

مجلة الرائد في الرياضيات

تمارين الدوال في البكالوريا بين يديك

الشعب: علوم تجريبية + تقني رياضي + رياضي

BAC 2021

العربي الجزائري facebook

BEYMATHS

larbibelabidi@gmail.com

التصحيح على قناة :

مجلة الرائد في الرياضيات

تمارين الدوال العددية
في البكالوريا بين يديك

الشعب : علوم تجريبية+تقني رياضي+رياضيات

الجزء الاول

حساب النهايات

الجزء الثاني

الإستمرارية-الاشتقاقية

الجزء الثالث

الشعب:العلوم التجريبية+تقني رياضي+رياضيات

(1)المواضيع ، (2)الحلول(المجلة المرفقة)

الجزء الرابع

تمارين مقترحة

BAC2021

إعداد :الأستاذين:بالعبيدي محمد العربي

larbibelabidi@gmail.com

العربي الجزائري Facebook

والأستاذ: باي زواوي

bzyoub20150@gmail.com

Facebook : zouaoui.bey.524

الجزء الأول: حساب النهايات العددية



التمرين: 01

احسب نهايات الدالة f عند الأطراف المفتوحة لمجال تعريفها في كل حالة من الحالات التالية:

$$D_f = \mathbb{R} - \{1\}, f(x) = \frac{-3x^2 - 4x + 5}{(x-1)^2} \quad (3, D_f = \mathbb{R}, f(x) = \frac{2x}{x^2+4} \quad (2, D_f = \mathbb{R}, f(x) = x^3 - 3x + 1 \quad (1$$

$$D_f = \mathbb{R}, f(x) = x - \sqrt{x^2+1} \quad (6, D_f = \mathbb{R} - \left\{\frac{1}{2}\right\}, f(x) = \frac{2x^3 - 2x^2}{(2x-1)^2} \quad (5, D_f = \mathbb{R} - \{1; 3\}, f(x) = \frac{4x-8}{x^2-4x+3} \quad (4$$

$$D_f =]-\infty; -1[\cup]1; +\infty[, f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2-1}} \quad (8, D_f = \mathbb{R} - \{-2; 2\}, f(x) = 2x - 3 - \frac{x+1}{x^2-4} \quad (7$$

التمرين: 02

I- نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$ بـ: $f(x) = \frac{2x^2 - 5x + 4}{x-1}$ و ليكن (C_f) تمثيلها البياني

(1) عين كل من الأعداد a و b و c بحيث من أجل كل $x \in \mathbb{R} - \{1\}$: $f(x) = ax + b + \frac{c}{x-1}$

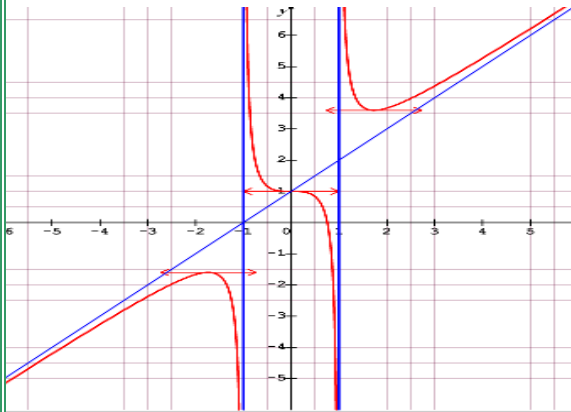
(2) احسب نهايات الدالة f عند أطراف مجال تعريفها.

(3) بين ان (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين يطلب تعيين معادلتيهما .

(4) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة للمستقيم المقارب المائل .

التمرين: 03

(C_f) المقابل هو التمثيل البياني للدالة f المعرفة على $D = \mathbb{R} - \{-1; 1\}$ بـ: $f(x) = \frac{x^3 + x^2 - 1}{x^2 - 1}$



(1) بقراءة بيانية:

- جد النهايات على الأطراف المفتوحة من D .

- عين معادلات المستقيمت المقاربة.

(2) تحقق حسابيا من نتائج السؤال السابق.

(3) احسب $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات f .

(4) احسب $f(-x) + f(x)$ ، ثم فسّر النتيجة هندسياً.

التمرين: 04

I- احسب النهايات التالية باستعمال طريقة مناسبة.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{4x^2 + 4x + 3} + (2x + 1)) \quad (4, \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x-1}-1}{x-2} \quad (3, \lim_{x \rightarrow +\infty} (x - \sqrt{x^2-1}) \quad (2, \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^3 - 1} \quad (1$$

II- اثبت صحة النهايات التالية بطريقة مناسبة.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2+3} - x + 2) = 2 \quad (4, \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x}-1}{x^2+x-2} = \frac{1}{6} \quad (3, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{\sqrt{x+1}-1} = 2 \quad (2, \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 4x^2 + 5x - 2}{x^2 - x - 2} = \frac{1}{3} \quad (1$$

التمرين: 05

- $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x} - 2x + 1$: $D =]-\infty; 0] \cup [2; +\infty[$ على المجال معرفة عددية معرفة على المجال f
- (1) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ثم تحقق $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$.
- (2) جد $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) + x]$ ، ثم استنتج وجود مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$.
- (3) بين أن $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (-3x)] = 2$ ، ثم فسر بيانها هذه النتيجة .

التمرين: 06

- $f(x) = \frac{2x - \sin x}{x + 1}$: $D =]-1; +\infty[$ على المجال معرفة عددية معرفة على المجال f
- أ- بين أن $\frac{2x-1}{x+1} \leq f(x) \leq \frac{2x+1}{x+1}$ ، ثم استنتج $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، ثم فسر النتيجة بيانها.
- ب- باستعمال طريقة العدد المشتق برهن أن : $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ ، ثم استنتج : $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 1$.
- ج- بين أن: $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = +\infty$ ما ذا تستنتج بالنسبة لمنحنى الدالة f ?

التمرين: 07

- 1- من أجل كل $x < 0$ ، بين أن: $\sqrt{x^2 + 3x} < -x$ ، ثم استنتج $\lim_{x \rightarrow -\infty} (3x + \sqrt{x^2 + 3x})$
- 2- من أجل كل $x > 1$ ، بين أن: $x + 1 > \sqrt{x^2 - 2x + 3}$ ، ثم استنتج $\lim_{x \rightarrow +\infty} (3x - \sqrt{x^2 - 2x + 3})$

التمرين: 08

- f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = \sqrt{x^2 + 5}$ وليكن C_f منحنىها البياني.
- (1) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x \in \mathbb{R} - \{2\}$: $\frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \frac{x + 2}{\sqrt{x^2 + 5} + 3}$
- (2) استنتج $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$ ، ماذا تعني النتيجة السابقة بالنسبة للدالة f ؟ فسر ذلك بيانها.
- (3) بين أن : (أ) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 5} - 3}{x - 2} = 1$ ، (ب) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 5} - 3}{x - 2} = -1$
- (4) بين أن المستقيم ذو المعادلة : $y = x$ مقارب مائل للمنحنى C_f عند $+\infty$
- (5) بين أن f دالة زوجية ، ثم استنتج معادلة المستقيم المقارب المائل للمنحنى C_f عند $-\infty$

الجزء الثاني: الاستمرارية-الاشتقاقية



التمرين: 09

لتكن f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x) = x^3 - 3x + 1$.

(1) ادرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها .

(2) باستعمال مبرهنة القيم المتوسطة :

(أ) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل ثلاثة حلول ثم استنتج إشارة $f(x)$ على $\mathbb{R}$.

(ب) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha \in]-1; 1[$ ثم جد حصرًا للعدد α سعته $0,1$

(ج) بين ان المعادلة $f(x) = 0$ لا تقبل حلا على المجال $]2; 3[$

التمرين: 10

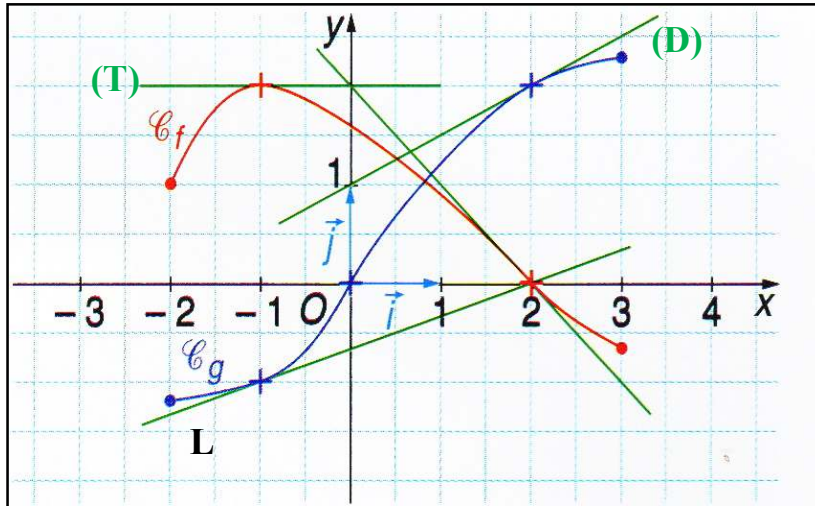
أدرس قابلية اشتقاق الدالة f عند القيمة a ، ثم فسر النتيجة بيانيا

(1) $f(x) = x^2 - 3x$ و $a = -1$ ، (2) $f(x) = x^2 |x - 1|$ و $a = 1$ ، (3) $f(x) = \sqrt{4 - x^2}$ و $a = 2$ من اليمين

التمرين: 11

رسمنا في الشكل الموالي المنحنيين (C_f) و (C_g)

الممثلين لدالتين f و g معرفتين و قابلتين للاشتقاق على المجال $[-2; 3]$ و بعض مماساتهما.



(1) أحسب الأعداد المشتقة التالية:

$$*(f)'(-1), *(g)'(-1), *(g)'(2), *(f)'(2)$$

(2) من أجل كل x من المجال $[-2; 3]$ نضع: $h(x) = f(2x - 1)$.

(أ) باستعمال مشتق دالة مركبة عين اتجاه تغير الدالة h على المجال $[-2; 3]$

ب أحسب $h'(0)$ و $h'(2)$. ثم أكتب معادلات كل من المستقيمات T و D و L

التمرين:12

لتكن f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x) = |x-1|(x+1)$.

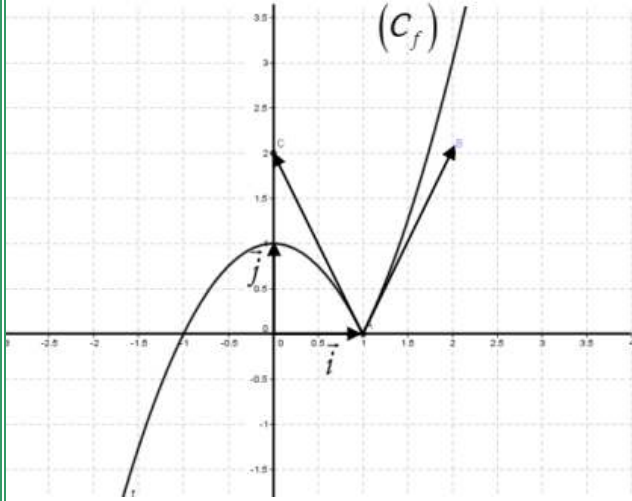
و (C_f) منحنىها البياني كما هو مبين في الشكل المقابل

(1) باستعمال (C_f) ضع تخمينا حول قابلية اشتقاق f عند 1.

(2) أثبت صحة تخمينك.

(3) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m

عدد حلول المعادلة $f(x) + m^2 = f(0)$



التمرين:13

(C_g) المنحنى المقابل هو التمثيل البياني لدالة عددية g معرفة وقابلة للاشتقاق على المجال $\mathbb{R}$:

المماسات لـ (C_g) عند النقاط $A(-1;0)$ ، $B(0;1)$ و $C(1;0)$

(1-I) بقراءة بيانية عين مايلي:

$g(1)$ ، $g(0)$ ، $g(-1)$ و $g'(1)$ ، $g'(0)$ ، $g'(-1)$

(2) أكتب معادلات المماسات عند النقطتين A و B .

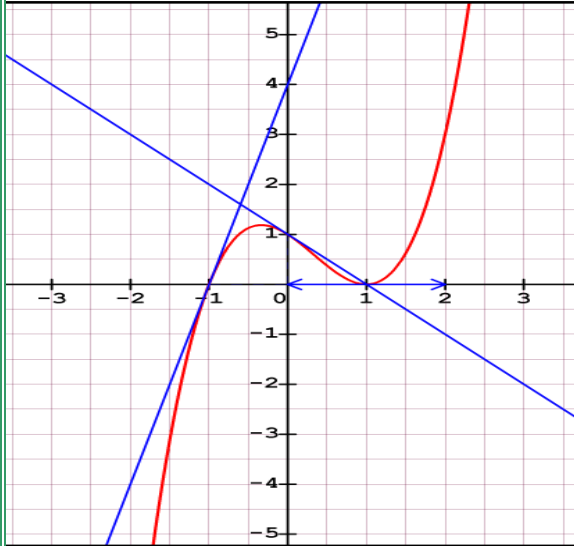
(3) حل بيانيا في المجال $[-2;2]$: المعادلتين $g(x) = 0$

و $g'(x) = -1$ و المتراجحة $g'(x) \leq 0$

(II) نقبل أن : $g(x) = ax^3 + bx^2 + cx + 1$

عين الأعداد الحقيقية a ، b و c باستعمال نتائج السؤال

(1-I) ثم تحقق من النتائج المحصل عليها سابقا.



التمرين:14

لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ :

$$\begin{cases} f(x) = \frac{2x^2 - \alpha + 3}{x} : x \leq 2 \\ f(x) = x^2 + 2x - \alpha : x > 2 \end{cases}$$

واليك (C_f) هو تمثيلها البياني

(1) عين قيمة العدد الحقيقي α بحيث تكون f قابلة للاشتقاق عند 2.

(2) نفرض في هذا الجزء أن : $\alpha = 19$.

(أ) ادرس تغيرات الدالة f على مجال تعريفها.

(ب) بين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ) بجوار $(-\infty)$ يطلب تعيين معادلة له.

(ج) اكتب معادلة المماس (T) عند نقطته ذات الفاصلة 2

(د) هل توجد مماسات للمنحنى (C_f) توازي حامل محور الفواصل ؟ برر إجابتك

التمرين: 15

لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: وليكن (C_f) تمثيلها البياني.

$$\begin{cases} f(x) = \frac{4x-4}{x^2+2x-3} : x < 1 \\ f(x) = \sqrt{x^2+3} + \alpha x : x \geq 1 \end{cases}$$

(1) عين قيمة العدد الحقيقي α بحيث يكون $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$

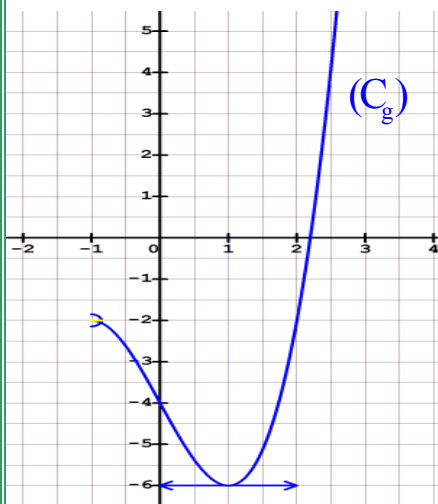
(2) نفرض أن $\alpha = -1$

(أ) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(ب) احسب $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h-1) - f(1)}{h}$ و $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h-1) - f(1)}{h}$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

(ج) أكتب معادلتين نصفين المماسين عند النقطة ذات الفاصلة 1

التمرين: 16



(C_g) المقابل هو منحنى لدالة معرفة على $]-1; +\infty[$ بـ: $g(x) = ax^3 + bx + c$

(1) بقراءة بيانية اجب عن الاسئلة التالية:

(أ) جد كلا من $g(0)$ ، $g(1)$ و $g'(1)$ ثم عين الأعداد الحقيقية a ، b و c

(ب) شكل جدول تغيرات الدالة g

(3) بين أن المعادلة: $x^3 - 3x - 4 = 0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha \in]2; 2,25[$

استنتج إشارة $g(x)$

التمرين: 17

لتكن f الدالة المعرفة على $D = \mathbb{R} - \{1\}$ بجدول تغيراتها كما يلي.

x	$-\infty$	-1	1	3	$+\infty$
f(x)	$-\infty$	-2	$-\infty$	6	$+\infty$

(1) باستعمال جدول تغيرات الدالة f عين إشارة كلا من $f'(x)$ و $f(x)$ على D .

(2) لتكن الدوال التالية: g ، h ، k معرفة بـ: $g(x) = f(x^2)$ ، $h(x) = f(\frac{1}{x})$ ، $k(x) = f(-2x)$

باستعمال مشتقة دالة مركبة استنتج اتجاه تغير كلا من g ، h ، k .

(3) V ، E ، R دوال عددية معرفة بـ: $R(x) = [f(x)]^2$ ، $E(x) = [f(x)]^3$ ، $V(x) = \frac{1}{f(x)}$

(أ) عبر عن كلا من $R'(x)$ و $E'(x)$ و $V'(x)$ بدلالة $f(x)$ و $f'(x)$

(ب) شكل جدول تغيرات كلا من الدوال R ، E ، V .

التمرين: 18

f دالة معرفة ومستمرة وقابلة للإشتقاق على كلا من $]-\infty; 2[$ و $]2; +\infty[$ جدول تغيراتها التالي:

x	$-\infty$	0	2	3	$+\infty$
f(x)	4		$+\infty$	$+\infty$	-2
		1		0	

واليك (C) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس.

1- أ) فسر بيانيا، كل نهاية لـ f ، عيّن نهاية $f\left(\frac{1}{x}\right)$ عند $+\infty$.

ب) بيّن أنّ المعادلة $f(x) = 2$ تقبل حلا وحيدا على $]0; 2[$.

2- g دالة معرفة على $\mathbb{R} - \{3\}$ بالشكل: $g(x) = \frac{1}{f(x)}$; $x \neq 2$ و $g(2) = 0$

عين نهايات الدالة g عند $+\infty$ ، $-\infty$ و 3. ثم شكل جدول تغيرات الدالة g .

التمرين: 19

اليك جدول تغيرات الدالة العددية f والمعرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$ واليك (C_f) تمثيلها البياني

x	$-\infty$	α	1	2	5	$+\infty$
f(x)		-		-	0	+
f(x)	2021		$+\infty$	0	-3	-1442
		0	$-\infty$			

من خلال قراءتك لجدول التغيرات أجب عن مايلي:

1) عين نهايات الدالة f على أطراف مجال التعريف، ثم اكتب معادلات المستقيمات المقاربة لـ (C_f)

2) حدّد اتجاه تغير الدالة f

3) عيّن حلول المعادلة $f(x) = 0$ ثم استنتج إشارة $f(x)$ على مجال تعريفها.

4) g دالة معرفة على المجال $]1; 2[\cup]\alpha; -\infty[$ بـ: $g(x) = \sqrt{f(x)}$.

أ) احسب نهايات الدالة g على الأطراف المفتوحة لمجال تعريفها

ب) بين أن f و g لهما نفس اتجاه التغير على D_g .

ج) حدد اتجاه تغير الدالة g ثم ارسم جدول تغيراتها.

التمرين: 20

المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$ طول الوحدة 4cm.

f دالة معرفة على $[-1; 1]$ بـ : $f(x) = x\sqrt{1-x^2}$ ، و (C_f) تمثيلها البياني.

1- بيّن ان الدالة f فردية 2- أحسب $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x)}{x+1}$ ثم استنتج $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x)}{x+1}$ فسر النتيجة السابقة هندسيا.

3- ادرس اتجاه تغير الدالة f، ثم شكل جدول تغيراتها

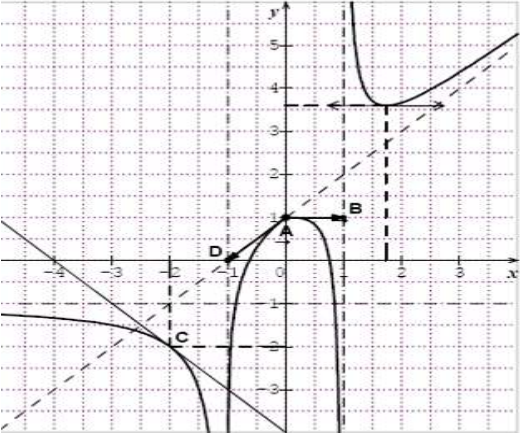
4- أ) اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند مبدأ الإحداثيات.

ب) ادرس وضعية المماس (T) والمنحنى (C_f) ، ثم فسر النتيجة بيانيا.

5- أرسم كلا من المماس (T) والمنحنى (C_f) .

التمرين: 21

(C_f) التمثيل البياني لدالة f في مستوى منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس (الشكل المقابل)



1. بقراءة بيانية :

أ- عين D_f مجموعة تعريف الدالة f. ثم شكل جدول f

2 - بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - x) = 1$ ثم فسر بيانيا هذه النهاية.

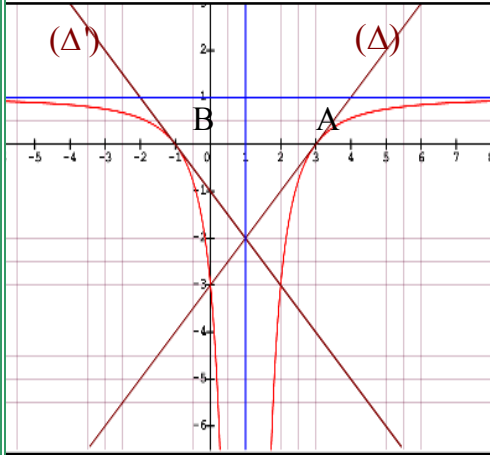
3- عين $f(0)$ ، $f'(-2)$ ، $f'(0)$ و $f'_-(0)$.

هل الدالة f قابلة للإشتقاق عند 0 ؟ برر اجابتك.

4- حل بيانيا كلامن المعادلة: $f(x)=0$ و المتراحة $f'(x) \geq 0$

5- ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة : $f(x) - x = m$

التمرين: 22



المنحنى (C_f) الموالي هو التمثيل البياني لدالة f معرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$

و (Δ) ، (Δ') المماسين لـ (C_f) في النقطتين $A(3; 0)$ و $B(-1; 0)$

1) بقراءة بيانية : أ- جد نهايات f عند حدود مجموعة تعريفها.

ب- حدّد إشارة $f(x)$ ، ثم إشارة $f'(x)$.

ج- شكل جدول تغيرات f .

د- جد $f'(3)$ و $f'(-1)$ ثم جد معادلة (Δ) و (Δ')

2) نقبل أنّ : $f(x) = \frac{x^2 - ax + b}{(x-1)^2}$ إستفد من الإجابة 1) ج- لتعيين العددين a و b.

3) الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $h(x) = [f(x)]^2$.

أ- احسب $h'(x)$ بدلالة كل من $f(x)$ و $f'(x)$ ثم استنتج إشارة $h'(x)$. ب- شكل جدول تغيرات h .

التمرين: 23

لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R} - \{-2\}$ بـ: $f(x) = \frac{x^2 + \alpha x + \beta}{x + 2}$ واليكن (C_f) هومتثيلها البياني.

(1) عين العددين الحقيقيين α و β بحيث المنحنى (C_f) يقبل عند النقطة $A(1; -3)$ مماسا ميله $\frac{2}{3}$

(2) نفرض أن $\alpha = -3$ و $\beta = -7$

(أ) هل توجد مماسات للمنحنى (C_f) توازي المستقيم الذي معادلته: $y = x - 1$ ؟ برر جوابك

(ب) بين المنحنى (C_f) يقبل مماسين عموديين على المستقيم الذي معادلته: $4y - x = 0$.

(ج) بين المنحنى (C_f) يقبل مماسين يوازيان حامل محور الفواصل.

التمرين: 24

I- f دالة كثيرة حدود معرفة بـ: $g(x) = x^3 - 5x^2 + 5x + 4$ و (C_g) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس

والذي يقبل مماسا (T) عند النقطة $A(0; 4)$.

لاحظ الشكل ثم ضع تخمينا حول:

1- عدد جذور $g(x)$ وإشارته.

(ب) الوضع النسبي للمنحنى (C_g) والمماس (T)

2- دراسة تغيرات الدالة g

(أ) احسب نهاية الدالة g عند $(-\infty)$ و $(+\infty)$.

(ب) احسب من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $g'(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة g .

3- أثبت أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في $]-1; 0[$ ثم عين حصرا للعدد α سعته 10^{-1} .

(ب) ستنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$

4- اكتب معادلة المماس (T) . (ب) ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_g) والمماس (T) .

ملاحظة: هل تخمينك يتوافق مع النتائج المحصل عليها؟

التمرين: 25

في الشكل الموالي (Γ) يمثل بيان الدالة f والمعرفة والمستمرة على $\mathbb{R}^*$ ، المنحنى (Γ)

يقبل مستقيم مقارب في جوار $-\infty$ ويقبل مستقيمان مقاربان آخران معادلاتهما: $x=0$ و $y=1$

(أ) بقراءة بيانية:

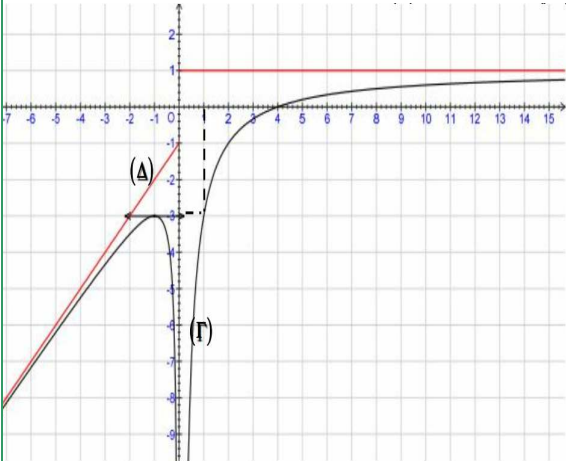
1- عين: $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - x]$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

، $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f \circ f(x) - f(x)]$ و $\lim_{|x| \rightarrow 0} f(x)$

2- ضع جدول تغيرات الدالة f .

3- حل المعادلتين: $f(x) = -1$ و $f(x) = -3$

4- عين $f(]0; +\infty[)$ ، $f(]-\infty; 0[)$ و $f(]0; 4])$.



ب) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R} - \{-3\}$ كمايلي: $g(x) = \frac{\sqrt{1+x^2}}{x+3}$ وبجدول تغيراتها التالي:

x	$-\infty$	-3	$\frac{1}{3}$	$+\infty$	
$g'(x)$	-		-	0	+
g					

1- أنقل ثم اكمل الجدول.

2- أرسم التمثيل البياني للدالة g في معلم متعامد ومتجانس جديد وحدة الطول 2cm.

3- لتكن الدالة h المعرفة كمايلي: $h(x) = (f \circ g)(x)$

أ) بين ان h معرفة على $\mathbb{R} - \{-3\}$ ب) عين $\lim_{x \rightarrow -\infty} h(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow -3} h(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x)$

التمرين: 26

لتكن f الدالة المعرفة بـ: $f(x) = \frac{x^2 + ax + b}{cx^2 + dx - 2}$ حيث a, b, c, d اعداد حقيقية وليكن (C_f) هو تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس

I- جد الاعداد a, b, c, d علما ان المنحنى (C_f) . أ) لا يقبل مستقيم مقارب موازي لمحور الفواصل.

ب) يقبل مستقيم موازي لمحور الترتيب معادلته: $x = 2$.

ج) يشمل النقطة $A(1; -2)$ ويقبل عندها مماسا معامل توجهه -5.

II- نضع من اجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R} - \{2\}$: $f(x) = \frac{x^2 + x}{x - 2}$

1- أ) أحسب نهاية الدالة f عند اطراف مجال تعريفها ب) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - x - 3]$ ، ماذا تستنتج؟

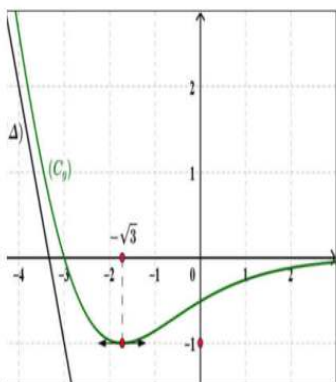
2- أحسب من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R} - \{2\}$: $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

3- أ) تحقق انه من اجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R} - \{2\}$: $f(x) + f(4 - x) = 10$ ماذا تستنتج؟

ب) ارسم المنحنى (C_f) .

ج) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $x^2 = (m - 1)x - 2m$

التمرين: 27



في الشكل المقابل (C_g) يمثل بيان الدالة g والمعرفة والقابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$

أ) المستقيم (Δ) مقارب مائل لـ (C_g) بجوار $-\infty$.

ب) محور الفواصل مقارب لـ (C_g) بجوار $+\infty$.

1. بقراءة بيانية عين: أ) $g(-3)$ ، $g(-\sqrt{3})$ و $g'(-\sqrt{3})$.

ب) $\lim_{x \rightarrow -\infty} [g(x) + 3x]$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{g(x)}{x}$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$

2. f دالة f معرفة وقابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ حيث $f'(x) = g(x)$ واليكن (C_f) تمثيلها البياني.

* عين إشارة $f'(x) = g(x)$ برّر نقطة انعطاف للمنحنى (C_f)

الجزء الثالث: تمارين البكالوريا

العلوم التجريبية

التمرين: 28 دورة 2014



(I)- لتكن g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x) = 2x^3 - 4x^2 + 7x - 4$.

(1) أ) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$.

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة g على $\mathbb{R}$ ثم شكل جدول تغيراتها.

(2) أ) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0,7 < \alpha < 0,8$.

ب) استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$.

(II)- نعتبر f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x) = \frac{x^3 - 2x + 1}{2x^2 - 2x + 1}$.

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

(2) أ) بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f(x) = \frac{1}{2}(x+1) + \frac{1-3x}{2(2x^2-2x+1)}$.

ب) استنتج أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) يطلب تعيين معادلة له.

ج) ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و (Δ) .

(3) أ) بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x) = \frac{x \cdot g(x)}{(2x^2 - 2x + 1)^2}$ حيث f' مشتقة الدالة f .

ب) استنتج إشارة $f'(x)$ حسب قيم x ثم شكل جدول تغيرات الدالة f (نأخذ $f(\alpha) \approx -0,1$).

(4) احسب $f(1)$ ثم حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x) = 0$. (5) أنشئ المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f) .

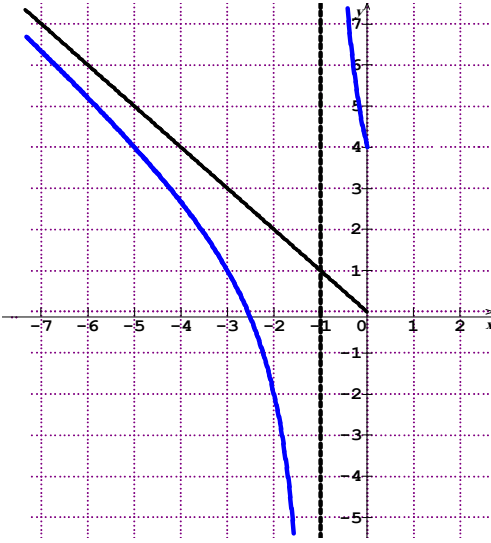
(6) لتكن h الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $h(x) = \frac{x^3 - 4x^2 + 2x - 1}{2x^2 - 2x + 1}$ و (C_h) تمثيلها البياني

أ) تحقق أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $h(x) = f(x) - 2$.

ب) أستنتج أن (C_h) هو صورة (C_f) بتحويل نقطي بسيط يطلب تعيينه ، ثم أنشئ (C_h) .

التمرين: 29 دورة 2009

(I) f دالة معرفة على المجال $I =]-\infty; -1[\cup]-1; 0[$ بـ: $f(x) = -x + \frac{4}{x+1}$



و (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد

ومتجانس (O; $\vec{i}$; $\vec{j}$) كما هو مبين في الشكل المقابل

(1) أ) أحسب نهايات f عند الحدود المفتوحة لـ I
ب) بقراءة بيانية ودون دراسة اتجاه f شكل جدول تغيراتها.

(2) g دالة معرفة على $[0; +\infty[$ بـ: $g(x) = x + \frac{4}{x+1}$ و (C_g) تمثيلها البياني

أ) أحسب نهاية g عند $+\infty$.

ب) تحقق من أن (C_g) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) عند $+\infty$

يطلب تعيين معادلة له.

ج) أدرس تغيرات g.

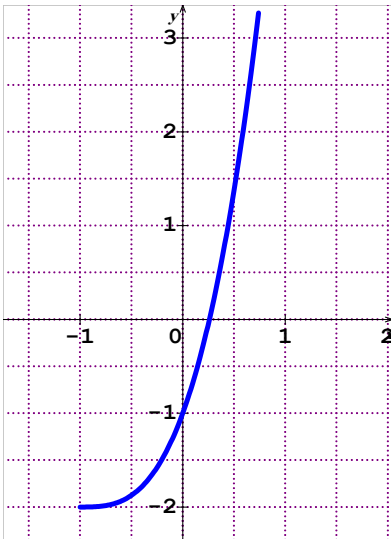
(II) k دالة معرفة على $\mathbb{R} - \{-1\}$ بـ: $k(x) = |x| + \frac{4}{x+1}$

(1) أ) أحسب $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{k(h) - k(0)}{h}$ ، $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{k(h) - k(0)}{h}$ ماذا تستنتج ب) أعط تفسيراً هندسياً لهذه النتيجة.

(2) أكتب معادلتين نصفين المماسين (Δ₁) و (Δ₂) عند النقطة التي فاصلتها $x_0 = 0$.

(3) أرسم (Δ₁) و (Δ₂) و (C_k)

التمرين: 30 دورة 2008



المنحنى (C) المقابل هو التمثيل البياني للدالة العددية g

المعرفة على $I =]-1; +\infty[$ بـ: $g(x) = x^3 + 3x^2 + 3x - 1$

(1) أ) بقراءة بيانية: شكل جدول تغيرات الدالة g وحدد g(0) وإشارة g(0,5)

ب) طّل وجود عدد حقيقي $\alpha \in]0; 0,5[$ يحقق $g(\alpha) = 0$

ج) استنتج إشارة g(x) على المجال I

(2) f دالة معرفة على $]-1; +\infty[$ بـ: $f(x) = \frac{x^3 + 3x^2 + 3x + 2}{(x+1)^2}$ و (Γ) تمثيلها

أ) تحقق أنه من أجل كل $x \in I$: $f'(x) = \frac{g(x)}{(x+1)^3}$

ب) عين دون حساب $\lim_{x \rightarrow \alpha} \frac{f(x) - f(\alpha)}{x - \alpha}$ وفسر النتيجة بيانياً.

ج) جد $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x+1)]$ فسر النتيجة بيانياً. د) شكل جدول تغيرات f

(3) نأخذ: $\alpha = 0,26$. أ) عين محور f(α) إلى 10^{-2} . ب) أرسم المنحنى (Γ).

تقني رياضي

التمرين: 31 دورة 2017

I- نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $g(x) = x^3 + 6x + 12$
 1- أدرس اتجاه تغير الدالة g .

2- بيّن أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $]-1,48; -1,47[$
 ثم استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$.

II- نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $f(x) = \frac{x^3 - 6}{x^2 + 2}$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1- أ- أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

ب- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = \frac{x \cdot g(x)}{(x^2 + 2)^2}$

ثم ادرس اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

2- أ) بيّن أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة: $y = x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) .
 ب) أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .

3- بيّن أن: $f(\alpha) = \frac{3}{2}\alpha$ ، ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$ 4- ارسم المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f) .

التمرين: 32 دورة 2009

f دالة معرفة على $]-1; +\infty[$ ب: $f(x) = x - \frac{2}{\sqrt{x+1}}$ و (C_f) منحنى f في معلم متعامد ومتجانس

1) أدرس تغيرات الدالة f .

2- أ) بين أن (C_f) يقبل مقاربين أحدهما (D) : $y = x$.

ب) ادرس الوضعية النسبية للمنحنى (C_f) و (D) .

3- أ) بين أن المنحنى (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها x_0 حيث $1,3 < x_0 < 1,4$.

ب) أكتب معادلة (Δ) مماسا للمنحنى (C_f) في نقطة تقاطع (C_f) مع حامل محور الترتيب.

ج) أرسم (Δ) و (C_f) في نفس المعلم.

4) g دالة معرفة على المجال $]-1; +\infty[$ ب: $g(x) = |f(x)|$ واليكن (C_g) منحنى الدالة g في نفس المعلم
 أ) بين كيف يمكن إنشاء (C_g) انطلاقا من (C_f) ثم أرسمه.

ب) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة: $g(x) = m^2$

التمرين: 33 دورة 2008

1) f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = x \left(1 + \frac{1}{\sqrt{x^2+1}} \right)$ و (C_f) تمثيلها البياني

2) أثبت أنه من أجل كل $x \in \mathbb{R}$: $f'(x) = 1 + \frac{1}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}$

3) ادرس تغيرات الدالة f .

4) اكتب معادلة للمماس (T) لـ (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0

5) أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (T) واستنتج أن (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيينها.

6) بيّن أن المستقيم (D) ذو المعادلة $y = x + 1$ مقارب لـ (C_f) في جوار $+\infty$

ثم استنتج معادلة (D') المستقيم المقارب الآخر

7) أرسم (D) و (D') و (C_f) في المعلم السابق.

8) g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = |x| \left(1 + \frac{1}{\sqrt{x^2+1}} \right)$

أ) بيّن أن الدالة g زوجية.

ب) انطلاقاً من (C_f) أرسم (C_g) في نفس المعلم السابق.

التمرين: 34 بكالوريا 1980

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R} - \{-1; 3\}$ بـ: $f(x) = \frac{x^2 - 2x - 15}{x^2 - 2x - 3}$

يرمز $\mathcal{C}$ إلى المنحني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1) أدرس تغيرات الدالة f . استنتج معادلة لكل من المستقيمين المقاربين للمنحني $\mathcal{C}$.

2) أكتب معادلة لمماس المنحني $\mathcal{C}$ عند نقطته ذات الفاصلة 5.

3) أثبت أن المستقيم ذي المعادلة $x = 1$ هو محور تناظر للمنحني $\mathcal{C}$. أرسم المنحني $\mathcal{C}$.

4) نعتبر الدالة f_m المعرفة بـ: $f_m(x) = \frac{x^2 - mx - 15}{x^2 - mx - 3}$ حيث m وسيط حقيقي.

أ- أدرس تغيرات الدالة f_m واستنتج المستقيمين المقاربين لمنحنى $\mathcal{C}_m$.

ب - بين أنه توجد نقطة وحيدة تنتمي إلى كل المنحنيات $\mathcal{C}_m$.

ج - ما هو المنحني الذي يشمل النقطة ذات الإحداثيتين $(4; 1)$ ؟

التمرين: 35 بكالوريا 1997

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R} - \left\{ \frac{1}{2}; 2 \right\}$ بـ: $f(x) = \frac{4x^2 - 5x}{2x^2 - 5x + 2}$.
نسمي (C_f) المنحني الممثل لها في معلم متعامد ومتجانس .

- 1- عين الأعداد الحقيقية a ، b و c بحيث من أجل كل x من $\mathbb{R} - \left\{ \frac{1}{2}; 2 \right\}$ فإن: $f(x) = a + \frac{b}{2x-1} + \frac{b}{x-2}$.
- 3) أدرس تغيرات الدالة f ثم أكتب معادلة لكل من المستقيمات المقاربة للمنحني C_f .
- 4) أكتب معادلة لمماس المنحني (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0 .
- 5) عين إحداثيات نقطتي تقاطع المنحني (C_f) وحامل محور الفواصل. 6) أرسم المنحني.

التمرين: 36 بكالوريا 1997

1) لتكن الدالة العددية f والمعرفة $\mathbb{R} - \{-1\}$ كمايلي: $f(x) = 2x + 3 - \frac{1}{(x+1)^2}$

نسمي (C) المنحني الممثل لها في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1- بين أن أنه من أجل كل $x \in \mathbb{R} - \{-1\}$ ، $f'(x) = \frac{2(x+2)(x^2+x+1)}{(x+1)^3}$

- 2- أدرس تغيرات الدالة f . 3- أكتب معادلة لكل من المستقيمين المقاربين للمنحني (C)
- 4- بين أن (C) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها $[-0,37; -0,25]$ $x_0 \in$
- 5- أكتب معادلة مماس المنحني (C) عند النقطة التي فاصلتها 0 .
- 6- أرسم المنحني (C)

7- لتكن المعادلة: $2x^3 + (7-m)x^2 + 2(4-m)x + 2 - m = 0$ حيث m وسيط حقيقي و x هو المجهول
أ- بين انه من أجل كل عدد حقيقي x فإن (e) تكافئ المعادلة $f(x) = m$.
ب- أستعمل المنحني (C) لدراسة حسب قيم m عدد وإشارة حلول المعادلة (e)

التمرين: 37 بكالوريا 1997

لتكن الدالة العددية f والمعرفة $\mathbb{R} - \{-1\}$ كمايلي: $f(x) = \frac{x^2(x+2)}{(x+1)^2}$

نسمي (C_f) المنحني الممثل لها في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1) عين الأعداد الحقيقية α, β, γ بحيث يكون من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R} - \{-1\}$.

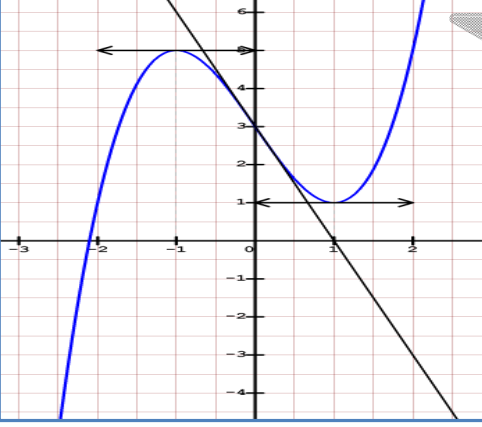
$$f(x) = \alpha x + \frac{\beta}{(x+1)} + \frac{\gamma}{(x+1)^2}$$

- 2) أدرس تغيرات الدالة f . 3) عين المستقيمين المقاربين للمنحني (C_f)
أدرس وضعية المنحني (C_f) بالنسبة لمستقيمه المقارب المائل.
أحسب إحداثيات نقطتي تقاطع المنحني (C_f) مع حامل محور الفواصل
- 4) أكتب معادلة المماس (Δ) للمنحني (C_f) في النقطة التي فاصلتها 1 . 5) أنشئ المماس والمنحني (C_f)

الجزء الرابع: تمارين مقترحة



التمرين: 38



I- المنحنى (C_g) الموالي هو التمثيل البياني للدالة g

المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = x^3 + ax + b$ واليكن (Δ)

المماس للمنحنى (C_g) عند النقطة $A(0;3)$

1. بقراءة بيانية:

(أ) عيّن $g(-1)$ ، $g'(0)$ ، $g''(0)$ ب) شكل جدول تغيّرات g .

2. أحسب $g'(x)$ ، ثم بيّن أن: $a = -3$ و $b = 3$

3. بيّن أنّ المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α في المجال $]-2, 2[$ ، ثم استنتج إشارة $g(x)$.

II- الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = x^4 - 6x^2 + 12x$

1. (أ) بيّن أنه، من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = 4g(x)$

ب) استنتج اتجاه تغيّر الدالة f و شكل جدول تغيّراتها.

2. بيّن أنّ: $f(\alpha) = -3\alpha(\alpha - 3)$ ، ثم احصر $f(\alpha)$.

III- الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ : $k(x) = f(-|x|)$ وليكن (C_k) تمثيلها البياني

1. تحقق أنّ k زوجية. 2. دون دراسة تغيّرات k استنتج جدول تغيّراتها. 3. هل k قابلة للاشتقاق عند 0 مع التعليل

التمرين: 39

دالة عددية جدول تغيّراتها التالي :

x	$-\infty$	-2	-1	0	$+\infty$	
f'(x)	+	0	-	-	0	+
f(x)	$-\infty$	-2	$-\infty$	$+\infty$	2	$+\infty$

نفرض أنّ $f(x)$ تكتب على الشكل: $f(x) = ax + b + \frac{c}{x+1}$ حيث a ، b ، c أعداد حقيقية.

(1) أحسب $f'(x)$ بدلالة a و c (2) اعتماداً على جدول التغيّرات للدالة f :

(أ) عين الأعداد الحقيقية a ، b ، c

(ب) عين $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -1} f'(x)$ وفسر النتيجة بيانياً.

(ج) قارن بين صورتَي العددين $\frac{1}{2}$ و $\frac{3}{4}$ بالدالة f معللاً اجابتك.

(3) نأخذ فيما يلي أن : $a = b = c = 1$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني .

(أ) بين أن عندما يؤول x إلى $(-\infty)$ و $(+\infty)$ فإن (C_f) يقبل مستقيم مقارب (Δ) معادلته $y = x + 1$

(ب) أدرس وضعية (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) (ج) أثبت أن النقطة $\omega(-1;0)$ مركز تناظر للمنحنى (C_f)

(د) أرسم المستقيمات المقاربة للمنحنى (C_f) ثم أرسم المنحنى (C_f)

(هـ) ناقش بيانياً وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة : $f(x) = m + 2$.

التمرين: 40

I- نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R} - \{3\}$ بـ: $g(x) = ax + b - \frac{1}{x-3}$ حيث a و b من $\mathbb{R}$ وليكن (C) تمثيلها البياني

- (1) عين كل من a و b علما أن:
- (C) يمر بالنقطة $A(2; 1)$ ويقبل في هذه النقطة مماسا موازيا لحامل محور الفواصل.
- (2) بين أن النقطة $I(3; 3a + b)$ مركز تناظر للمنحنى (C) .

II- نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R} - \{3\}$ بـ: $f(x) = \frac{-x^2 + 5x - 7}{x - 3}$

(C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

- (1) بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R} - \{3\}$ ، $f(x) = g(x)$.
- (2) أدرس تغيرات الدالة f . (3) أحسب $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} [f(x) - (-x + 2)]$ ماذا تستنتج؟

(4) أدرس الوضع النسبي (C_f) والمستقيم المقارب المائل (Δ)

(5) بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسين معامل توجيه كل منهما 3 يطلب تعيين معادلتيهما

(6) ارسم المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f) .

(7) باستعمال المنحنى (C_f) حدد حسب قيم الوسيط m عدد حلول المعادلة: $f(x) = 3x + m$

التمرين: 41

f دالة عددية معرفة على المجال $]-\infty; -1] \cup [1; +\infty[$ كما يلي: $f(x) = |x| + \sqrt{x^2 - 1}$

واليك (C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

- (1) أدرس شفعية الدالة f ثم احسب نهاية الدالة f عند $+\infty$
- (2) بين أن: $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - 2x] = 0$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا.
- (3) أدرس قابلية اشتقاق الدالة f عند 1 من اليمين وفسر النتيجة بيانيا.
- (4) أدرس اتجاه تغير f على $[1; +\infty[$ ثم استنتج اتجاه تغيراتها على $]-\infty; -1]$ وشكل جدول تغيراتها
- (5) بين أن (C) يقطع المستقيم ذي المعادلة: $2y = 5$ في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث: $1 < \alpha < 2$
- (6) أرسم المستقيمت المقاربة والمنحنى (C) .

التمرين: 42

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = -x + \frac{x-2}{x^2+1}$ و (C_f) تمثيلها البياني في $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ (2) بين أن f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ وأن: $f'(x) = \frac{-x(x-1)(x^2+x+4)}{(x^2+1)^2}$

(3) استنتج اتجاه تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

(4) بين أن المستقيم $(D): y = -x$ مقارب مائل لـ (C_f) ثم حدد وضعية (C_f) بالنسبة لـ (D)

(5) عين معادلة المماس لـ (C_f) عن النقطة التي فاصلتها -1، ثم استنتج قيمة تقريبية لـ $f(-1.25)$.

(6) أرسم (D) و (C_f) .

(7) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ و (C_g) تمثيلها البياني. إذا علمت أن (C_g) هو صورة (C_f)

بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{v} \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ عين عبارة $g(x)$ ثم أرسم (C_g) .

التمرين: 43

f دالة معرفة على $\mathbb{R} - \{2\}$ بـ: $f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{x - 2}$ و (C_f) تمثيلها البياني.

(I) عين الأعداد الحقيقية a, b, c بحيث يكون لـ (C_f) مستقيم مقارب معادلته: $y = x - 3$ وبقبل قيمة حدية عند النقطة التي فاصلتها 3.

(II) نفرض في كل مايلي: أن $a = 1$ و $b = -5$ و $c = 7$

(1) أدرس تغيرات الدالة f.

(2) أثبت أن المنحنى (C_f) يقبل مماسين (D_1) و (D_2) معامل توجيه كل منهما (-3) ، يطلب إعطاء معادلتَي المماسين (D_1) و (D_2)

(3) أرسم بدقة المماسين (D_1) و (D_2) ثم المنحنى (C_f) .

(4) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة: $f(x) + 3x - m = 0$

(5) f دالة معرفة على $\mathbb{R} - \{-2; 2\}$ بـ: $g(x) = f(|x|)$

(أ) بين أن الدالة زوجية.

(ب) أدرس قابلية اشتقاق g عند 0

(ج) بين أنه يمكن إنشاء (C_g) منحنى g إنطلاقاً من (C_f) ، ثم أرسم (C_g) في نفس المعلم السابق.

التمرين: 44

I - g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = x^3 - 3x - 3$ يرمز (C_g) إلى منحنىها البياني

(1) ادرس تغيرات الدالة g.

(2) أثبت أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α من المجال $]2, 1; 2, 2[$ ، ثم استنتج إشارة $g(x)$.

(3) x عدد حقيقي كفي من $\mathbb{R}$ ؛ احسب $g(-x) + g(x)$ ، ثم فسّر النتيجة بيانياً.

II-f دالة معرفة على $\mathbb{R} - \{-1; +1\}$ بـ: $f(x) = \frac{2x^3 + 3}{x^2 - 1}$ يرمز (C_f) إلى منحنىها البياني

(1) بيّن - من أجل كل x من $\mathbb{R} - \{-1; +1\}$ - $f'(x) = \frac{2x \cdot g(x)}{(x^2 - 1)^2}$

(2) ادرس تغيرات الدالة f. أثبت أن $f(\alpha) = 3\alpha$ ، و استنتج حصراً لـ $f(\alpha)$.

(4) برهن أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = 2x$ مقارب مائل لـ (C_f)

- ادرس وضعيّة (C_f) بالنسبة إلى (Δ)

(5) بيّن أنه يوجد مماسان لـ (C_f) يوازيان (Δ) . (يطلب إعطاء فاصلتي نقطتي التماس فقط).

(6) أنشئ المنحنى (C_f) .

(7) ناقش بيانياً، حسب قيم الوسيط الحقيقي m، عدد وإشارة حلول المعادلة:

$$2x^3 - mx^2 + m + 3 = 0$$

III-h دالة معرفة على $\mathbb{R} - \{-1; +1\}$ بـ: $h(x) = \frac{2|x|^3 + 3}{x^2 - 1}$

(1) أثبت أن h دالة زوجية. (2) بيّن أنه يمكن استنتاج (C_h) من (C_f) ، ثم أنشئه في نفس المعلم.

التمرين: 45

- f دالة معرفة على $\mathbb{R} - \{-1; 1\}$ بـ : $f(x) = |x+1| + \frac{x}{x^2-1}$ و (C_f) تمثيلها البياني
1. احسب النهايات عند أطراف مجال التعريف.
(ب) اكتب $f(x)$ دون رمز القيمة المطلقة.
 2. احسب $f'(x)$ و ادرس إشارته، ثم شكلي جدول تغيرات الدالة f .
 3. (أ) بين أن المستقيمين $(\Delta): y = x+1$ و $(\Delta'): y = -x-1$ مقاربان للمنحني (C_f) .
(ب) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى كل من (Δ) و (Δ') .
(ج) بين أن المنحني (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطتين
إحدهما فاصلتها α في المجال $]0, 5; 1[$ ، و الثانية فاصلتها β في المجال $]-2; -1, 5[$.
(د) أنشئ المنحني (C_f) .
 4. يُعطى المستقيم (D_m) ذو المعادلة $y = mx + 1$ ، حيث m وسيط حقيقي.
(أ) بين أنه عندما يتغير m في $\mathbb{R}$ ، فإن (D_m) يدور حول نقطة ثابتة يطلب تعيينها.
(ب) ناقش بيانًا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة $|x+1| + \frac{x}{x^2-1} - mx = 1$.

التمرين: 46

- f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = \sqrt{x^2+1} - x$ و (C_f) منحنيها في $M^3(O; \vec{i}, \vec{j})$.
1. (أ) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$. (ب) بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ ، ثم فسّر النتيجة هندسيًا.
 2. (أ) بين أنه، مهما كان x من $\mathbb{R}$: $f'(x) = \frac{x - \sqrt{x^2+1}}{\sqrt{x^2+1}}$.
(ب) برهن أنه، من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x) < 0$.
 3. شكلي جدول تغيرات f .
بين أن $\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) + 2x) = 0$ ، ثم فسّر النتيجة هندسيًا.
 4. عيّن إحداثي نقطة تقاطع (C_f) مع محور الترتيب، ثم أنشئ المنحني (C_f) .

التمرين: 47

I الدالة المعرفة على المجال $[-1; +\infty[$ كمايلي: $g(x) = ax^3 - 3x + b$ و (C_g) هو تمثيلها البياني

(1) عين العددين الحقيقيين a, b علما أن (C_g) يقبل مماسا معادلة $y = -6$ عند النقطة ذات الفاصلة 1

(2) أدرس تغيرات الدالة g ، ثم شكل جدول تغيرات g

(3) بين أن المعادلة: $x^3 - 3x - 4 = 0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha \in]2; 2,25[$ ثم استنتج إشارة $g(x)$

II دالة معرفة على $[-1; 1[\cup]1; +\infty[$ بـ: $f(x) = \frac{x^2(x+2)}{x^2-1}$ واليكن (C_f) تمثيلها البياني

(1) احسب نهايات f عند حدود مجال التعريف

(2) بين أن f قابلة للاشتقاق على $[-1; 1[\cup]1; +\infty[$ ، ثم احسب $f'(x)$

ب) تحقق أن $f'(x) = \frac{x \cdot g(x)}{(x^2-1)^2}$ و استنتج إشارته، ثم ارسم جدول تغيرات f

(3) بين أن: $f(\alpha) = \frac{3}{2}\alpha + 2$ ، ثم عيّن حصرا لـ $f(\alpha)$

(5) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - (x+2))$ ، ثم استنتج أن (C_f) يقبل مقارب مائل (Δ) يطلب تعيين معادلة له

(6) أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) .

(7) أنشئ المنحنى (Δ) والمستقيم (C_f) .

التمرين: 48

f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = \frac{(x+a)^2}{x^2+b}$ ، حيث: a و b عدنان حقيقيان غير معدومين.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1- عين العددين a و b إذا علمت أن معادلة المماس (Δ) عند النقطة فاصلتها 0 هي: $y = 2x + 1$

2- أثبت أن المستقيم معادلته: $y = 1$ مستقيم مقارب لمنحنى الدالة f .

3- بوضع: $a = b = 1$ -أثبت من أجل كل عدد حقيقي x أن: $f'(x) = \frac{-2(x^2-1)}{(x^2+1)^2}$

ب- عين اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

ج- حدد الوضعية النسبية لمنحنى الدالة f و المماس (Δ) ، ماذا يمكن القول عن النقطة $A(0,1)$ ؟

د- بين أن النقطة $A(0,1)$ مركز تناظر للمنحنى (C_f) .

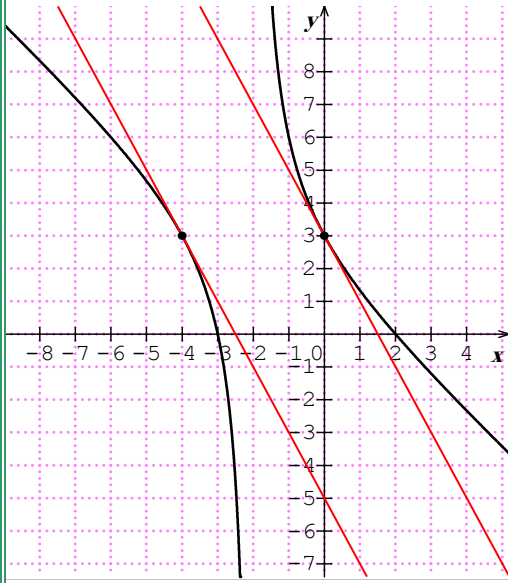
هـ- ارسم المنحنى (C_f) و المماس (Δ) .

4- نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = f\left(\frac{1}{x}\right)$

استنتج جدول تغيرات g انطلاقا من جدول تغيرات الدالة f

التمرين: 49

f دالة معرفة على $\mathbb{R} - \{-2\}$ بـ: $f(x) = ax + b + \frac{c}{x+2}$ حيث a, b, c أعداد حقيقية.



في الشكل المقابل المستوي مزود بمعلم متعامد متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$ و C_f التمثيل البياني للدالة f ، و (Δ) ، (Δ') مماسي C_f في النقطتين فاصلتاها 0 و -4 على الترتيب.

بقراءة بيانية أجب عن الأسئلة التالية:

1- عين $f'(0)$ و $f'(-4)$ ، ثم اكتب معادلتى المماسين (Δ) و (Δ')

2- ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول

المعادلة: $f(x) + 2x = m - 1$

3- شكل جدول تغيرات الدالة f ثم عين اشارتها.

4- نعتبر الدالة g المعرفة بـ: $g(x) = \sqrt{f(x)}$

أ) باستعمال (C_f) عين مجموعة تعريف الدالة g .

ب) استنتج تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

5- عين الاعداد الحقيقية a, b, c .

التمرين: 50

ملاحظة: هذا التمرين خاص بشعبي الرياضي و التقني رياضي

f_m دالة معرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$ بـ: $f_m(x) = \frac{x^2 - mx}{x-1}$ حيث m وسيط حقيقي.

واليك (C_m) المنحنى الممثل للدالة f_m في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1- بين أن جميع المنحنيات (C_m) تشترك في مستقيم مقارب ثابت يطلب تعيين معادلة له $(m \neq -1)$

2- بين أن جميع المنحنيات (C_m) تشترك في نقطة ثابتة يطلب تعيينها.

3- عين الاعداد الحقيقية a, b, c بحيث: $f_m(x) = ax + b + \frac{c}{x-1}$ مع $(m \neq -1)$.

4- برهن النقطة $\omega_m(1; m+2)$ مركز تناظر للمنحنى (C_m) .

ماهي مجموعة النقط ω_m لما يتغير m في $\mathbb{R} - \{-1\}$.

5- أحسب $f'_m(x)$ مشتقة الدالة f_m ثم استنتج:

أ- قيم m والتي من أجلها تحافظ f_m على اتجاه تغيراتها.

ب - قيم m والتي من أجلها تقبل f_m نهايتين قيميتين حديتين عظمى وصغرى.

انتهى بحمد الله وتوفيقه

مَنيَانَا لَكُمْ بِالنَّوْفِيفِ النَّامِ فِي بَكالوريا 2021

مع تحيات الأستاذين :

بالعبيدي محمد العربي

باي زواوي

ترقبوا الحلول في قناة : باي زواوي

BEY MATHS

