

المدة : 120 min

الجزء الأول : 12 نقطة

التمرين الأول : 02.5 نقاط

- (1) اوجد القاسم المشترك الأكبر للعددين 1729 و 1547 باستعمال خوارزمية إقليدس .
- (2) اكتب $\frac{1547}{1729}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال .
- (3) احسب العبارة A ثم أعط الناتج في أبسط شكل ممكن : $A = \frac{3}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1547}{1729}$

التمرين الثاني : 03 نقاط

- B و C عددان حقيقيان حيث : $B = \sqrt{300} - 4\sqrt{27} + 6\sqrt{3}$ و $C = \frac{\sqrt{3} + 5}{\sqrt{3}}$
- (1) بسط العدد B على شكل $a\sqrt{3}$ حيث : a عدد طبيعي .
 - (2) اجعل العدد C على شكل كسر مقامه عدد ناطق .
 - (3) أوجد حلول المعادلة التالية : $\frac{x+1}{\sqrt{3}-1} = \frac{\sqrt{3}+1}{x-1}$

التمرين الثالث : 03 نقاط

- E عبارة جبرية حيث : $E = 9x^2 + 24x + 16 + (6x - 3)(3x + 4)$
- (1) تحقق من صحة المساواة التالية : $(3x + 4)^2 = 9x^2 + 24x + 16$
 - (2) حلّ العبارة E إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى .
 - (3) أحسب قيمة E من أجل : $x = \frac{1}{3}$

التمرين الرابع : 03.5 نقاط

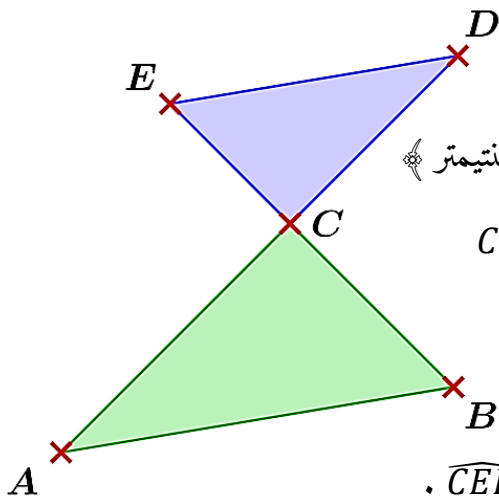
اليك الشكل المقابل غير مرسوم بالأطوال الحقيقية * وحدة الطول هي السنتيمتر *

$AC = 18$ و $BC = 7,5$ و $ED = 13$ و $DC = 12$ و $CE = 5$

- (1) بين أن : $(AB) \parallel (DE)$.

- (2) برهن أن المثلث CED قائم في C .

- (3) أحسب $\tan \widehat{CED}$ ثم استنتج بالتدوير إلى الوحدة قيس الزاوية $\widehat{CED}$.



الوضعية الإدماجية : ﴿ 08 نقاط ﴾

"كاميرا السبايدر" أو كما تُسمى الكاميرا العنكبوتية هي أحدث ما وصلت إليه تكنولوجيا النقل التلفزيوني الرياضي في مباريات كأس العالم لكرة القدم وذلك عبر رصد انتشار و أبعاد الحركة الفنية للاعبين داخل الملعب بدقة عالية .

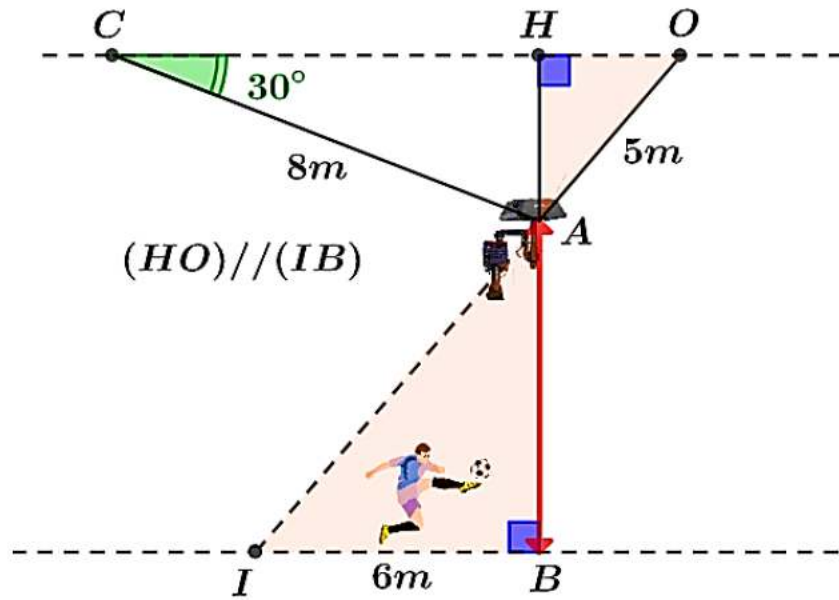
الجزء الأول :

- تتميز هذه الكاميرا بحركتها السريعة لجميع زوايا الملعب الرياضي ، ولضمان ذلك خُصص لها عتاد من 384 قطعة غيار و 832 بطارية ليثيوم ، علماً أن عملها يستوجب نفس عدد من قطع الغيار و البطاريات في المباراة الواحدة .
- ما هو أكبر عدد من مباريات التي يمكن تصويرها بهذه العتاد ؟
 - ما هو عدد قطع الغيار و عدد البطاريات المستعملة في كل مباراة ؟

بطاريات ليثيوم وهي نوع من البطاريات القابلة للشحن وحيث تتحرك فيها أيونات الليثيوم بين الأنود والكاثود

الجزء الثاني : ﴿ تعطى النتائج بالتدوير إلى الوحدة ﴾

تشييد الكاميرا العنكبوتية داخل الملعب يتطلب رؤية هندسية دقيقة خاصة أثناء المباريات ، حيث أنها تحتاج إلى تهيئة قواعد وممرات حديدية مرنة معلقة في جميع أرجاء واتجاهات الملعب - كما هو موضح في مخطط أسفله -



- اوجد الطول AB ارتفاع الكاميرا أثناء التصوير .

الحياة مليئة بالحجارة فلا تتعثر بها، بل إجمعها و إبن بها سلماً تصعد به نحو النجاح

حل التمرين 01 : (02.5 ن)

(1) البحث عن $PGCD(1729; 1547)$

$$1729 = 1547 \times 1 + 182$$

$$1547 = 182 \times 8 + 91$$

$$182 = 91 \times 2 + 00$$

$$\text{ومنه : } PGCD(1729 ; 1547) = 91$$

(2) إختزال الكسر :

$$\frac{1547 \div 91}{1729 \div 91} = \frac{17}{19}$$

(3) حساب العبارة A

$$A = \frac{3}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1547}{1729}$$

$$A = \frac{3}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{17}{19}$$

$$A = \frac{3 \times 19}{2 \times 19} + \frac{17}{38}$$

$$A = \frac{57 + 17}{38}$$

$$A = \frac{74 \div 2}{38 \div 2} = \frac{37}{19}$$

حل التمرين 02 : (03 ن)

(1) تبسيط العبارة B :

$$B = \sqrt{300} - 4\sqrt{27} + 6\sqrt{3}$$

$$B = \sqrt{3 \times 10^2} - 4\sqrt{3 \times 3^2} + 6\sqrt{3}$$

$$B = 10\sqrt{3} - 4 \times 3\sqrt{3} + 6\sqrt{3}$$

$$B = (10 - 12 + 6)\sqrt{3}$$

$$B = 4\sqrt{3}$$

(2) جعل C على شكل كسر مقامه عدد ناطق

$$C = \frac{\sqrt{3} + 5}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

$$C = \frac{\sqrt{3}^2 + 5\sqrt{3}}{\sqrt{3}^2}$$

$$C = \frac{3 + 5\sqrt{3}}{3}$$

(3) حل المعادلة :

$$(x + 1)(x - 1) = (\sqrt{3} + 1)(\sqrt{3} - 1)$$

$$x^2 - 1 = \sqrt{3}^2 - 1$$

$$x^2 = 3$$

$$\text{ومنه للمعادلة حلين هما : } \sqrt{3} \text{ و } -\sqrt{3}$$

حل التمرين 03 : (03 ن)

(1) تحقق من صحة المساواة :

بتطبيق المتطابقة الشهيرة مربع المجموع

$$\text{نجد : } (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(3x + 4)^2 = (3x)^2 + 2 \times 3x \times 4 + 4^2$$

$$(3x + 4)^2 = 9x^2 + 24x + 16$$

ومنه نستنتج أن المساواة صحيحة .

(2) تحليل العبارة E إلى جداء عاملين

مما سبق لدينا : $(3x + 4)^2 = 9x^2 + 24x + 16$

$$E = (3x + 4)^2 + (6x - 3)(3x + 4)$$

$$E = (3x + 4)[(3x + 4) + (6x - 3)]$$

$$E = (3x + 4)(3x + 6x + 4 - 3)$$

$$E = (3x + 4)(9x + 1)$$

(3) حساب E من أجل $x = \frac{1}{3}$

بالتعويض قيمة x في العبارة E نجد :

$$E = \left(3 \times \frac{1}{3} + 4\right) \left(9 \times \frac{1}{3} + 1\right)$$

$$E = (1 + 4)(3 + 1)$$

$$E = 5 \times 4 = 20$$

حل التمرين 04 : (03.5 ن)

(1) تبيان أن $(DE) \parallel (AB)$

$$\frac{AC}{CD} = \frac{18}{12} = \frac{3}{2} \text{ و } \frac{BC}{EC} = \frac{7.5}{5} = \frac{3}{2}$$

النقط في استقامة وعلى نفس الترتيب ومنه حسب

خاصية العكسية لطاليس نستنتج أن $(DE) \parallel (AB)$

(2) برهان أن المثلث CED قائم في C

لدينا المثلث CED ومنه :

$$ED^2 = 13^2 = 169 \dots (1)$$

$$CE^2 + CD^2 = 5^2 + 12^2 = 169 \dots (2)$$

ومنه نستنتج حسب خاصية فيثاغورس العكسية

أن المثلث CED قائم في C .

(3) حساب $\tan \widehat{CED}$ ثم استنتج $\widehat{CED}$

$$\tan \widehat{CED} = \frac{CD}{EC} = \frac{12}{5} = 2,4$$

$$\widehat{CED} = \tan^{-1}(2,4) \approx 67^\circ$$

حل وضعية الإدماجية (8 ن)

الجزء الأول : (03 ن)

(1) إيجاد أكبر عدد من المباريات

نحسب : $PGCD(832; 384)$

$$832 = 384 \times 2 + 64$$

$$384 = 64 \times 6 + 00$$

و منه نجد أن أكبر عدد من المباريات التي يمكن

تصورها بهذا العتاد هو : 64 مباراة .

(2) عدد قطع الغيار وعدد البطاريات المستعملة

في كل مباراة :

عدد البطاريات	عدد قطع الغيار
$832 \div 64 = 13$	$384 \div 64 = 6$

ومنه عدد قطع الغيار في كل مباراة هو : 6

الجزء الثاني : (05 ن)

(1) حساب طول HA

لدينا مثلث AHC قائم في H و منه نكتب :

$$\sin 30^\circ = \frac{HA}{CA}$$

$$HA = \sin 30^\circ \times CA$$

$$HA = \sin 30^\circ \times 8$$

$$HA = 0,5 \times 8$$

$$HA = 4$$

ومنه طول HA = 4 m

(2) حساب طول HO

لدينا مثلث AHO قائم في H و منه بتطبيق خاصية

فيثاغور نكتب المساواة التالية :

$$AO^2 = HO^2 + HA^2$$

$$HO^2 = AO^2 - HA^2$$

$$HO^2 = 5^2 - 4^2$$

$$HO^2 = 25 - 16$$

$$HO = \sqrt{9}$$

$$HO = 3$$

ومنه طول HO = 3 m

(3) حساب طول AB

لدينا المثلثين AIO و AHB في وضعية طاليس حيث:

$$\begin{cases} (HO) \parallel (IB) \\ A \in (IO) \\ A \in (HB) \end{cases}$$

ومنه حسب خاصية طاليس نكتب المساواة التالية :

$$\frac{AH}{AB} = \frac{AO}{AI} = \frac{HO}{BI}$$

إذن نجد :

$$AB = \frac{BI \times AH}{HO} = \frac{6 \times 4}{3} = 8$$

ومنه إرتفاع الكاميرا هو : AB = 8 m

هناك عدة طرق لحساب طول AB ولهذا لكل تلميذ

الحرية في إستعمال الطريقة التي يراها مناسبة له .