MATH

الكالي للرياضيات

الأستاذ الكالي خليل



1 AS

الشعب العلمية

تمارين في الدوال عددية

مستوى أولى ثانوي

جميع الشعب العلمية
تمارين متنوعة شاملة
شرح مبسط
دروس وتمارين

من اعداد
الأستاذ الكالي خليل

لمتابعتنا عبر صفحتنا على الفيسبوك او على اليوتيوب قومو بالظغط على الروابط الاتية

facebook YouTube

www.dzexams.com

التمرين 01

I لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ ب: $f(x)=x^2-6x+8$ ،وليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس$(O;\vec{i};\vec{j})$

❶ تحقق ان مهما يكن x من $\mathbb{R}$: $f(x)=(x-3)^2-1$

❷ ادرس تغيرات الدالة f على المجال$]-\infty;3]$ والمجال $[3;+\infty[$.

❸ شكل جدول تغيرات الدالة f

❹ بين انه من اجل كل x من $\mathbb{R}$ فان $f(x)-f(3)\geq 0$

❺ عين نقطة تقاطع (C_f) مع (yy').

❻ ارسم (C_f) بالاعتماد على (C) منحنى الدالة المرجعية.

التمرين 02

I) لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ ب : $f(x)=-x^2-4x-3$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس$(0;\vec{i};\vec{j})$

❶ عين العددين الحقيقين a وb بحيث يكون من اجل كل x من $\mathbb{R}$:

$$f(x)=-(x+a)^2+b$$

❷ نضع $a=2$ و $b=1$

أ/- ادرس تغيرات الدالة f على المجال $[-2;+\infty[$ والمجال $]-\infty;-2]$

ب/- شكل جدول تغيرات الدالة f

ج/- ارسم المنحنى (C_f) بالاعتماد على (C) منحنى الدالة $x\to -x^2$ ،موضح خطوات الرسم.

التمرين 03

I) لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}-\{1\}$ كما يلي $f(x)=\frac{-2x+3}{x-1}$, وليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس$(O;\vec{i};\vec{j})$

❶ اثبت ان مهما يكن x من $\mathbb{R}-\{1\}$ فان: $f(x)=-2+\frac{1}{x-1}$

❷ ادرس تغيرات الدالة f على المجال $]1;+\infty[$ والمجال $]-\infty;1[$

❸ شكل جدول تغيرات الدالة f

❹ عين نقاط تقاطع المنحنى (C_f) مع حاملين المحورين

❺ ادرس إشارة $f(x)$ من اجل كل عدد حقيقي x ،مفسرا ذلك هندسيا.

❻ بين ان $\Omega(2;-1)$ تنتمي الى المنحنى (C_f)

❼ ارسم المنحنى (C_f) بالاعتماد على (C) منحنى الدالة مقلوب موضح خطوات الرسم.

التمرين 04

I) لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}-\{2\}$ ب : $f(x)=\frac{x-3}{x-2}$, وليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس$(O;\vec{i};\vec{j})$

❶ عين العددين الحقيقين a وb بحيث من اجل كل x من $\mathbb{R}$:

$$f(x)=a+\frac{b}{x-2}$$

❷ نضع $a=1$ و $b=-1$

أ/- ادرس تغيرات الدالة f على المجال $]2;+\infty[$ والمجال $]-\infty;2[$

ب/- شكل جدول تغيرات الدالة f

ج/- عين نقاط تقاطع المنحنى (C_f) مع حاملين المحورين.

www.dzexams.com

د/- ارسم المنحنى (C_f) بالاعتماد على (C) منحنى الدالة $x \to -\frac{1}{x}$ ،موضح خطوات الرسم.

التمرين 05

I) لتكن الدالة f المعرفة على المجال $[2;+\infty[$ ب : $f(x)=\sqrt{x-2}-1$, وليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس$(O;\vec{i};\vec{j})$

❶ ادرس تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

❷ حل المعادلة $f(x)=0$ من اجل كل $x \in [2;+\infty[$ ،مفسرا بعد ذلك النتيجة هندسيا.

❸ ارسم منحنى (C_f) بالاعتماد على(C) منحنى الدالة الجذرية.

التمرين 06

I) لتكن الدالة f المعرفة على المجال $[-1;+\infty[$ ب : $f(x)=-\sqrt{x+1}+2$.

❶ أ ادرس تغيرات الدالة f على المجال $[-1;+\infty[$ ،ثم شكل جدول تغيراتها.

❷ حل المعادلة $f(x)=0$ من اجل $x \in [-1;+\infty[$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا.

❸ ارسم المنحنى (C_f) بالاعتماد على (C) منحنى الدالة $x \to -\sqrt{x}$ ،مفسر النتيجة هندسيا.

حل التمرين 01

① نتحقق ان من اجل x عدد حقيقي $f(x) = (x-3)^2 - 1$

$$(x-3)^2 - 1 = x^2 + 9 - 6x - 1$$
$$= x^2 - 6x + 8$$
$$= f(x)$$

اذن $f(x) = (x-3)^2 - 1$

② دراسة تغيرات الدالة f على المجال $]-\infty; 3]$ والمجال $[3; +\infty[$

$x_1, x_2 \in [3; +\infty[$	$x_1, x_2 \in]-\infty; 3]$
$3 \leq x_1 < x_2$	$x_1 < x_2 \leq 3$
$0 \leq x_1 - 3 < x_2 - 3$	$x_1 - 3 < x_2 - 3 \leq 0$
$(x_1-3)^2 < (x_2-3)^2$	$(x_1-3)^2 > (x_2-3)^2$
$(x_1-3)^2 - 1 < (x_2-3)^2 - 1$	$(x_1-3)^2 - 1 > (x_2-3)^2 - 1$
$f(x_1) < f(x_2)$	$f(x_1) > f(x_2)$
f متزايدة تماما على المجال $[3; +\infty[$	f متناقصة تماما على المجال $]-\infty; 3]$

③ جدول تغيرات الدالة f

x	$-\infty$	3	$+\infty$
$f(x)$	↘	$f(3)$	↗

④ نبين من اجل x من $\mathbb{R}$ فان $f(x) - f(3) \geq 0$

☜ من جدول التغيرات نلاحظ ان الدالة f تقبل قيمة حدية صغرى عند الفاصلة 3 ومنه نجد ان $f(x) \geq f(3)$ من اجل كل $x \in \mathbb{R}$

اذن $f(x) - f(3) \geq 0$.

⑤ تعين نقاط تقاطع المنحنى (C_f) مع حاملين المحورين.

☜ **تقاطع (C_f) مع (yy'):**

$$f(0) = 0^2 - 6(0) + 8 = 8$$

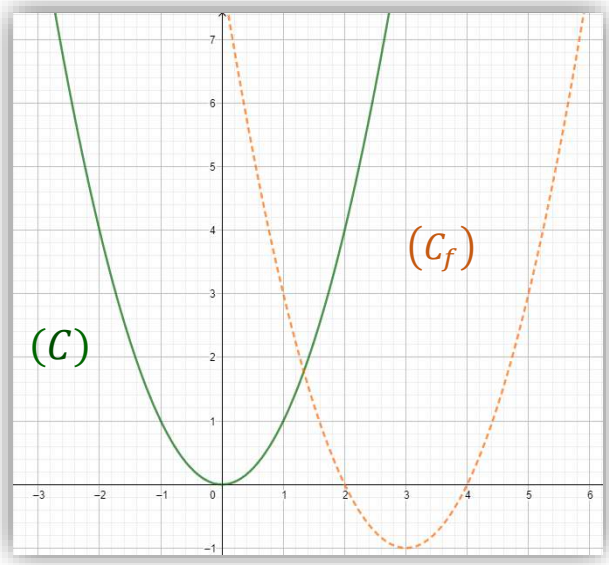
اذن (C_f) يقطع (yy') في النقطة لتكن $A(0,8)$

⑥ رسم المنحنى (C_f).

I) المنحنى (C_f)هو منحنى الدالة مربع بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{v}\begin{pmatrix}3\\-1\end{pmatrix}$

II) **جدول مساعد**

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
x^2	9	4	1	0	1	4	**9**



حل التمرين 02

① نعين قيمة a و b حيث $f(x) = -(x+a)^2 + b$

$$f(x) = -(x+a)^2 + b$$
$$= -(x^2 + a^2 + 2ax) + b$$
$$= -x^2 - 2ax - a^2 + b$$

بالمطابقة مع عبارة $f(x)$ نجد ان

$$\begin{cases} -2a = -4 \\ -a^2 + b = -3 \end{cases} \text{ تكافئ } \begin{cases} a = \frac{-4}{-2} = 2 \\ b = 1 \end{cases}$$

اذن $a = 2$ و $b = 1$

ومنه نجد ان $f(x) = -(x+2)^2 + 1$

أ/- ندرس اتجاه تغير الدالة f على المجال $]-2;+\infty[$ والمجال $]-\infty;2]$

$x_1, x_2 \in [-2;+\infty[$

$-2 \leq x_1 < x_2$

$0 \leq x_1 + 2 < x_2 + 2$

$(x_1+2)^2 < (x_2+2)^2$

$-(x_1+2)^2 > -(x_2-3)^2$

$1-(x_1+2)^2 > 1-(x_2-3)^2$

$f(x_1) > f(x_2)$

f متناقصة تماما على المجال $]-2;+\infty[$

$x_1, x_2 \in]-\infty;3]$

$x_1 < x_2 \leq -2$

$x_1 + 2 < x_2 + 2 \leq 0$

$(x_1+2)^2 > (x_2+2)^2$

$-(x_1+2)^2 < -(x_2+2)^2$

$-(x_1+2)^2 + 1 < -(x_2+2)^2 + 1$

$f(x_1) < f(x_2)$

f متزايدة تماما على المجال $]-\infty;2]$

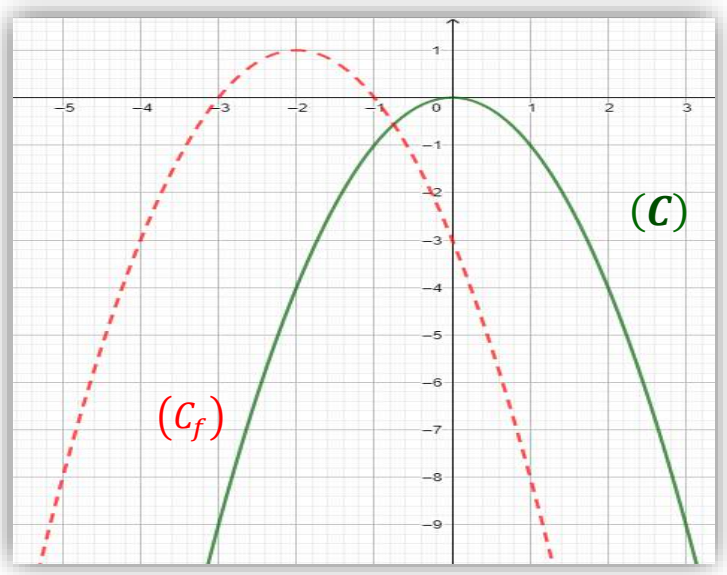
ب) جدول تغيرات الدالة f

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f(x)$		$f(2)$	

د) رسم المنحنى (C_f).

② المنحنى (C_f) هو منحنى (C) بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{v}\begin{pmatrix}-2\\1\end{pmatrix}$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$-x^2$	-9	-4	-1	0	-1	-4	-9



حل التمرين 03

① نثبت ان من اجل x من $\mathbb{R}-\{1\}$ فإن $f(x)=-2+\frac{1}{x-1}$

$$-2+\frac{1}{x-1}=\frac{-2(x-1)+1}{x-1}$$

$$=\frac{-2x+2+1}{x-1}$$

$$=\frac{-2x+3}{x-1}$$

$= f(x)$

اذن $f(x) = -2 + \frac{1}{x-1}$

❷ دراسة تغيرات الدالة f على المجال $]1;+\infty[$ والمجال $]-\infty;1[$

$x_1, x_2 \in]1;+\infty[$

$1 < x_1 < x_2$

$0 < x_1 - 1 < x_2 - 1$

$\frac{1}{x_1-1} > \frac{1}{x_2-1}$

$-2 + \frac{1}{x_1-1} > -2 + \frac{1}{x_2-1}$

$f(x_1) > f(x_2)$

f متناقصة تماما على المجال $]1;+\infty[$

$x_1, x_2 \in]-\infty;1[$

$x_1 < x_2 < 1$

$x_1 - 1 < x_2 - 1 < 0$

$\frac{1}{x_1-1} > \frac{1}{x_2-1}$

$-2 + \frac{1}{x_1-1} > -2 + \frac{1}{x_2-1}$

$f(x_1) > f(x_2)$

f متناقصة تماما على المجال $]-\infty;1[$

❸ جدول تغيرات الدالة f

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f(x)$		↘	‖	↘	

❹ تعيين نقاط تقاطع المنحنى (C_f) مع حاملين المحورين

☜ **تقاطع (C_f) مع (gg')**

$$f(0) = \frac{-2(0)+3}{0-1} = -3$$

اذن (C_f) يقطع (gg') في نقطة لتكن $A(0,-3)$

☜ **تقاطع (C_f) مع (xx')**

$f(x)=0$ تكافئ $\frac{-2x+3}{x-1}=0$

تكافئ $-2x+3=0$

تكافئ $-2x=-3$

$x=\frac{3}{2}$

اذن (C_f) يقطع (xx') في النقطة لتكن $B\left(\frac{3}{2},0\right)$

❺ ندرس إشارة $f(x)$

$\begin{cases}-2x+3=0\\ x-1=0\end{cases}$ تكافئ $\begin{cases}x=\frac{3}{2}\\ x=1\end{cases}$

x	$-\infty$		1		$\frac{3}{2}$		$+\infty$
$-2x+3$		$+$		$+$	0	$-$	
$x-1$		$-$	0	$+$		$+$	
$f(x)$		$-$	‖	$+$	0	$-$	

التفسير الهندسي:

✓ المنحنى (C_f) فوق تماما (xx') إذا كان $x\in\left]1;\frac{3}{2}\right[$

✓ المنحنى (C_f) تحت تماما (xx') إذا كان $x\in\left]-\infty;1\right[\cup\left]\frac{3}{2};+\infty\right[$

✓ المنحنى (C_f) يقطع (xx') إذا كان $x=\frac{3}{2}$

❻ نبين ان $\Omega(2,-1)$ تنتمي الى (C_f).

☜ $\Omega(2,-1)$ تنتمي الى (C_f) هذا يعني $f(x_\Omega)=y_\Omega$

$$f(x_\Omega) = f(2) = \frac{-2(2)+3}{2-1} = \frac{-4+3}{1} = -1 = y_\Omega$$

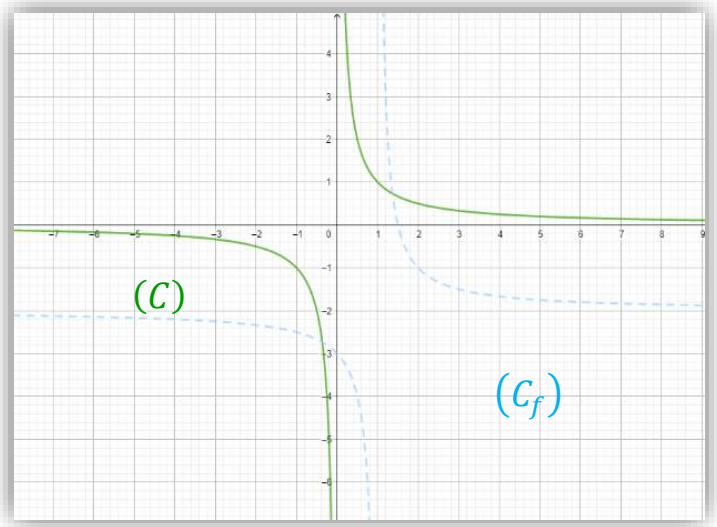
اذن $\Omega(2,-1)$ تنتمي الى (C_f).

❼ رسم المنحنى (C_f)

✓ المنحنى (C_f) هو منحنى الدالة مقلوب بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{v}\begin{pmatrix}1\\-2\end{pmatrix}$

جدول مساعد

x	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	2
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{2}$	-1	-2	2	1	$\frac{1}{2}$



حل التمرين 04

I)

❶ نعين العددين الحقيقين a و b حيث

$$f(x) = a + \frac{b}{x-2}$$

$$= \frac{a(x-2)+b}{x-2}$$

$= \frac{ax-2a+b}{x-2}$

بالمطابقة مع عبارة $f(x)$ نجد ان

$\begin{cases} a=1 \\ b=-1 \end{cases}$ تكافئ $\begin{cases} a=1 \\ -2a+b=-3 \end{cases}$

اذن $f(x)=1-\frac{1}{x-2}$

❷ أ/-دراسة تغيرات الدالة f على المجال $]2;+\infty[$ والمجال $]-\infty;2[$

$x_1,x_2 \in]2;+\infty[$

$2<x_1<x_2$

$0<x_1-2<x_2-2$

$\frac{1}{x_1-2}>\frac{1}{x_2-2}$

$-\frac{1}{x_1-2}<-\frac{1}{x_2-2}$

$1-\frac{1}{x_1-1}<1-\frac{1}{x_2-1}$

$f(x_1)<f(x_2)$

f متزايدة تماما على المجال $]2;+\infty[$

$x_1,x_2 \in]-\infty;2[$

$x_1<x_2<2$

$x_1-2<x_2-2<0$

$\frac{1}{x_1-2}>\frac{1}{x_2-2}$

$-\frac{1}{x_1-2}<-\frac{1}{x_2-2}$

$1-\frac{1}{x_1-1}<1-\frac{1}{x_2-1}$

$f(x_1)<f(x_2)$

f متزايدة تماما على المجال $]-\infty;2[$

ب) جدول تغيرات الدالة f

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f(x)$	↗	‖	↗

ج) تعيين نقاط تقاطع المنحنى (C_f) مع حاملين المحورين

تقاطع (C_f) مع (yy')

$$f(0)=\frac{0-3}{0-2}=\frac{3}{2}$$

اذن (C_f) يقطع (yy') في نقطة لتكن $A(0,\frac{3}{2})$

تقاطع (C_f) مع (xx')

$f(x)=0$ تكافئ $\frac{x-3}{x-2}=0$

تكافئ $x-3=0$

تكافئ $x=3$

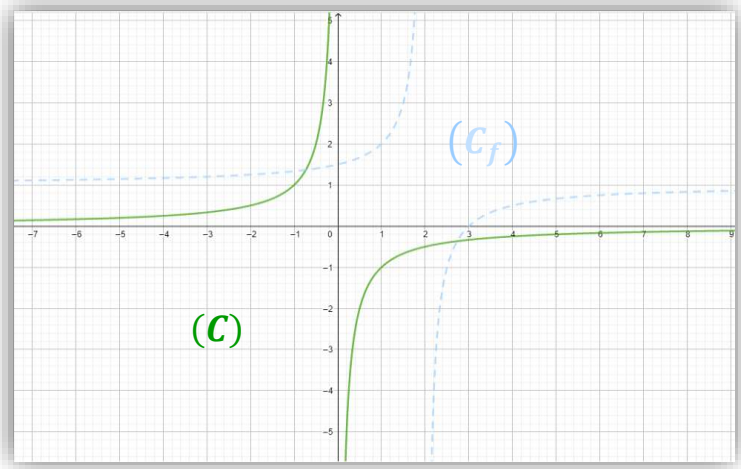
اذن (C_f) يقطع (xx') في النقطة لتكن $B\ (3,0)$

د) رسم المنحنى (C_f)

➢ المنحنى (C_f) هو منحنى الدالة (C) بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{v}\begin{pmatrix}2\\1\end{pmatrix}$

جدول مساعد

x	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	2
$-\frac{1}{x}$	$\frac{1}{2}$	1	2	-2	-1	$-\frac{1}{2}$



حل التمرين 05

دراسة تغيرات الدالة f على $]2,+\infty[$ $x_1, x_2 \in]2,+\infty[$

$$x_1 < x_2 \leq 2$$

$$x_1 - 2 < x_2 - 2 \leq 0$$

$$\sqrt{x_1 - 2} < \sqrt{x_2 - 2}$$

$$\sqrt{x_1 - 2} - 1 < \sqrt{x_2 - 2} - 1$$

$$f(x_1) < f(x_2)$$

⌧ الدالة f متناقصة تماما على المجال $]2,+\infty[$

✍ **جدول التغيرات**

x	2	$+\infty$
$f(x)$		

❸ حل المعادلة $f(x) = 0$

$f(x) = 0$ تكافئ $\sqrt{x-2} - 1 = 0$

تكافئ $\sqrt{x-2} = 1$

تكافئ $x - 2 = 1$

تكافئ $x = 3$

اذن حل المعادلة $x = 3$

التفسير الهندسي

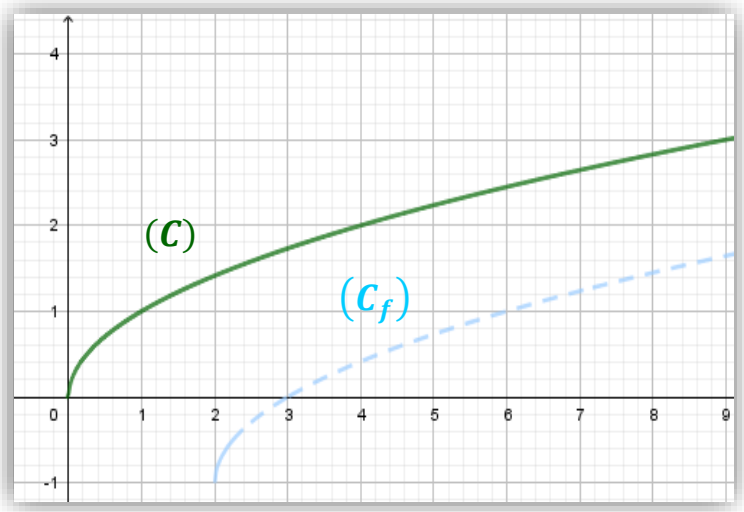
- المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في النقطة ذات الفاصلة $x = 3$
- ❹ رسم المنحنى (C_f)

تفسير

- المنحنى (C_f) هو منحنى الدالة الجذرية بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{v}\begin{pmatrix}2\\-1\end{pmatrix}$

جدول مساعد

x	0	1	4	9
$\sqrt{x}$	0	1	2	**3**



حل التمرين 06

$$-1 \leq x_1 < x_2$$

$$0 \leq x_1 + 1 < x_2 + 1$$

$$\sqrt{x_1 + 1} < \sqrt{x_2 + 1}$$

$$-\sqrt{x_1 + 1} + 2 > -\sqrt{x_2 + 1} + 2$$

$$f(x_1) > f(x_2)$$

f متناقصة تماما على المجال $]-1, +\infty[$

جدول تغيرات

x	-1	$+\infty$
$f(x)$		↘

II) حل المعادلة $f(x) = 0$

$$f(x) = 0$$

$$-\sqrt{x+1} + 2 = 0$$

$$-\sqrt{x+1} = -2$$

$$\sqrt{x+1} = 2$$

$$x + 1 = 4$$

$$x = 3$$

اذن حل المعادلة $x = 3$

تفسير الهندسي:

- المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في النقطة ذات الفاصلة 3

III) رسم المنحنى (C_f)

- المنحنى (C_f) هو منحنى الدالة (C) بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{v}\begin{pmatrix}-1\\2\end{pmatrix}$

جدول مساعد

x	0	1	4	9
$-\sqrt{x}$	0	-1	-2	-3

