} + 2008^{1430})$ على 9
- 3) بين أن العدد A حيث:
 $A = 7^{3n} + 7^{3n+1} + 7^{3n+2} + 6$ يقبل القسمة على 9 من أجل كل عدد طبيعي n .

تمرين 18:

- نعتبر العددين الطبيعيين a و b حيث: $a = 619$ و $b = 2124$
1. بين أن العددين a و b متوافقان بترديد 5.
 2. أ) بين أن: $2124 \equiv -1[5]$.
 - ب) استنتج باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين 2124^{720} و 619^{721} على 5.
 - ج) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن: $2124^{2n} \equiv 1[5]$.
 - د) عيّن قيم العدد الطبيعي n حتى يكون: $2124^{4n} + 619^{4n+1} + n \equiv 0[5]$.

تمرين 19:

1. أدرس تبعا لقيم العدد الطبيعي n باقي قسمة العدد 5^n على 7.
2. عيّن باقي القسمة الإقليدية للعدد 6^{2n} على 7.
3. عيّن قيم العدد الطبيعي n التي يكون من أجلها العدد $(5^n + 6^{2n} + 3)$ قابلا للقسمة على 7.

تمرين 20:

1. أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة العدد 5^n على 7.
2. أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، العدد $(26^{6n+5} + 2 \times 47^{12n+2} + 3)$ يقبل القسمة على 7.
3. عين قيم العدد الطبيعي n التي يكون من أجلها العدد $(26^{6n+5} + 2 \times 47^{12n+2} + 5n)$ قابلاً للقسمة على 7.

تمرين 21:

1. أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 3^n على 10.
2. استنتج باقي القسمة الإقليدية على 10 للعدد $63 \times 9^{2001} - 7^{1422}$.
3. برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n يكون: $3n \times 9^n + 7^{2n+1} \equiv (n-1) \times 3^{2n+1} [10]$.
4. عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون: $3n \times 9^n + 7^{2n+1} \equiv 0 [10]$.

تمرين 22:

1. أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 4^n على 11.
2. برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن العدد الطبيعي k حيث: $k = 15^{5n+1} - 2 \times 26^{5n+2} + 3 \times 125^{5n+3} + 1$ يقبل القسمة على 11.
3. عين قيم العدد الطبيعي n بحيث: $\begin{cases} 15^{5n+1} + 26^{5n+2} + 3n \equiv 0 [11] \\ 8 \leq n \leq 50 \end{cases}$.

بكالوريا تقني رياضي 2010

تمرين 23:

- 1- عين حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 10^n على 13.
- 2- تحقق أن: $(10^{2008})^2 + 10^{2008} + 1 \equiv 0 [13]$.
- 3- عين قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون: $10^{2n} + 10^n + 1 \equiv 0 [13]$.

بكالوريا تقني رياضي 2011

تمرين 24:

- من أجل كل عدد طبيعي n نضع: $A_n = 2^n + 3^n + 4^n + 5^n + 6^n$
- (1) تحقق أن: $4 \equiv -3 [7]$ ثم بين أن: $A_3 \equiv 6 [7]$.
 - (2) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية لكل من العددين 2^n و 3^n على 7.
 - (3) بين أنه إذا كان n فرديا فإن: $A_n + 1$ يقبل القسمة على 7 واستنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد A_{2011} على 7.
 - (4) ما هو باقي القسمة الإقليدية للعدد A_{1432} على 7؟

بكالوريا تقني رياضي 2012

تمرين 25:

- 1- ادرس، حسب قيم العدد الطبيعي n ، بواقي قسمة 9^n على 11.
- 2- ما هو باقي قسمة العدد 2011^{2012} على 11؟
- 3- برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، العدد $(4 \times 9^{15n-1} - 4 \times 2011^{10n} + 2011^{2012})$ يقبل القسمة على 11.
- 4- عيّن الأعداد الطبيعية n بحيث يكون العدد $(2011^{2012} - 2n + 2)$ مضاعفا للعدد 11.

بكالوريا تقني رياضي 2015

تمرين 26:

- (1) أ) عيّن، حسب قيم العدد الطبيعي n ، باقي القسمة الإقليدية للعدد 8^n على 13.
ب) استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد $3 - 2014^{2037} + 42 \times 138^{2015}$ على 13.
- (2) أ) بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $(5n+1) \times 64^n - 5^{2n+3} \equiv (5n+6)8^{2n} [13]$.
ب) عيّن مجموعة قيم العدد الطبيعي n حتى يكون: $(5n+1) \times 64^n - 5^{2n+3} \equiv 0 [13]$.

بكالوريا تقني رياضي 2017

تمرين 27:

- (1) بيّن أن: من أجل كل عدد طبيعي k ، $4^{5k} \equiv 1 [11]$.
- (2) استنتج تبعا لقيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 4^n على 11.
- (3) بيّن أن: من أجل كل عدد طبيعي n ، العدد $(2 \times 2017^{5n+3} + 3 \times 1438^{10n} + 1)$ يقبل القسمة على 11.
- (4) عيّن قيم العدد الطبيعي n التي يكون من أجلها العدد $(2 \times 2017^{5n+2} + n - 3)$ قابلا للقسمة على 11.

بكالوريا تقني رياضي 2017

تمرين 28:

- (1) عيّن، حسب قيم العدد الطبيعي n ، باقي القسمة الإقليدية للعدد 3^n على 5.
- (2) استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد 1437^{2017} على 5.
- (3) برهن أن: من أجل كل عدد طبيعي n ، العدد $(48^{4n+3} - 2 \times 9^{2n+1} + 1)$ مضاعف للعدد 5.
- (4) عيّن الأعداد الطبيعية n حتى يكون العدد $(3^{4n} + 27^n - 4)$ قابلا للقسمة على 5.

القسمة في $\mathbb{Z}$. من الصفر الى الاحتراف.

الحل المفصل على القناة.

Chaine youtube:

Prof-AhmedTrir

سلسلة تمارين – 02-

بكالوريا تقني رياضي 2008-1-

تمارين 01:

 n عدد طبيعي أكبر من 5. a و b عدنان طبيعيان حيث $a = n - 2$ و $b = 2n + 3$ أ - ما هي القيم الممكنة للقاسم المشترك الأكبر للعددين a و b ؟ب - بين أن العددين a و b من مضاعفات 7 إذا فقط إذا كان $n + 5$ مضاعفا للعدد 7 .ج - عيّن قيم n التي يكون من أجلها $PGCD(a; b) = 7$ 2/ نعتبر العددين الطبيعيين p و q حيث :

$$p = 2n^2 - 7n - 15 \text{ و } q = n^2 - 7n + 10$$

أ - بين أن كل من العددين p و q يقبل القسمة على $n - 5$.ب - عيّن تبعا لقيم n وبدلالة n ، $PGCD(p; q)$.

BAC 2020

بكالوريا تقني رياضي 2008-2-

تمارين 02:

نعتبر المعادلة ذات المجهولين الصحيحين x و y : (I) $4x - 9y = 319$.

1) - تأكد أن الثنائية (1, 82) حل للمعادلة (I).

- حل المعادلة (I).

2) عين الثنائيات (a, b) الصحيحة، حلول المعادلة : (II) $4a^2 - 9b^2 = 319$ 3) استنتج الثنائيات (x_0, y_0) حلول المعادلة (I) بحيث x_0 و y_0 مربعين تامين.

بكالوريا تقني رياضي 2009-2-

تمارين 03:

1. حل المعادلة التفاضلية: $y' = (\ln 2)y$ 2. نسمي f الحل الخاص لهذه المعادلة الذي يحقق $f(0) = 1$ ، عيّن عبارة $f(x)$ 3. n عدد طبيعي.أ) ادرس بواقى القسمة الإقليدية على 7 للعدد 2^n .ب) استنتج باقي القسمة الإقليدية على 7 للعدد $f(2009) - 4$.4. أ) احسب، بدلالة n ، المجموع S_n حيث $S_n = f(0) + f(1) + \dots + f(n)$ ب) عيّن قيم العدد الطبيعي n التي يقبل من أجلها S_n القسمة على 7 .

Page FB:

Prof AhmedTrir

Chaine youtube:

Prof-AhmedTrir

instagram:

ProfAhmedTrir

تمرين 04:

بكالوريا تقني رياضي 2010-1

نعتبر العدد الطبيعي n الذي يكتب في نظام العد ذي الأساس 7 كما يلي:

$$n = 11\alpha 00 \text{ حيث } \alpha \text{ عدد طبيعي.}$$

1- عين α حتى يكون n قابلا للقسمة على 3.

2- عين العدد α حتى يكون n قابلا للقسمة على 5.

استنتج قيمة α التي تجعل n قابلا للقسمة على 15.

3- نأخذ $\alpha = 4$ اكتب العدد n في النظام العشري.

الحل المفصل على القناة.

Chaine youtube:

Prof-AhmedTrir

تمرين 05:

بكالوريا تقني رياضي 2010-2

1- عين حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 10^n على 13 .

2- تحقق أن: $(10^{2008})^2 + 10^{2008} + 1 \equiv 0 [13]$.

3- عين قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون: $10^{2n} + 10^n + 1 \equiv 0 [13]$.

تمرين 06:

بكالوريا تقني رياضي 2011-1

أجب بصحيح أو خطأ مع التبرير في كل حالة من الحالات الآتية:

1/ المعادلة: $21x + 14y = 40$ لا تقبل حولا في مجموعة الأعداد الصحيحة

2/ في نظام التعداد ذي الأساس 7 يكون: $3421 + 1562 = 5413$

3/ باقي القسمة الإقليدية للعدد: $3^{2011} + \dots + 3^2 + 1$ على 7 هو: 6

4/ الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

أ- المستوي (ρ) الذي معادلته $2x + y - z + 1 = 0$ والمسقيم (d) الذي يشمل النقطة $A(2; 1; -1)$

و $\vec{u}(1; -1; 1)$ شعاع توجيهه لا يشتركان في أية نقطة.

ب- معادلة المستوي (Q) الذي يشمل مبدأ المعلم O ويوازي المستوي (ρ) هي: $x - y + z = 0$.

تمرين 07:

بكالوريا تقني رياضي 2011-2

من أجل كل عدد طبيعي n نضع: $A_n = 2^n + 3^n + 4^n + 5^n + 6^n$

1) تحقق أن: $4 \equiv -3 [7]$ ثم بين أن: $A_3 \equiv 6 [7]$.

2) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية لكل من العددين 2^n و 3^n على 7.

3) بين أنه إذا كان n فرديا فإن: $A_n + 1$ يقبل القسمة على 7 واستنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد

A_{2011} على 7.

4) ما هو باقي القسمة الإقليدية للعدد A_{1432} على 7؟

الحل المفصل على القناة.

Chaine youtube:

Prof-AhmedTrir

بكالوريا تقني رياضي 2012-1

تمرين 08:

- 1- ادرس، حسب قيم العدد الطبيعي n ، باقي قسمة 9^n على 11.
- 2- ما هو باقي قسمة العدد 2011^{2012} على 11؟
- 3- برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، العدد $(4 \times 9^{15n-1} - 4 \times 2011^{10n} + 2011^{2012})$ يقبل القسمة على 11.
- 4- عين الأعداد الطبيعية n بحيث يكون العدد $(2011^{2012} - 2n + 2)$ مضاعفا للعدد 11.

بكالوريا تقني رياضي 2012-2

تمرين 09:

- نسمى (S) الجملة التالية: $\begin{cases} x \equiv 3 [15] \\ x \equiv 6 [7] \end{cases}$ حيث x عدد صحيح $(x \in \mathbb{Z})$.
- 1- بين أن العدد 153 حل للجملة (S) .
 - 2- إذا كان x_0 حلا لـ (S) ، بين أن: $(x \text{ حل لـ } (S))$ يكافئ $\left(\begin{cases} x - x_0 \equiv 0 [15] \\ x - x_0 \equiv 0 [7] \end{cases} \right)$
 - 3- حل الجملة (S) .
 - 4- يريد مكتبي وضع عدد من الكتب في طب، فإذا استعمل علما تتسع لـ 15 كتابا بقي لديه 3 كتب، وإذا استعمل علما تتسع لـ 7 كتب بقي لديه 6 كتب. إذا علمت أن عدد الكتب التي بحوزته محصور بين 500 و 600 كتابا، ما عدد هذه الكتب؟

بكالوريا تقني رياضي 2013-2

تمرين 10:

- x و y عدنان صحيحان و (E) المعادلة ذات المجهول $(x; y)$ التالية: $11x + 7y = 1$.
- (1) أ) عين $(x_0; y_0)$ ؛ حل المعادلة (E) الذي يحقق: $x_0 + y_0 = -1$.
 - ب) استنتج حلول المعادلة (E) .
 - (2) a و b عدنان طبيعيان و S العدد الذي يحقق: $\begin{cases} S = 11a + 1 \\ S = 7b + 2 \end{cases}$.
 - أ) بين أن $(a; -b)$ حل للمعادلة (E) .
 - ب) ما هو باقي القسمة الإقليدية للعدد S على 77؟
 - (3) n عدد طبيعي باقي قسمته على 11 هو 1 وباقي قسمته على 7 هو 2.
 - عين أكبر قيمة للعدد n حتى يكون $n < 2013$.

الحل المفصل على القناة.

Chaine youtube:

Prof-AhmedTrir

n و p عددان طبيعيان.

(1) أدرس، حسب قيم n ، بواقي القسمة الإقليدية على 16 للعدد 5^n

(2) نضع: $C_n = 16n + 9$ و $D_p = 5^p$

(أ) بيّن أنه إذا كان $p = 4k + 2$ حيث k عدد طبيعي، فإنه يوجد عدد طبيعي n يحقق $C_n = D_p$

(ب) عيّن n من أجل $p = 6$

(3) f هي الدالة المعرفة على المجال $[0; +\infty[$ بـ: $f(x) = 5^{(4x+2)} - 9$

أدرس تغيرات الدالة f ، ثم استنتج إشارة $f(x)$

(4) (u_n) المتتالية المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $u_0 = 1$ و من أجل كل n من $\mathbb{N}$ ، $u_{n+1} = 5^4 \left(u_n + \frac{9}{16} \right) - \frac{9}{16}$

(أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n = \frac{5^{(4n+2)} - 9}{16}$

(ب) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، فإن u_n عدد طبيعي.

(5) استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n)

(1) (أ) عيّن، حسب قيم العدد الطبيعي n ، باقي القسمة الإقليدية للعدد 8^n على 13.

(ب) استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد $3 - 2014^{2037} + 42 \times 138^{2015}$ على 13.

(2) (أ) بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $(5n+1) \times 64^n - 5^{2n+3} \equiv (5n+6)8^{2n} [13]$

(ب) عيّن مجموعة قيم العدد الطبيعي n حتى يكون: $(5n+1) \times 64^n - 5^{2n+3} \equiv 0 [13]$

نعتبر المعادلة (E) ذات المجهول $(x; y)$: $6x - 7y = 19$ حيث x و y عددان صحيحان.

(1) جد الحل الخاص $(x_0; y_0)$ للمعادلة (E) بحيث $x_0 = y_0$ ، ثم حل المعادلة (E) .

(2) استنتج قيم العدد الصحيح λ و التي تُحقّق: $\begin{cases} \lambda \equiv 24 [7] \\ \lambda \equiv 5 [6] \end{cases}$ ، ثم عيّن باقي قسمة العدد λ على 42.

(3) عيّن جميع الثنائيات $(x; y)$ حلول المعادلة (E) حيث: $|x + y - 1| \leq 13$.

(4) أ- ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 5^n على 7.

ب- عيّن مجموعة قيم العدد الطبيعي n التي تُحقّق الجملة: $\begin{cases} n - 5^n \equiv 2020 [7] \\ n \equiv 1437 [6] \end{cases}$

بكالوريا تقني رياضي 2017-1

تمرين 14:

- (1) بين أن: من أجل كل عدد طبيعي k ، $4^{5k} \equiv 1[11]$.
- (2) استنتج تبعا لقيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 4^n على 11 .
- (3) بين أن: من أجل كل عدد طبيعي n ، العدد $(2 \times 2017^{5n+3} + 3 \times 1438^{10n} + 1)$ يقبل القسمة على 11 .
- (4) عين قيم العدد الطبيعي n التي يكون من أجلها العدد $(2 \times 2017^{5n+2} + n - 3)$ قابلا للقسمة على 11 .

بكالوريا تقني رياضي 2017-2

تمرين 15:

- (1) عين، حسب قيم العدد الطبيعي n ، باقي القسمة الإقليدية للعدد 3^n على 5 .
- (2) استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد 1437^{2017} على 5 .
- (3) برهن أن: من أجل كل عدد طبيعي n ، العدد $(48^{4n+3} - 2 \times 9^{2n+1} + 1)$ مضاعف للعدد 5 .
- (4) عين الأعداد الطبيعية n حتى يكون العدد $(3^{4n} + 27^n - 4)$ قابلا للقسمة على 5 .

بكالوريا تقني رياضي 2019-1

تمرين 16:

- (u_n) و (v_n) المتتاليتان العدديتان المعرفتان على $\mathbb{N}$ كما يلي :
- $$v_n = u_n - 3n + 1 \quad \text{و} \quad \begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = 7u_n - 18n + 9 \end{cases}$$
- (1) أثبت أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول .
 - (2) اكتب v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n .
 - (3) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$.
 - (4) أ) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية لـ 7^n على 9 .
ب) ما هو باقي القسمة الإقليدية على 9 للعدد $1442^{2019} + 1962^{1954} + 1954^{1962}$ ؟
ج) أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $6S_n - 7u_n \equiv 0[9]$.

الحل المفصل على القناة.

Chaine youtube:

Prof-AhmedTrir

- (1) نعتبر المعادلة ذات المجهول (x, y) : $(E) : 5x - 3y = 1$ حيث x و y عدنان صحيحان.
 (أ) تحقق أن الثنائية $(6n + 2; 10n + 3)$ حل للمعادلة (E) حيث n عدد طبيعي.
 (ب) استنتج أن العددين $10n + 3$ و $6n + 2$ أوليان فيما بينهما.
 (2) نضع $a = 10n + 3$ و $b = 3n + 5$ وليكن d القاسم المشترك الأكبر للعددين a و b .
 (أ) بين أن $d = 1$ أو $d = 41$.
 (ب) بين أنه إذا كان $d = 41$ فإن $n \equiv 12[41]$.
 (3) ليكن العدنان الطبيعيان $A = 20n^2 + 36n + 9$ و $B = 6n^2 + 19n + 15$.
 (أ) بين أن العددين A و B يقبلان القسمة على $2n + 3$.
 (ب) جد بدالة n و حسب قيم n القاسم المشترك الأكبر للعددين A و B .

شعبة : رياضيات

- نعتبر المعادلة (E) ذات المجهولين الصحيحين x و y حيث: $3x - 21y = 78$
 (1) أ- بين أن (E) تقبل حولا في $\mathbb{Z}^2$.
 ب- أثبت أنه إذا كانت الثنائية (x, y) من $\mathbb{Z}^2$ حلا للمعادلة (E) فإن $x \equiv 5[7]$
 استنتج حلول المعادلة (E) .
 (2) أ- لدرس، حسب قيم العدد الطبيعي n ، بواقي القسمة الإقليدية للعدد 5^n على 7.
 ب- عين الثنائيات (x, y) من $\mathbb{N}^2$ التي هي حلول للمعادلة (E) وتحقق $5^x + 5^y \equiv 3[7]$

- x عدد طبيعي أكبر من 1 و y عدد طبيعي.
 A عدد طبيعي يكتب في نظام التعداد ذي الأساس x بالشكل $A = 5566$
 (1) أ- أنشر العبارة $(5x^2 + 6)(x + 1)$ ثم أوجد علاقة تربط بين x و y إذا علمت أن
 $A = (5x^2 + 6)(2 + 2y)$.
 ب- احسب x و y إذا علمت أن x عدد أولي أصغر من 12، ثم اكتب تبعا لذلك
 العدد A في نظام التعداد العشري.
 (2) أ- عين الأعداد الطبيعية التي مربعاتها تقسم العدد 584.
 ب- عين الأعداد الطبيعية a و b حيث $a > b$ التي تحقق:

$$\begin{cases} a + b = 32 \\ a^2 + b^2 = 584 \end{cases}$$

1. نعتبر المعادلة: (1) $7x + 65y = 2009$ ، حيث: x و y عدنان صحيحان.
(أ) بَيِّنْ أَنَّهُ إِذَا كَانَتِ الثَّانِيَةُ (x, y) حلاً للمعادلة (1) فَإِنَّ y مضاعف للعدد 7.
(ب) حل المعادلة (1).
2. ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 2^n على 9.
3. عَيِّنْ قيم العدد الطبيعي n بحيث يقبل العدد $2^{6n} + 3n + 2$ القسمة على 9.
4. نضع من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n = 2^{6n} - 1$.
(أ) تحقق لَنَ u_n يقبل القسمة على 9 .
(ب) حل المعادلة: (2) $(7u_1)x + (u_2)y = 126567$ ذات المجهول (x, y) ، حيث: x و y عدنان صحيحان.
(ج) عَيِّنْ الثَّانِيَةَ (x_0, y_0) حل (2) حيث x_0 و y_0 عدنان طبيعيان مع $y_0 \geq 25$.

- 1- برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، العدد $3^{3n} - 1$ يقبل القسمة على 13.
- 2- استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، يقبل كل من العددين $3^{3n+1} - 3$ و $3^{3n+2} - 9$ القسمة على 13.
- 3- عَيِّنْ ، حسب قيم n ، باقي القسمة الإقليدية للعدد 3^n على 13 ، واستنتج باقي قسمة 2005^{2010} على 13.
- 4- نضع من أجل كل عدد طبيعي p : $A_p = 3^p + 3^{2p} + 3^{3p}$.
أ- من أجل $p = 3n$ ، عَيِّنْ باقي القسمة الإقليدية للعدد A_p على 13.
ب- برهن أنه إذا كان $p = 3n + 1$ فإن A_p يقبل القسمة على 13.
ج- عَيِّنْ باقي القسمة الإقليدية للعدد A_p على 13 من أجل $p = 3n + 2$.
- 5- يكتب العدنان الطبيعيان a و b في نظام العد ذي الأساس 3 كما يلي:
$$b = \overline{1000100010000} \quad \text{و} \quad a = \overline{1001001000}$$

أ- تحقق أن العددين a و b يكتبان على الشكل A_p في النظام العشري.
ب- استنتج باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين a و b على 13 .

الحل المفصل على القناة.

Chaine youtube:

Prof-AhmedTrir

تمرين 05:

-1-2011

(U_n) متتالية حسابية متزايدة تماما حدودها أعداد طبيعية تحقق:

$$\begin{cases} m = \text{PPCM}(U_3, U_5) \\ d = \text{PGCD}(U_3, U_5) \end{cases} \quad \text{حيث:} \quad \begin{cases} U_4 = 15 \\ m + d = 42 \end{cases}$$

1/ عيّن الحدين U_3 و U_5 ثم استنتج U_0

2/ اكتب U_n بدلالة n ، ثم بيّن أن: 2010 حد من حدود (U_n) وعيّن رتبته.

3/ عين الحد الذي ابتداء منه يكون مجموع 5 حدود متعاقبة من (U_n) يساوي 10080

4/ n عدد طبيعي غير معلوم.

أ) احسب بدلالة n المجموع S حيث: $S = U_0 + U_1 + U_2 + \dots + U_{2n}$

ب) استنتج بدلالة n المجموعين S_1 و S_2 حيث: $S_1 = U_0 + U_2 + U_4 + \dots + U_{2n}$

$$S_2 = U_1 + U_3 + U_5 + \dots + U_{2n-1}$$

تمرين 06:

-2-2011

1) نعتبر المعادلة: (E) $13x - 7y = -1 \dots$ حيث: x و y عدنان صحيحان.

حل المعادلة (E).

2) عيّن الأعداد الصحيحة النسبية a بحيث: $\begin{cases} a \equiv -1[7] \\ a \equiv 0[13] \end{cases}$

3) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n ، بواقي القسمة الإقليدية للعدد 9^n على كل من 7 و 13.

4) ليكن العدد الطبيعي b المكتوب، في نظام التعداد ذي الأساس 9، كما يلي: $\overline{\alpha 00 \beta 086}$

حيث: α و β عدنان طبيعيان؛ $\alpha \neq 0$.

عيّن α و β حتى يكون b قابلا للقسمة على 91.

تمرين 07:

-1-2012

1) نعتبر في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة ذات المجهول $(x; y)$ التالية: (1) $2011x - 1432y = 31 \dots$

أ- أثبت أن العدد 2011 أولي.

ب- باستعمال خوارزمية إقليدس، عيّن حلا خاصا $(x_0; y_0)$ للمعادلة (1)، ثم حل المعادلة (1).

2) أ- عيّن، حسب قيم العدد الطبيعي n ، باقي القسمة الإقليدية للعدد 2^n على 7، ثم جد باقي القسمة الإقليدية

للعدد $2011^{1432 \cdot 2012}$ على 7.

ب- عيّن قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها يكون: $2010^n + 2011^n + 1432^n \equiv 0[7]$.

3) N عدد طبيعي يكتب $2\gamma\alpha\beta$ في نظام التعداد الذي أساسه 9 حيث: γ, β, α بهذا الترتيب تشكل حدودا

متتابة من متتالية حسابية متزايدة تماما و $(\beta; \gamma)$ حل للمعادلة (1).

عيّن α ، β و γ ، ثم اكتب N في النظام العشري.

تمرين 08:

-2-2012-

(u_n) هي المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $u_0 = 16$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = 6u_n - 9$.

1) أ- احسب بواقي قسمة كل من الحدود u_0, u_1, u_2, u_3, u_4 على 7.

ب- خمن قيمة للعدد a وقيمة للعدد b بحيث: $u_{2k} \equiv a[7]$ و $u_{2k+1} \equiv b[7]$.

2) أ- برهن أنه، من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+2} \equiv u_n[7]$.

ب- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي k ، $u_{2k} \equiv 2[7]$ ، ثم استنتج أن: $u_{2k+1} \equiv 3[7]$.

3) نضع من أجل كل عدد طبيعي n ، $v_n = u_n - \frac{9}{5}$.

أ- بين أن المتتالية (v_n) هندسية، يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

ب- احسب، بدلالة n ، كلا من u_n و S_n حيث: $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$.

تمرين 09:

-1-2013-

1. n عدد طبيعي. نعتبر العددين الصحيحين α و β ، حيث: $\alpha = 2n^3 - 14n + 2$ و $\beta = n + 3$.

أ- بين أن: $PGCD(\alpha; \beta) = PGCD(\beta; 10)$. (يرمز $PGCD$ إلى القاسم المشترك الأكبر)

ب- ما هي القيم الممكنة للعدد $PGCD(\alpha; \beta)$ ؟

ج- عيّن مجموعة قيم العدد الطبيعي n ، بحيث يكون: $PGCD(\alpha; \beta) = 5$.

2. أ- ادرس، حسب قيم العدد الطبيعي n ، بواقي القسمة الإقليدية للعدد 4^n على 11.

ب- عيّن مجموعة قيم العدد الطبيعي n التي تحقق الجملة التالية: $\begin{cases} 4^{5n} + 4^n + n \equiv 0[11] \\ n \equiv 2[10] \end{cases}$

تمرين 10:

-2-2013-

1. أ- عيّن الأعداد الطبيعية n التي تحقق: $2n + 27 \equiv 0[n+1]$.

ب- عيّن الثنائيات $(a; b)$ من الأعداد الطبيعية، حيث: $(b-a)(a+b) = 24$.

ج- استنتج طريقة لرسم قطعة مستقيمة طولها $\sqrt{24}$.

2. α و β عددان طبيعيين مكتوبان في النظام ذي الأساس خمسة على الشكل $\alpha = 10141$ و $\beta = 3403$.

أ- اكتب العددين α و β في النظام العشري.

ب- عيّن الثنائية $(a; b)$ من الأعداد الطبيعية حيث: $\begin{cases} b^2 - a^2 = 24 \\ \alpha a - \beta b = 9 \end{cases}$

3. أ- عيّن القاسم المشترك الأكبر للعددين 2013 و 1434، ثم استنتج القاسم المشترك الأكبر للعددين 671 و 478.

ب- حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة ذات المجهول (x, y) التالية: $2013x - 1434y = 27$.

الحل المفصل على القناة.

Chaine youtube:

Prof-AhmedTrir

تمرين 11:

1-2014

1) نعتبر المعادلة $(E): 2013x - 1962y = 54$ حيث x و y عدنان صحيحان .

(أ) احسب $PGCD(2013, 1962)$

(ب) استنتج أن المعادلة (E) تقبل حلولاً .

(ج) بين أنه إذا كانت الثنائية (x, y) حلاً للمعادلة (E) فإن: $x \equiv 0[6]$

(د) استنتج حلاً خاصاً (x_0, y_0) حيث $74 < x_0 < 80$ ثم حل المعادلة (E)

2) نرمز بالرمز d إلى القاسم المشترك الأكبر للعددين x و y حيث (x, y) حل للمعادلة (E)

(أ) ما هي القيم الممكنة للعدد d ؟

(ب) عيّن قيم العددين الطبيعيين a و b حيث: $671a - 654b = 18$ و $PGCD(a, b) = 18$

تمرين 12:

1-2015

1) (أ) عيّن حسب قيم العدد الطبيعي n ، باقي القسمة الإقليدية للعدد 2^n على 7 .

(ب) استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد $[1962^{1954} - 1954^{1962} + 2015^{53}]$ على 7 .

2) (أ) بين أن 89 عدد أولي .

(ب) عيّن كل القواسم الطبيعية للعدد 7832 .

(ج) بين أن العددين 981 و 977 أوليان فيما بينهما .

3) x و y عدنان طبيعيان غير معدومين قاسماهما المشترك الأكبر هو 2 .

$$\begin{cases} x^2 - y^2 = 31328 \\ x - y \equiv 8[22] \end{cases}$$

عيّن x و y علماً أن:

4) a ، b و c أعداد طبيعية غير معدومة حيث a أولي مع b و a أولي مع c .

(أ) باستعمال مبرهنة بيزو ، برهن أن a أولي مع $b \times c$.

(ب) باستعمال الاستدلال بالتراجع، أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، $PGCD(a; b^n) = 1$.

(ج) (يرمز $PGCD$ إلى القاسم المشترك الأكبر) .

(د) استنتج القاسم المشترك الأكبر للعددين 1962^{1954} و 1954^{1962} .

الحل المفصل على القناة.

Chaine youtube:

Prof-AhmedTrir

تمرين 13:

-1-2016

- (u_n) متتالية هندسية متزايدة تماما، حدودها موجبة تماما، حدّها الأول u_0 و أساسها q حيث: $\begin{cases} \ln(u_1) + \ln(u_2) = 11 \\ u_1 + u_2 = e^4(1 + e^3) \end{cases}$
- (1) احسب u_1 و u_2 ثم استنتج قيمة الأساس q .
 - (2) نضع: $q = e^3$ و $u_1 = e^4$.
(أ) عبّر عن u_n بدلالة n .
(ب) نضع: $S_n = \ln(u_0) + \ln(u_1) + \ln(u_2) + \dots + \ln(u_n)$. احسب S_n بدلالة n .
 - (3) من أجل كل عدد طبيعي n نضع: $a_n = n + 3$.
(أ) بين أنّ: $PGCD(2S_n, a_n) = PGCD(a_n, 14)$.
(ب) عيّن القيم الممكنة لـ: $PGCD(2S_n, a_n)$.
(ج) عيّن قيم الأعداد الطبيعية n التي من أجلها: $PGCD(2S_n, a_n) = 7$.
 - (4) ادرس تبعا لقيم العدد الطبيعي n باقي القسمة الإقليدية للعدد 2^n على 7.
(5) نضع: $b_n = 3na_n - 2S_n + 1437^{2016} + 1$.
عيّن قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها يكون: $\begin{cases} b_n \equiv 0[7] \\ n \equiv 0[5] \end{cases}$.
 - (6) بين أنّه من أجل كل عدد طبيعي n ، العدد $(1437^{9n+1} - 3 \times 4^{12n+1} + 52)$ يقبل القسمة على 7.

تمرين 14:

-2-2016

- (1) أ) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n ، بواقي القسمة الإقليدية لكل من العددين 3^n و 7^n على 11.
ب) برهن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n ، العدد $2 \times 2016^{5n+4} + 1437^{10n+4}$ مضاعف للعدد 11.
- (2) نعتبر المعادلة (E) ذات المجهول $(x; y)$: $7x - 3y = 8$ ، حيث x و y عدنان طبيعيان.
(أ) حلّ المعادلة (E).
(ب) d القاسم المشترك الأكبر للعددين x و y حيث الثنائية $(x; y)$ حلا للمعادلة (E).
- ما هي القيم الممكنة للعدد d ؟
- عيّن الثنائيات $(x; y)$ حلول المعادلة (E) من أجل $d = 4$.
(ج) جد الثنائيات $(x; y)$ حلول المعادلة (E) التي تحقق: $2016^{7x} + 1437^{3y} \equiv 0[11]$.

تمرين 15:

-1-2017

- (1) نعتبر المعادلة: (E) $104x - 20y = 272 \dots \dots$ ذات المجهول $(x; y)$ حيث x و y عدنان صحيحان.
(أ) احسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 104 و 20 ثم بين أنّ المعادلة (E) تقبل حولا.
(ب) بين أنّه إذا كانت الثنائية $(x; y)$ حلا للمعادلة (E) فإنّ $x \equiv 3[5]$ ، ثم استنتج حلول المعادلة (E).
- (2) λ عدد طبيعي يكتب $1\alpha\alpha\beta 01$ في نظام التعداد الذي أساسه 4، ويكتب $1\alpha\beta 01$ في نظام التعداد الذي أساسه 6 حيث α و β عدنان طبيعيان.
عيّن α و β ، ثم اكتب λ في النظام العشري.
- (3) تحقق أنّ كلا من 2017 و 1009 عدد أولي، ثم عيّن الثنائيات $(a; b)$ من الأعداد الطبيعية التي تحقق:
 $2m - d = 2017$ حيث $d = PGCD(a; b)$ ، $m = PPCM(a; b)$

تمرين 16:**2-2017**

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بحدّها الأول $u_0 = 1$

ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = 7u_n + 8$ ،

- (1) برهن بالتراجع أن: من أجل كل عدد طبيعي n ، $3u_n = 7^{n+1} - 4$.
- (2) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $S_n = 1 + 7 + 7^2 + \dots + 7^n$ و $S'_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$.
 (أ) احسب بدلالة n المجموع S_n ثم جد علاقة بين S'_n و S_n .
 (ب) استنتج أن: من أجل كل عدد طبيعي n ، $18 \times S'_n = 7^{n+2} - 24n - 31$.
- (3) (أ) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة العدد 7^n على 5 .
 (ب) عيّن قيم n الطبيعية حتى يكون S'_n قابلاً للقسمة على 5 .

تمرين 17:**1-2017****دورة الاستثنائية**

نعتبر المعادلة (E) ذات المجهولين الصحيحين x و y حيث $63x + 5y = 159 \dots (E)$

- (1) تحقّق أن العددين 5 و 63 أوليان فيما بينهما ثم بيّن أن المعادلة (E) تقبل حلولاً .
- (2) برهن أنه إذا كانت الثنائية $(x; y)$ حلاً للمعادلة (E) فإن $x \equiv 3[5]$ ثم استنتج حلول المعادلة (E) .
- (3) λ عدد طبيعي يكتب $5\alpha 0\alpha$ في نظام التعداد ذي الأساس 7 ويكتب $\beta 10\beta 0$ في نظام التعداد ذي الأساس 5 .
 جد العددين الطبيعيين α و β ثم اكتب العدد $\lambda + 2$ في النظام العشري .
- (4) (أ) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n ، باقي القسمة الإقليدية للعدد 3^n على 5 .
 (ب) عيّن قيم العدد الطبيعي n حتى يقبل العدد $3^{x-y} + 4n + 1438^{2017}$ القسمة على 5، حيث $(x; y)$ حلول المعادلة (E) و x عدد طبيعي .

تمرين 18:**2-2017****دورة الاستثنائية**

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بحدّها الأول $u_0 = 0$ حيث $u_0 = 0$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = 4u_n + 1$ ،

- (1) (أ) بيّن أن: من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n = \frac{1}{3}(4^n - 1)$.
 (ب) تحقّق أن: من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n العددين الطبيعيين u_n و u_{n+1} أوليين فيما بينهما .
- (2) لتكن المتتالية (v_n) المعرفة كما يلي: من أجل كل عدد طبيعي n ، $v_n = u_n + \frac{1}{3}$.
 (أ) أثبت أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها q وحدّها الأول v_0 .
 (ب) عبّر بدلالة n عن المجموع S_n حيث $S_n = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_{3n}$.
- (3) عيّن من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم ، القاسم المشترك الأكبر للعددين الطبيعيين $4^n - 1$ و $4^{n+1} - 1$.
- (4) (أ) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n ، باقي القسمة الإقليدية للعدد 4^n على 7 .
 (ب) عيّن قيم العدد الطبيعي n حتى يقبل العدد A_n المعروف بـ : $A_n = 9S_n - 6n - 3^{6n+4}$ ، القسمة على 7 .

الحل المفصل على القناة.

Chaine youtube:

Prof-AhmedTrir

$$(1) \quad \alpha \text{ و } \beta \text{ عدنان طبيعيان بحيث: } \begin{cases} \alpha + \beta = 4035 \\ \alpha - \beta = 1 \end{cases}$$

- عيّن العددين α و β ، ثم بيّن أنّ العددين $\frac{\alpha}{2}$ و β أوليان فيما بينهما.

$$(2) \quad \text{عيّن كل الثنائيات الصحيحة } (x, y) \text{ التي تحقق المعادلة: } 1009x - 2017y = 1$$

$$(3) \quad \text{عيّن الأعداد الصحيحة } a \text{ التي تحقق الجملة: } \begin{cases} a \equiv 2019[2017] \\ a \equiv 2019[1009] \end{cases}$$

$$(4) \quad \text{أ) } n \text{ عدد طبيعي، ادرس تبعا لقيم } n \text{ بواقي القسمة الاقليدية للعدد } 7^n \text{ على } 9.$$

$$\text{ب) } L \text{ عدد طبيعي يكتب في النظام ذي الأساس } 7 \text{ كما يلي: } L = \underbrace{111\dots1}_{\text{2018 مرة}}$$

- عيّن باقي القسمة الاقليدية للعدد L 42 على 9.

$$(1) \quad \text{حل المعادلة } (E) \quad 505x - 673y = 1 \dots\dots\dots \text{ ذات المجهول } (x, y) \text{ حيث } x \text{ و } y \text{ عدنان صحيحان.}$$

$$(\text{لاحظ أنّ: } 2019 = 3 \times 673 \text{ و } 2020 = 4 \times 505)$$

$$(2) \quad \text{بيّن أنّه من أجل كلّ ثنائية } (x, y) \text{ حل للمعادلة } (E) \text{ فإن: } x \text{ و } y \text{ من نفس الإشارة.}$$

$$(3) \quad \text{نعتبر المتتاليتين } (u_n) \text{ و } (v_n) \text{ المعرفتين على } \mathbb{N} \text{ بـ: } \begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = u_n + 505 \end{cases} \text{ و } \begin{cases} v_0 = 4 \\ v_{n+1} = v_n + 673 \end{cases}$$

- اكتب u_α بدلالة α ثم اكتب v_β بدلالة β حيث α و β عدنان طبيعيان.

$$(4) \quad \text{أ) عيّن الحدود المشتركة للمتتاليتين } (u_n) \text{ و } (v_n) \text{ ثم بيّن أنّ هذه الحدود المشتركة تشكّل متتالية حسابية } (w_n) \text{ يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.}$$

$$\text{ب) نضع من أجل كلّ عدد طبيعي } n: X_n = \frac{1}{505}(w_n - 2023)$$

$$\text{احسب بدلالة } n \text{ الجداء } p = X_1 \cdot X_2 \cdot \dots \cdot X_n$$

الحل المفصل على القناة.

Chaine youtube:

Prof-AhmedTrir

(u_n) متتالية عددية حدودها موجبة معرفة بحددها الأول u_1 حيث $u_1 = 0$ ومن أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ،

$$u_{n+1} = u_n + 2\sqrt{u_n} + 1$$

(1) أ) تحقق أنه: من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، $\sqrt{u_{n+1}} - \sqrt{u_n} = 1$

ب) استنتج كتابة الحد العام u_n بدلالة n

(2) تحقق أنه: من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، $u_n = n(n-2) + 1$

(3) عيّن قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها: $n-2$ يقسم $n-5$.

(4) أ) من أجل كل عدد طبيعي n حيث $n \geq 2$ ، بيّن أن: $PGCD(n-2; u_n) = 1$.

ب) عيّن قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها $(n^2 + 1)(n-2)$ يقسم $(n-5)u_n$.