

الفرض الأول للثلاثي الأول في مادة الرياضيات

التمرين الأول: (3 نقاط)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة والمستمرة على المجال $[0; 1]$ بحيث $f(0) = f(1)$ و p عدد طبيعي ثابت يحقق $p > 1$

اثبت أنه يوجد على الأقل عدد حقيقي α من المجال $[0; 1]$ يحقق: $f\left(\alpha + \frac{1}{p}\right) = f(\alpha)$

التمرين الثاني: (17 نقطة)

(I) g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ ب: $g(x) = x^3 - 3x - 4$.

(1) أ) برر أن g مستمرة على $\mathbb{R}$.

ب) أحسب نهايتي $g(x)$ عند $+\infty$ و $-\infty$.

ج) أدرس اتجاه تغير g ثم انشيء جدول تغيراتها.

(2) أ) برهن أنه يوجد عدد حقيقي وحيد α في المجال $[2; 2,5]$ يحقق $g(\alpha) = 0$.

ب) استنتج إشارة $g(x)$.

(II) f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R} - \{1; -1\}$ ب: $f(x) = \frac{x^3 + 2x^2}{x^2 - 1}$

و (C_f) المنحني الممثل لها في المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ (وحدة الطول هي 2cm)

(1) أحسب نهايات $f(x)$ عند حدود مجموعة تعريفها ثم فسرهما هندسيا.

(2) أ) برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي $x \in D_f$ فان: $f'(x) = \frac{xg(x)}{(x^2 - 1)^2}$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

(3) أ) تحقق أنه من أجل كل $x \in D_f$ فان: $f(x) = x + 2 + \frac{x + 2}{x^2 - 1}$

ب) استنتج أن (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ) يطلب تعيين معادلة له بجوار كلا من $+\infty$ و $-\infty$.

ج) أدرس الوضع النسبي بين (C_f) و (Δ) .

(4) أنشيء (C_f) و (Δ) في المعلم $(O; \vec{i}, \vec{j})$.