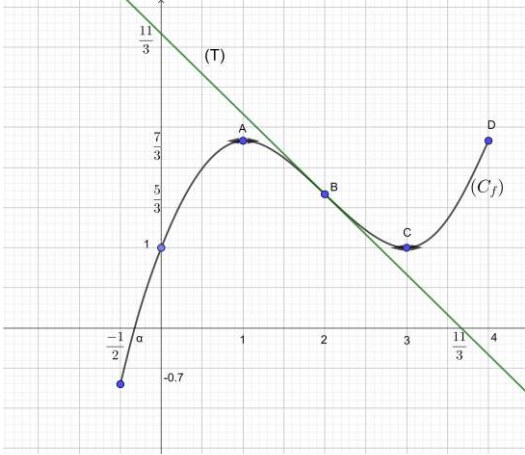


الواجب الثاني للفصل الأول في مادة الرياضيات

التمرين الأول:

f دالة معرفة على $\left[-\frac{1}{2}; 4\right]$ و (C_f) تمثيلها البياني المعطى في الشكل المقابل و (T) مماسا له عند النقطة B.

الجزء الأول:



أ- بقراءة بيانية عين: $f(2)$ ، $f'(1)$ ، $f'(3)$ ، $f'(2)$ ، $f''(2)$ مع التعليل

ب- استنتج $(f^2)'$

ج- استنتج معادلة المماس (T)

د- عين إشارة $f'(x)$

و- إذا علمت ان $f(\alpha) = 0$ عين إشارة $f(x)$ في جدول

الجزء الثاني:

نعتبر الدالة g المعرفة بـ: $g(x) = [f(x)]^2$ ، (C_g) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس

أ- عين مجموعة تعريف الدالة g

ب- أحسب $g'(x)$ بدلالة $f(x)$ و $f'(x)$

ج- عين إشارة $g'(x)$

د- استنتج اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها

التمرين الثاني:

لتكن الدالة f المعرفة على $]-\infty; 2[\cup]2; +\infty[$ بـ: $f(x) = \frac{2x-1}{2x-4}$ (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1. بين أنه من اجل كل عدد حقيقي x من $]-\infty; 2[\cup]2; +\infty[$: $f(x) = 1 + \frac{3}{2x-4}$

2. هل النقطة $A(1; \frac{-1}{2})$ تنتمي إلى (C_f)

3. أحسب $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

4. جد فواصل نقاط المنحنى (C_f) التي يكون معامل توجيه المماس عندها يساوي $\frac{-3}{2}$

5. جد إحداثي نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع حامل محور الفواصل وحامل محور الترتيب.

6. لتكن الدالة h معرفة على $\mathbb{R}$ بالعلاقة: $h(x) = f(-|x|)$

أ- بين أن الدالة h زوجية.

ب- اشرح كيف يمكن إنشاء (C_h) انطلاقا من (C_f)

ب- أحسب $g'(x)$ بدلالة $f(x)$ و $f'(x)$

لدينا: $g(x) = [f(x)]^2 = f(x) \cdot f(x)$

الدالة g قابلة للاشتقاق على D_g ودالتها المشتقة هي:

$$g'(x) = f'(x) \cdot f(x) + f'(x) \cdot f(x) = 2 \cdot f'(x) \cdot f(x)$$

ج- عين إشارة $g'(x)$

x	$-\frac{1}{2}$	α	1	3	4			
$f'(x)$		+	0	-	0	+		
$f(x)$		-	0		-			
$g'(x)$		-	0	-	0	+	0	-

د- استنتاج اتجاه تغير الدالة g

الدالة g متزايدة على المجال $[1;3]$ ومتناقصة على

المجالين $[-\frac{1}{2};1]$ و $[3;4]$.

x	$-\frac{1}{2}$	α	1	3	4		
$g'(x)$	-	0	-	0	+	0	-
$g(x)$	-0.7				1		$\frac{7}{3}$

التمرين 02:

$$f(x) = \frac{2x-1}{2x-4}, \quad D_f =]-\infty; 2[\cup]2; +\infty[$$

1. تبين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من D_f :

$$1 + \frac{3}{2x-4} = \frac{1(2x-4) + 3}{2x-4} = \frac{2x-4+3}{2x-4} = \frac{2x-1}{2x-4} = f(x)$$

2. هل النقطة $A(1; \frac{-1}{2})$ تنتمي إلى (C_f)

$$f(1) = \frac{2 \times 1 - 1}{2 \times 1 - 4} = \frac{1}{-2}$$

ومنه: $A(1; \frac{-1}{2})$ تنتمي إلى (C_f)

التمرين 01:

الجزء الأول:

أ- بقراءة بيانية تعيين: $f(2)$ ، $f'(1)$ ، $f'(3)$ ، $f'(2)$ ، $f''(2)$

$$f(2) = \frac{5}{3}$$

$f'(3) = 0$ لأن (C_f) يقبل مماس افقي عند $x_0 = 3$

الدالة تقبل قيمة حدية عند $x_0 = 3$

$$f'(2) = \frac{\frac{5}{3} - 0}{2 - \frac{11}{3}} = \frac{5}{3} \times \frac{-3}{5} = -1$$

$f''(2) = 0$ لأن (C_f) يقبل نقطة انعطاف عند $x_0 = 2$

ب- استنتاج

$$(f^2)'(2) = 2f'(2) \cdot f(2) = 2(-1) \left(\frac{5}{3}\right) = -\frac{10}{3}$$

ج- استنتاج معادلة المماس (T)

$$(T): y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$$

$$y = f'(2)(x - 2) + f(2) = -1(x - 2) + \frac{5}{3}$$

$$y = -x + 2 + \frac{5}{3}$$

$$(T): y = -x + \frac{11}{3} \quad \text{ومنه:}$$

د- عين إشارة $f'(x)$

x	-0.5	1	3	4	
$f'(x)$	+	0	-	0	+

و- إذا علمت ان $f(\alpha) = 0$ عين إشارة $f(x)$ في جدول

x	-0.5	α	$+\infty$
$f(x)$	-	0	+

الجزء الثاني:

نعتبر الدالة g المعرفة بـ: $g(x) = [f(x)]^2$

أ- مجموعة تعريف الدالة g

$$D_g = D_f = \left[-\frac{1}{2}; 4\right]$$

3. حساب $f'(x)$

الدالة f قابلة للاشتقاق على مجالي تعريفها و

$$f'(x) = \frac{2(2x-4) - 2(2x-1)}{(2x-4)^2} = \frac{-6}{(2x-4)^2} < 0$$

ومنه: الدالة f متناقصة تماما على مجالي تعريفها

ب. جدول تغيرات الدالة f

x	$-\infty$	$+\infty$
$f'(x)$	-	-
$f(x)$		

4. جد فواصل نقط المنحنى (C_f) التي يكون معامل

توجيه المماس عندها يساوي $\frac{-3}{2}$

$$f'(x) = \frac{-3}{2} \text{ تكافئ: } \frac{-6}{(2x-4)^2} = \frac{-3}{2}$$

ومنه: $-12 = -3(2x-4)^2$ ومنه: $4 = (2x-4)^2$

$$\begin{cases} x=3 \\ x=1 \end{cases} \text{ ومنه: } \begin{cases} 2x-4=2 \\ 2x-4=-2 \end{cases}$$

إذا فواصل قط المنحنى (C_f) التي يكون معامل

توجيه المماس عندها يساوي $\frac{-3}{2}$ هي: $x=1$ ، $x=3$

5. جد إحداثي نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع

محوري المعلم

$$\text{أ- مع محور الترتيب: } f(0) = \frac{2 \times 0 - 1}{2 \times 0 - 4} = \frac{1}{4}$$

ب- مع محور الفواصل:

$$f(x) = 0 \text{ يعني: } 2x - 1 = 0 \text{ ومنه: } x = \frac{1}{2}$$

ومنه: نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع محوري المعلم

$$\text{هي } \left(0; \frac{1}{4}\right) , \left(\frac{1}{2}; 0\right)$$

6. لتكن الدالة h معرفة على $\mathbb{R}$ بالعلاقة:

$$h(x) = f(-|x|)$$

أ- اثبات ان الدالة h زوجية

لدينا D_h متناظر بالنسبة للصفر و:

$$h(-x) = f(-|-x|) = f(-|x|) = h(x) \text{ ومنه الدالة } h \text{ زوجية.}$$

ب- اشرح كيف يمكن إنشاء (C_h) انطلاقا من (C_f)

$$\begin{cases} h(x) = f(-x) & ; x \geq 0 \\ h(x) = f(x) & ; x < 0 \end{cases} \text{ لدينا:}$$

ومنه:

(C_h) ينطبق على (C_f) لما $x \in]-\infty; 0]$ ونكمل الرسم

بالتناظر بالنسبة لمحور الترتيب لأن الدالة h زوجية

