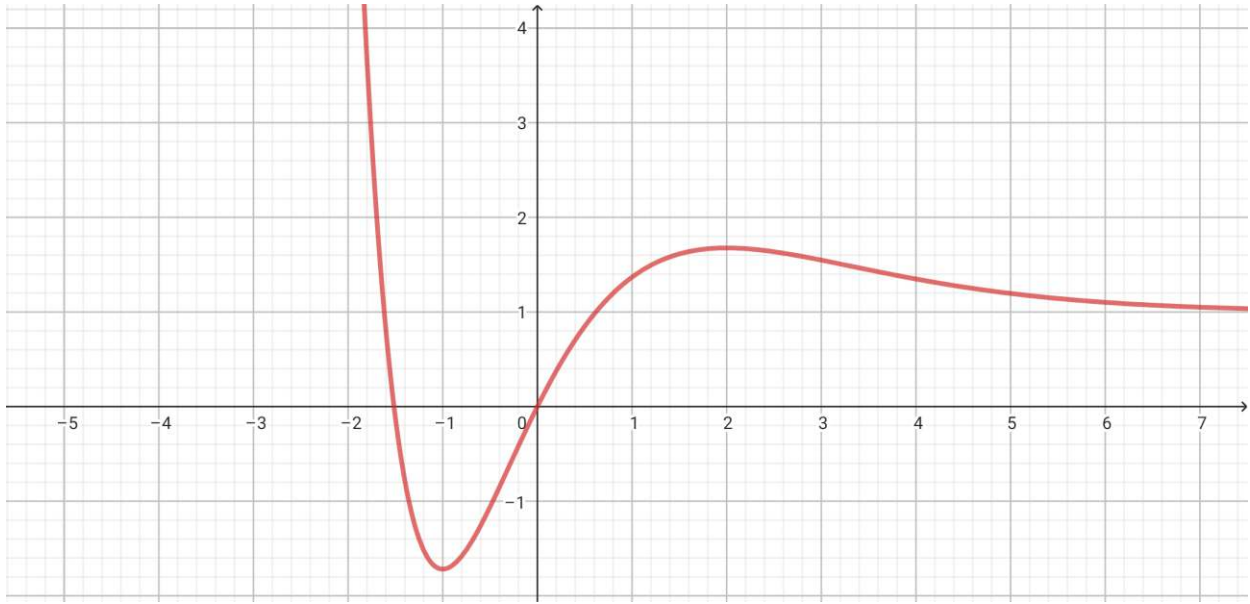


التمرين الأول:

الجزء الأول: لتكن g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = (x^2 + ax + b)e^{-x} + c$ ، حيث a و b و c أعداد حقيقية، و (C_g) منحناها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ ، كما يلي:



(1) **بقراءة بيانية:** أ) عين نهايات الدالة g عند أطراف مجموعة تعريفها.

ب) عين $g(0)$ و $g'(-1)$.

ج) شكل جدول تغيرات الدالة g .

(2) أ) أحسب $g'(x)$ بدلالة a و b .

ب) باستعمال معطيات سابقة، بين أن: $g(x) = (x^2 + x - 1)e^{-x} + 1$.

(3) أ) أثبت وجود عدد حقيقي وحيد α من المجال $[-1.52; -1.51]$ حل للمعادلة $g(x) = 0$.

ب) استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

الجزء الثاني: نعتبر f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = -x + (x^2 + 3x + 2)e^{-x}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها.

(2) أ) بين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا (Δ) بجوار $+\infty$ معادلته: $y = -x$.

ب) أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .

- (3) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن: $f'(x) = -g(x)$.
 ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.
 (4) بين أن (C_f) يقبل نقطتي إنعطاف يُطلب تعيين إحداثيهما.
 (5) أنشئ (Δ) و (C_f) . (نأخذ: $f(\alpha) = 0.38$)
 (6) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة:

$$x^2 + 3x + 2 = (x + m)e^x$$

التمرين الثاني:

الجزء الأول:

- (1) حل المعادلة التفاضلية $(E) : y' + y - 1 = 0$.
 (2) عين الحل الخاص g للمعادلة التفاضلية (E) بحيث منحنى الدالة g يشمل النقطة $(0; 2)$.
 (3) استنتج أن الدالة g متناقصة تماما على $\mathbb{R}$.

الجزء الثاني: نعتبر f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = \ln(e^{-x} + 1)$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

- (1) تحقق أن $f = \ln \circ g$ ، ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f .
 (2) عين نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها، ثم فسر ذلك بيانيا.
 (3) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن: $f(x) = -x + \ln(e^x + 1)$.
 ب) أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) + x]$ ، ثم فسر النتيجة بيانيا.
 (4) أحسب $f(0)$ و $f(\ln 2)$ ، ثم أنشئ المستقيمين المقاربين والمنحنى (C_f) .

الجزء الثالث: لتكن h الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x) = \ln\left(\frac{e^x}{e^x + 1}\right)$.

- (1) أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن: $f(x) + h(x) = 0$ ، ثم فسر النتيجة بيانيا.
 (2) إنطلاقا من (C_f) أنشئ منحنى الدالة h في نفس المعلم السابق.

بالتوفيق للجميع...

الإجابة	الإجابة النموذجية	العلامة	الإجابة النموذجية															
0,5	ولدينا : $g'(-1)=0$ ومنه : $-1-2+a+a-b=0$ أي : $2a=b+3$ ومنه اذن : $a=1$ اذن : $g(x) = (x^2+x-1)e^{-x} + 1$ $\tilde{I}(3)$ لدينا : الدالة g مستمرة ومتناقصة تماما على المجال $] -1,52 ; -1,51[$ $g(-1,52) \approx 0,04$ $g(-1,51) \approx -0,04$ ومنه $0 < g(-1,52) \cdot g(-1,51)$ حسب مبرهنة القيم المتوسطة لمطابقة $g(x)=0$ نقتد حلا وحيدا α فيه المجال $] -1,52 ; -1,51[$. <u>جـ : إشارة $g(x)$</u>	0,5	التصحيح الأول : (12 نقطة) $g(x) = (x^2+ax+b)e^{-x} + c$ <u>الجزء 01 :</u> <u>(1) قراءة بيان :</u> $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 1$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = +\infty$ $g'(-1)=0$ و $g(0)=0$ جـ : جدول التغيرات :															
0,75		0,5	<table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>-1</td> <td>0</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$g'(x)$</td> <td></td> <td>$-$</td> <td>$+$</td> <td>$-$</td> </tr> <tr> <td>$g(x)$</td> <td>$+\infty$</td> <td></td> <td>$g(0)$</td> <td>1</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	-1	0	$+\infty$	$g'(x)$		$-$	$+$	$-$	$g(x)$	$+\infty$		$g(0)$	1
x	$-\infty$	-1	0	$+\infty$														
$g'(x)$		$-$	$+$	$-$														
$g(x)$	$+\infty$		$g(0)$	1														
0,5		0,75	2) $\tilde{I}$ حساب $g'(x)$: من أجل كل $x \in \mathbb{R}$: $g'(x) = (2x+a)e^{-x} - (x^2+ax+b)e^{-x}$ $g'(x) = (2x+a-x^2-ax-b)e^{-x}$ $g'(x) = (-x^2+(2-a)x+(a-b))e^{-x}$ جـ : ملاحظة لدينا : $\lim_{x \rightarrow +\infty} [(x^2+ax+b)e^{-x}] + c = 1 \quad \dots (1)$ ومنه : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{x^2}{e^x} + \frac{ax}{e^x} + \frac{b}{e^x} + c \right] = 1$ اذن : $c=1$ ولدينا : $g(0)=0$ ومنه : $b+c=0$ أي : $b+1=0$ ومنه $b=-1$															
0,5		0,5																
0,5	الجزء 02 : $f(x) = -x + (x^2+3x+2)e^{-x}$ 1) حساب النهايات : $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[-x + (x^2+3x+2)e^{-x} \right]$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[-x + \frac{x^2}{e^x} + \frac{3x}{e^x} + \frac{2}{e^x} \right]$ $= -\infty$ 2) لدينا من أجل كل $x \in \mathbb{R}$: $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) + x] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{x^2}{e^x} + \frac{3x}{e^x} + \frac{2}{e^x} \right] = 0$ ومنه (φ) يقرئ مستقيما مقابلا لـ y لا يؤثر $+\infty$ معادلته $y=-x$	0,5																

5. الإنشاء :

6. المناقشة البائية :

لدينا : $x^2 + 3x + 2 = (x+m)e^x$

مفناه : $(x^2 + 3x + 2)e^{-x} = x + m$

ومنه : $-x + (x^2 + 3x + 2)e^{-x} = m$

أي : $f(x) = m \dots (E)$

ومنه حلول المعادلة $y = m$ (3 حلول) .

نقطة تقاطع (φ) مع المستقيم ذو المعادلة $y = m$ ($m \in \mathbb{R}$) .

قيم m	عدد وإشارة حلول المعادلة (E)
$]-\infty; f(\alpha)[$	حل واحد موجب تماما .
$f(\alpha)$	حالتان أحدهما موجب والآخر سالب .
$]f(\alpha); 2[$	حالتان سالبتان و حل موجب (3 حلول) .
2	حالتان أحدهما مفرد والآخر سالب .
$]2; +\infty[$	حل واحد سالب .

ن. دراسة الوضع النسبي : من أجل كل $x \in \mathbb{R}$

لدينا : $f(x) - (-x) = (x^2 + 3x + 2)e^{-x}$

$x^2 + 3x + 2 = (x+2)(x+1)$ و $e^{-x} > 0$

ومنه :

x	$-\infty$	-2	-1	$+\infty$
$f(x) - (-x)$	+	0	-	+
الوضع النسبي	أفق (Δ)	تقاطع (Δ)	تقاطع (Δ)	فوق (Δ)

3. من أجل كل عدد حقيقي x لدينا :

$f'(x) = -1 + (2x+3)e^{-x} - (x^2+3x+2)e^{-x}$

$f'(x) = -1 + (-x^2 - x + 1)e^{-x}$

$f'(x) = -[1 + (x^2 + x - 1)e^{-x}]$

$f'(x) = -g(x)$.

ب. اتجاه التغير :

x	$-\infty$	α	0	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	$-$

ومنه الدالة f متناقصه تماما على كل من المجالين $]-\infty; \alpha[$ و $]0; +\infty[$ و متزايدة تماما على $[\alpha; 0]$.

جدول التغيرات :

x	$-\infty$	α	0	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$		2	$-\infty$

4. لدينا :

وهذه f'' تتقدم عن -1 و 2 مخرطة

إشارة تنعكس عن كل منهما ومنه (φ)

يقبل نقطتي انعطاف : $A(-1; 1)$ و $B(2; 0)$

1. حل المعادلة التفاضلية :

$$y' + y - 1 = 0 \dots (E)$$

لدينا (E) تكافئة : $y' = -y + 1$

ومن حلول المعادلة هي جميع الدوال

المعرفة على $\mathbb{R}$ بالشكل :

$$g(x) = C e^{-x} + 1 \text{ حيث } C \text{ ثابت حقيقي.}$$

2. لدينا : من أجل $A(0;2) \in (C_g)$

$$g(0) = 2 \text{ ومنه } C e^0 + 1 = 2 \text{ أي } C = 1$$

ومن أجل الخاص للمعادلة (E) في

$$g(x) = e^{-x} + 1 \text{ هذه الحالة هو :}$$

3. لدينا من أجل كل عدد حقيقي x

المراد $x \rightarrow -x$ متناقصة

تماما على $\mathbb{R}$ ومنه المراد $x \rightarrow e^{-x}$

متناقصة تماما على $\mathbb{R}$ وبالتالي المراد

و متناقصة تماما كذلك على $\mathbb{R}$.

الجزء 02 :

$$f(x) = \ln(e^{-x} + 1) ; D_f = \mathbb{R}$$

1. لدينا من أجل كل $x \in \mathbb{R}$

$$(\ln \circ g)(x) = \ln[g(x)] = \ln(e^{-x} + 1) = f(x)$$

ومن المراد f متناقصة تماما على $\mathbb{R}$ [متناقصة على $\mathbb{R}$]

2. حساب النهايات :

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty \text{ ومنه } \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln x = +\infty$$

ولدينا

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-x} + 1 = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0 \text{ ومنه } \lim_{x \rightarrow 1} \ln x = 0$$

التقسيم البسيط :

(φ) يقبل حامل محور الفواصل مقاربا

أفقا له فيه جوار $+\infty$.

3. من أجل كل عدد حقيقي x لدينا :

$$\begin{aligned} f(x) &= \ln(e^{-x} + 1) = \ln[e^{-x}(1 + e^x)] \\ &= \ln e^{-x} + \ln(1 + e^x) \\ &= -x + \ln(e^x + 1) \end{aligned}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) + x] = \lim_{x \rightarrow -\infty} (\ln(e^x + 1)) = 0$$

ومن (φ) يقبل مستقيما مقاربا ما تلا عنه

$$y = x \text{ معادلة}$$

$$f(0) = \ln 2 \text{ و } f(\ln 2) = 0$$

(5) الإثبات :

الجزء الثالث :

1. من أجل كل $x \in \mathbb{R}$ لدينا :

$$h(x) = \ln(e^x) - \ln(e^x + 1) = x - \ln(e^x + 1)$$

ومن

$$f(x) + h(x) = -x + \ln(e^x + 1) + x - \ln(e^x + 1) = 0$$

بيانيا : (C_h) نظير (φ) بالنسبة إلى

حامل محور الفواصل.

$$(h(x) = -f(x))$$

الإثبات :

