

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: 06 نقاط

نعتبر العددين الصحيحين  $a$  و  $b$  بحيث  $a \equiv 2024[5]$  و  $b - a \equiv 1962[5]$ .

- بين أن  $a \equiv 4[5]$  وأن  $b \equiv 1[5]$ .
- تحقق أن  $a \equiv -1[5]$ ، ثم بين أن العددين  $a^{2024}$  و  $b^{1445}$  متوافقان بتريديد 5.
- ادرس حسب قيم العدد الطبيعي  $n$  بواقي القسمة الاقليدية للعدد  $2^n$  على العدد 5.
- بين أن العدد  $1962^{1962} + 2b^{1445} + a^{2025}$  مضاعف للعدد 5.
- عين قيم العدد الطبيعي  $n$  التي من أجلها يكون  $2^n + a^{2025} + 2b^{1445} \equiv 0[5]$ .

التمرين الثاني: 06 نقاط

نعتبر المتتالية الحسابية  $(u_n)$  المعرفة على  $\mathbb{N}$  بحيث  $\begin{cases} u_0 = -1 \\ u_2 + u_4 = 10 \end{cases}$ .

- احسب الحد  $u_3$ ، ثم بين أن  $r = 2$  بحيث  $r$  هو أساس المتتالية  $(u_n)$ .
- اكتب عبارة الحد العام  $u_n$  بدلالة  $n$ .
- بين أن العدد 2023 حد من حدود المتتالية  $(u_n)$  يطلب تعيين رتبته.
- نعتبر المجموع  $S_n$  بحيث  $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$ .  
أ) بين أنه من أجل  $n \in \mathbb{N}$  :  $S_n = n^2 - 1$ .  
ب) عين قيمة العدد الطبيعي  $n$  التي من أجلها يكون  $S_n = 2024$ .

التمرين الثالث: 08 نقاط

نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $f(x) = -x^3 + 3x^2$ ، وليكن  $(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(o; \vec{i}, \vec{j})$ .

- احسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ .
- بين أنه من أجل  $x \in \mathbb{R}$  :  $f'(x) = -3x(x - 2)$ ، ثم ادرس حسب قيم  $x$  إشارة  $f'(x)$ .
- استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.
- بين أن النقطة  $I(1; 2)$  نقطة انعطاف لـ  $(C_f)$ ، ثم اكتب معادلة للمماس  $(T)$  لـ  $(C_f)$  في النقطة  $A$ .
- عين إحداثيات نقط تقاطع  $(C_f)$  مع حامل محور الفواصل.
- احسب  $f(-1)$  ثم أنشئ  $(T)$  وارسم  $(C_f)$ .
- ناقش بيانها حسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  عدد وإشارة حلول المعادلة  $f(x) = m$ .

نعتبر المتتاليتين العدديتين  $(u_n)$  و  $(v_n)$  المعرفتين على  $\mathbb{N}$  كما يلي:  $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = 5u_n - 4 \end{cases}$  و  $v_n = u_n - 1$ .

1. بين أن  $(v_n)$  متتالية هندسية أساسها 5 يطلب حساب حدها الأول  $v_0$ .
2. اكتب عبارة الحد العام  $v_n$  بدلالة  $n$ ، ثم استنتج أنه من أجل  $n \in \mathbb{N} : u_n = 5^n + 1$ .
3. ادرس اتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$ .
4. بين أن العدد 3126 حد من حدود  $(u_n)$  يطلب تعيين رتبته.
5. احسب بدلالة  $n$  المجموع  $S_n$  بحيث  $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$ .
6. استنتج بدلالة  $n$  المجموع  $S'_n$  بحيث  $S'_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$ .

التمرين الثاني: 06 نقاط

نعتبر الأعداد الصحيحة  $a, b$  و  $c$  بحيث  $a = 1962, b = -2025$  و  $c \equiv a + b [11]$ .

1. بين أن  $a \equiv 4 [11], b \equiv 10 [11]$ ، ثم استنتج باقي القسمة الاقليدية للعدد  $c$  على العدد 11.
2. ادرس حسب قيم العدد الطبيعي  $n$  بواقي القسمة الاقليدية للعدد  $4^n$  على العدد 11.
3. تحقق أن  $b \equiv -1 [11]$  ثم بين أن  $a^a + 3b^a + (c+1)^{2023} \equiv 0 [11]$ .
4. عين قيم العدد الطبيعي  $n$  التي من أجلها يكون  $b^{1445} \times a^n \equiv b [11]$ .

التمرين الثالث: 08 نقاط

نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R} - \{2\}$  بـ:  $f(x) = \frac{2x-2}{x-2}$ ، وليكن  $(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(o; \vec{i}, \vec{j})$ .

1. بين أنه من أجل  $x \in \mathbb{R} - \{2\}$  :  $f(x) = 2 + \frac{2}{x-2}$ .
2. احسب  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ ،  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ،  $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$ . استنتج معادلة لكل من المستقيمين المقاربين لـ  $(C_f)$ .
3. بين أنه من أجل  $x \in \mathbb{R} - \{2\}$  :  $f'(x) = \frac{-2}{(x-2)^2}$ ، ثم استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  وشكل جدول تغيراتها.
4. اكتب معادلة للمماس للمماس  $(T)$  لـ  $(C_f)$  في النقطة ذات الفاصلة  $x_0 = 0$ .
5. بين أن النقطة  $B(2; 2)$  مركز تناظر لـ  $(C_f)$ .
6. عين احداثيات نقط تقاطع  $(C_f)$  مع حامي محوري الاحداثيات.
7. أنشئ  $(T)$  والمستقيمت المقاربة ثم ارسم  $(C_f)$ .