

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقط)

- (1) أ- أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة 3^n على 10.
ب- ما هو باقي قسمة العدد A_n على 10 حيث: $A_n = 3^{16n+6} - 2 \times 109^{2n+3} - 13$ ؟
- (2) أ- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $(3n+4) \times 9^n + 7^{2n+1} \equiv 3^{2n} (3n+1) [10]$.
ب- عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون العدد الطبيعي $(3n+4) \times 9^n + 7^{2n+1}$ مضاعفا للعدد 10.
- (3) A عدد طبيعي يكتب $\overline{xx0xx01}$ في نظام التعداد ذي الأساس 3 و يكتب $\overline{y611}$ في نظام التعداد ذي الأساس 7.
- جد x و y ثم أكتب A في النظام العشري.
- (4) يحتوي كيس على 4 كرات مرقمة ببواقي قسمة 3^n على 10 نسحب عشوائيا كرتين في آن واحد.
أ- أحسب احتمال الحصول على رقمين مجموعهما يساوي مجموع أرقام العدد 2017.
ب- X متغير عشوائي يرفق بكل عملية سحب مجموع الرقمين المتحصل عليهما.
- عرف قانون احتمال X ثم احسب أمله الرياضي.

التمرين الثاني: (04 نقط)

التمرين الثالث: (05 نقط):

- المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$. نعتبر النقاط A, B, C, D و E التي لاحقاتها على الترتيب $z_A = 1, z_B = 4+i, z_C = 3i, z_D = -1+i$ و $z_E = -2i$.
- (1) بين أن $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} = \frac{z_E - z_A}{z_D - z_A}$. ثم بين أنه يوجد تحويل نقطي T ، يحول D إلى E و B إلى C يطلب تعيين طبيعته وعناصره المميزة.
 - (2) عين لاحقة النقطة C' صورة النقطة C بالتشابه المباشر S الذي مركزه A وزاويته $\frac{\pi}{4}$ و نسبته $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

(3) لتكن I_1, I_2, I_3 و I_4 منتصفات القطع المستقيمة $[BC], [CD], [DE]$ و $[EB]$ على الترتيب.

أ - بين أنه يوجد تحويل نقطي r مركزه I_1 و يحول النقطة I_4 إلى I_2 .

ب - احسب $z_{I_1} + z_{I_3}$ و $z_{I_2} + z_{I_4}$ ثم استنتج طبيعة الرباعي $I_1 I_2 I_3 I_4$.

(4) لتكن M نقطة من المستوي لاحقتهما z و النقطة M' ذات اللاحقة z' صورتها بالتشابه S .

- بين أن: $z' = \frac{1}{2}[(1+i)z + 1-i]$.

(5) لتكن (γ) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة Z التي تحقق $z = (i-1)(1+e^{i\theta})$ حيث $\theta \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.

أ - عين طبيعة المجموعة (γ) مع تحديد عناصرها المميزة عندما θ يمسح المجال $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.

ب - جد طبيعة المجموعة (γ') صورة (γ) بالتحويل S .

التمرين الرابع: (07 نقط)

الدالة f المعرفة في $\square$ ب: $f(x) = (3+x)e^{\frac{-x}{2}}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ ، (الوحدة: $2cm$).

(1) أ - أحسب نهايتي الدالة f عند $-\infty$ و عند $+\infty$.

ب - أدرس اتجاه تغير الدالة f على $\square$ ثم شكل جدول تغيراتها.

(2) أ - بين أن المعادلة $f(x) = 3$ تقبل حلين في $\square$ أحدهما معدوم و الثاني α بحيث: $-2 < \alpha < -\frac{3}{2}$.

ب - أرسم (C_f) في المعلم $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

ج - العدد الحقيقي m الموجب تماما. جد قيم m التي من أجلها المعادلة $f(x) = m$ لا تقبل حولا في $\square$.

(3) الدالة g المعرفة في $\square$ ب: $g(x) = 3e^{\frac{x}{2}} - 3$.

أ - بين أن المعادلة $f(x) = 3$ تكافئ $g(x) = x$.

ب - أدرس اتجاه تغير الدالتين g' و g على $\square$. (g' المشتقة الأولى للدالة g).

ج - بين أن: $g'(\alpha) = \frac{\alpha+3}{2}$.

(4) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $[-2; \alpha]$:

أ - $g(x)$ تنتمي إلى المجال $[-2; \alpha]$.

ب - $\frac{1}{2} \leq g'(x) \leq \frac{3}{4}$.

(5) المتتالية العددية (u_n) المعرفة على $\square$ ب: $u_0 = -2$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = g(u_n)$.

أ - برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $-2 \leq u_n \leq \alpha$.

ب - بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 \leq \alpha - u_{n+1} \leq \frac{3}{4}(\alpha - u_n)$ و $0 \leq \alpha - u_n \leq \left(\frac{3}{4}\right)^n$.

ج - أستنتج نهاية u_n .

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقط) :

- العدد الطبيعي a المعروف كما يلي: $a = p^4 - 1$ حيث p عدد طبيعي أولي أكبر من أو يساوي 7.
- (1) بين أن p يوافق 1 أو (-1) بترديد 3 ثم أستنتج أن a مضاعف للعدد 3.
 - (2) بين أنه يوجد عدد طبيعي k بحيث: $p^2 - 1 = 4k(k+1)$ و أن a مضاعف للعدد 16.
 - (3) بأخذ كل بواقي القسمة الإقليدية الممكنة للعدد p على 5 ، برهن أن $a \equiv 0[5]$.
 - (4) ليكن α ، β و δ ثلاثة أعداد طبيعية.
- أ- برهن أنه إذا كان α يقسم δ و β يقسم δ علما أن α أولي مع β فإن $\alpha\beta$ يقسم δ .
- ب- استنتج مما سبق أن 240 يقسم a .

التمرين الثاني: (04 نقط):

التمرين الثالث: (05 نقط):

- النقطتان A_0 و B_0 من المستوى بحيث $A_0B_0 = 8$ ، و S التشابه المباشر الذي مركزه A_0 ، نسبته $\frac{1}{2}$ و زاويته $\frac{3\pi}{4}$.
- نعرف متتالية النقط (B_n) بـ: من أجل كل عدد طبيعي n ، $B_{n+1} = S(B_n)$.
- (1) أنشئ النقط B_1 ، B_2 و B_3 .
 - (2) أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، المثلثان $A_0B_nB_{n+1}$ و $A_0B_{n+1}B_{n+2}$ متشابهان.
 - (3) أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $\left(\overline{A_0B_0}, \overline{A_0B_n}\right) \equiv \frac{3\pi}{4}n[2\pi]$.
 - (4) نعرف المتتالية العددية (u_n) بـ: من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n = B_nB_{n+1}$.
- أ- أثبت أن (u_n) متتالية هندسية يطلب تحديد أساسها q ثم أكتب u_n بدلالة n و u_0 .
- ب- نضع من أجل كل عدد طبيعي n ، $T_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$. أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} T_n$.
- (5) أ- حل في المجموعة $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ المعادلة : $3x - 4y = 2$.
- ب- ليكن (Δ) المستقيم العمودي على المستقيم (A_0B_0) في النقطة A_0 ، أوجد قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها تكون النقطة B_n تنتمي إلى المستقيم (Δ) .

التمرين الرابع: (07 نقط):

- (1) الدالة العددية g المعرفة في المجموعة $]0; +\infty[\cup]-\infty; -1[$ كما يلي: $g(x) = \ln\left(1 + \frac{1}{x}\right) - \frac{1}{1+x}$.
- أدرس تغيرات الدالة g ثم استنتج إشارة $g(x)$ على المجموعة $]0; +\infty[\cup]-\infty; -1[$.
(2) الدالة العددية f المعرفة على المجموعة $]0; +\infty[\cup]-\infty; -1[$ كما يلي:

$$\begin{cases} f(x) = x \ln\left(1 + \frac{1}{x}\right); x \in]-\infty; -1[\cup]0; +\infty[\\ f(0) = 0 \end{cases}$$

- أ- أدرس قابلية اشتقاق f عند 0 ثم فسر النتيجة ببيانها.
ب- بين أن $\lim_{|x| \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ ثم فسر النتيجة ببيانها.
ج - بين أنه من أجل كل x من $]0; +\infty[\cup]-\infty; -1[$: $f'(x) = g(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .
(3) أنشئ (C_f) منحنى الدالة f في المعلم المتعامد المتجانس $(o; \vec{i}, \vec{j})$ ، (وحدة الطول 2cm).
(4) الدالة العددية h المعرفة كما يلي: $h(x) = f(-1-x)$.
أ- بين أن مجموعة تعريف الدالة h هي $]0; +\infty[\cup]-\infty; -1[$.
ب- عين اتجاه تغير الدالة h (دون حساب الدالة المشتقة) ثم شكل جدول تغيراتها.
ج- بين أن (C_h) منحنى الدالة h و المنحنى (C_f) متناظران بالنسبة للمستقيم الذي معادلة له : $x = -\frac{1}{2}$.
(5) ارسم (C_h) في نفس المعلم السابق.