



ثنائي القطب RC

I

1. وصف المكثفة



هي عناصر كهربائية قادرة على تخزين شحنة كهربائية، تتألف من صفيحتين معدنيتين (لبوسين) يفصل بينهما عازل كهربائي. تتميز بسعة نرمز لها بالرمز C وحدتها (F)

2. التفسير المجهرى لشحن وتفريغ مكثفة



عملية شحن المكثفة:

يحدث المولد الكهربائي إختلال في توازن الناقل مما يجعل الإلكترونات تغادر اللبوس A باتجاه اللبوس B . يظهر ذلك على شكل تيار كهربائي، تتوقف هذه العملية عندما يصبح التوتربين طرفي المكثفة مساوي للتوتربين طرفي المولد

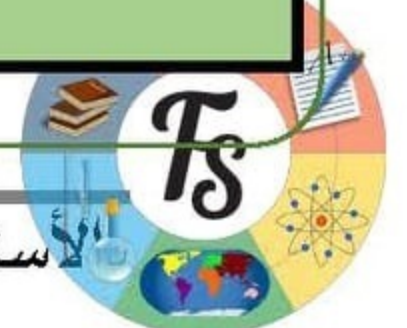
عملية تفريغ المكثفة:

يعود الناقل إلى حالة التوازن تدريجيا حيث تغادر الإلكترونات اللبوس B باتجاه اللبوس A . يتناقص التيار مع مرور الزمن إلى أن تتفرغ المكثفة

3. أهم علاقات المستعملة في ثنائي القطب RC



$q(t)$: الشحنة الكهربائية (C)		
C : سعة المكثفة (F)	$q(t) = C \cdot U_C(t)$	علاقة التوتربين طرفي المكثفة $U_C(t)$ وشحنتها $q(t)$
$U_C(t)$: التوتربين طرفي المكثفة (V)		
$U_R(t)$: التوتربين طرفي الناقل الأومي (V)		
R : مقاومة الناقل الأومي (Ω)	$U_R(t) = R \cdot i(t)$	قانون أوم
$i(t)$: شدة التيار (A)		
$i(t)$: شدة التيار (A)		
C : سعة المكثفة (F)	$i(t) = \frac{dq}{dt} = C \cdot \frac{dU_C}{dt}$	علاقة شدة التيار $i(t)$ بالتوتربين طرفي المكثفة $U_C(t)$
$U_C(t)$: التوتربين طرفي المكثفة (V)		



التحقق من وحدة ثابت الزمن عن طريق التحليل البعدي

$$U_R = RI \Rightarrow R = \frac{U_R}{I} \quad ; q = CU_C \Rightarrow C = \frac{q}{U_C}$$

$$\tau = RC \Rightarrow [\tau] = [R][C] \Rightarrow [\tau] = \frac{[U]}{[I]} \times \frac{[q]}{[U]}$$

$$[\tau] = \frac{[q]}{[I]} \quad [\tau] = [T] \quad / i = \frac{dq}{dt}$$

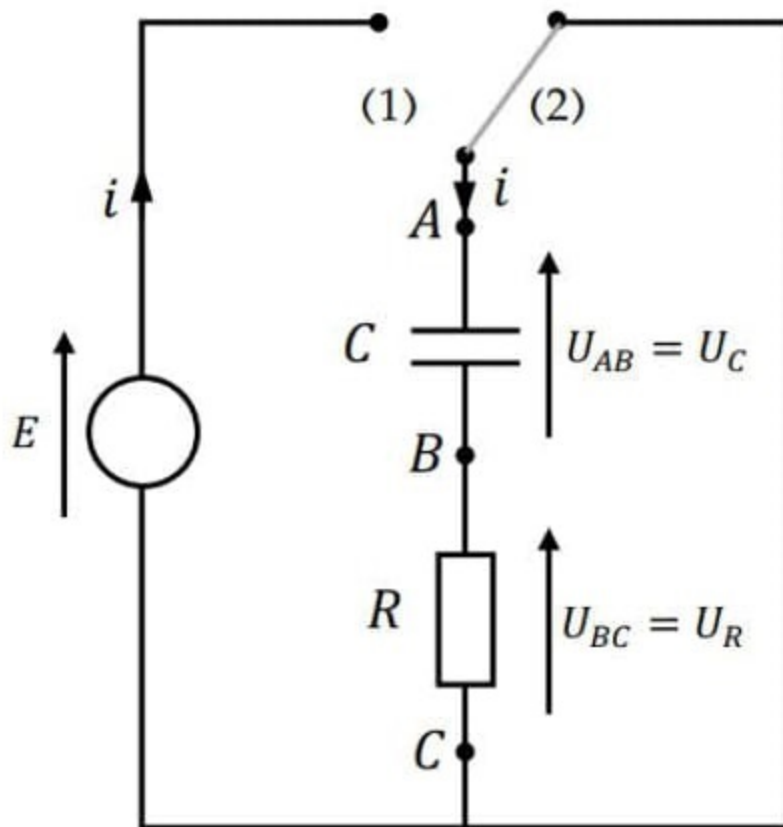
❖ تأثير المقاومة وسعة المكثفة على ثابت الزمن:

تزداد مدة شحن (التفريغ) المكثفة بزيادة ثابت الزمن τ أي كلما زادت سعة المكثفة C أو المقاومة R في ثنائي القطب RC

4. المعادلات التفاضلية لشحن وتفريغ مكثفة

تطور التوتربين طرفي المكثفة $U_C(t)$

حالة التفريغ



نضع البادئة في الوضع (2).
بتطبيق قانون جمع التوترات:

$$U_C + U_R = 0$$

$$U_C(t) + R.i(t) = 0$$

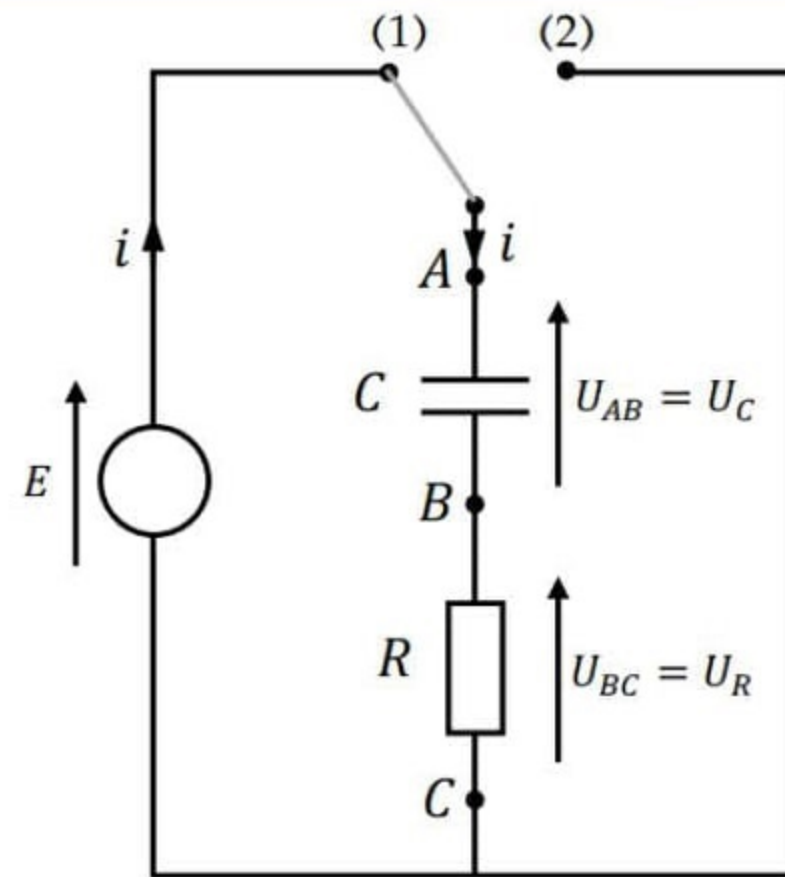
$$i(t) = \frac{dq}{dt} = C \cdot \frac{dU_C}{dt} \quad \text{نعلم أن: } \dots\dots\dots$$

$$U_C(t) + RC \frac{dU_C}{dt} = 0$$

تدعي هذه المعادلة بالمعادلة التفاضلية للتوتر الكهربائي بين طرفي المكثفة حلها من الشكل:

$$U_C(t) = Ee^{-\frac{t}{RC}} \Leftrightarrow U_C(t) = Ee^{-\frac{t}{\tau}}$$

حالة الشحن



نضع البادئة في الوضع (1).
بتطبيق قانون جمع التوترات:

$$U_C + U_R = E$$

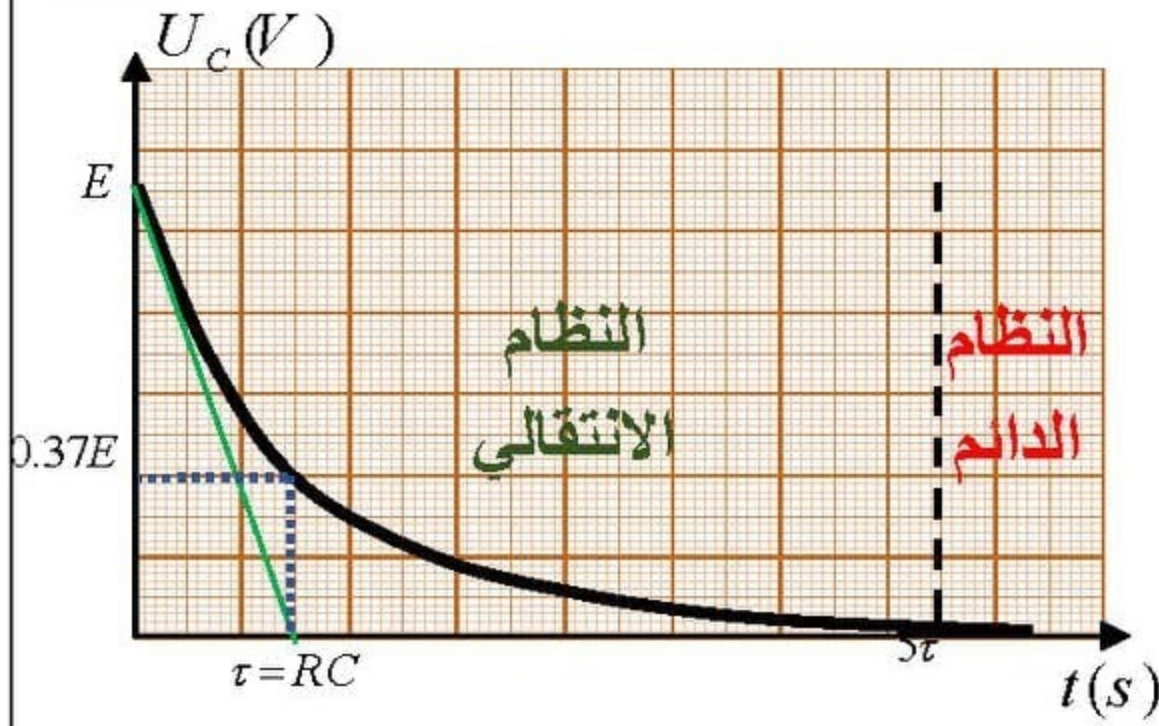
$$U_C(t) + R.i(t) = E$$

$$i(t) = \frac{dq}{dt} = C \cdot \frac{dU_C}{dt} \quad \text{نعلم أن: } \dots\dots\dots$$

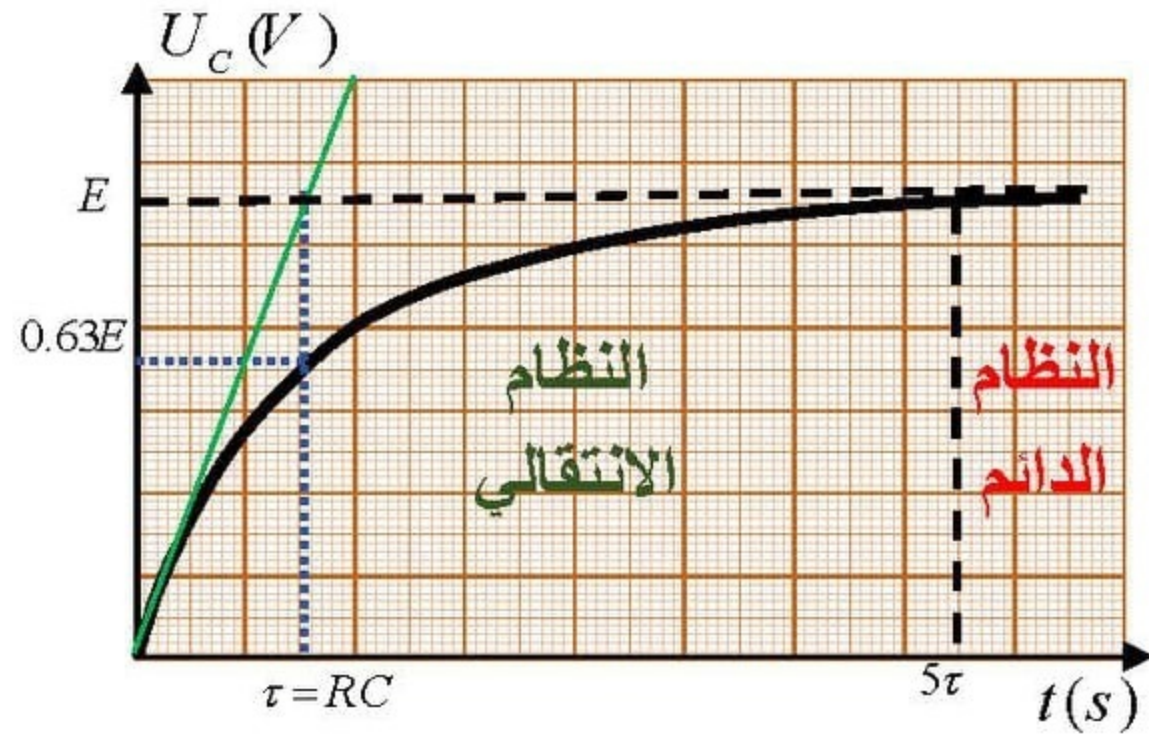
$$U_C(t) + RC \frac{dU_C}{dt} = E$$

تدعي هذه المعادلة بالمعادلة التفاضلية للتوتر الكهربائي بين طرفي المكثفة حلها من الشكل:

$$U_C(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{RC}}) \Leftrightarrow U_C(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$



الزمن t	t = 0	t = τ	t = 5τ
U _C (t)	U _C = E	U _C = 0,37E	U _C = 0
حالة المكثف	مشحونة كلياً	تتفرغ 63%	فارغة



الزمن t	t = 0	t = τ	t = 5τ
U _C (t)	U _C = 0	U _C = 0,63E	U _C = E
حالة المكثف	فارغة	مشحونة 63%	مشحونة كلياً

تطور شدة التيار الكهربائي i(t)

حالة التفريغ

نضع البادئة في الوضع (2). بتطبيق قانون جمع التوترات:

$$U_C + U_R = 0$$

$$U_C(t) + R \cdot i(t) = 0$$

باشتقاق طرفي المساواة نجد:

$$\frac{dU_C}{dt} + R \cdot \frac{di(t)}{dt} = 0$$

بضرب طرفي المعادلة في C:

$$C \frac{dU_C}{dt} + RC \cdot \frac{di(t)}{dt} = 0$$

$$i(t) = C \cdot \frac{dU_C}{dt} \quad \text{نعلم أن:}$$

$$i(t) + RC \cdot \frac{di(t)}{dt} = 0$$

تدعي هذه المعادلة بالمعادلة التفاضلية لشدة التيار، حلها من الشكل: (الفرق في إشارة -)

$$i(t) = -I_0 e^{-\frac{t}{RC}} \Leftrightarrow i(t) = -\frac{E}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

ملاحظة:

المعادلة التفاضلية لتطور التوتر U_R(t) بدلالة الزمن بنفس الطريقة السابقة يكفي ضرب المعادلة التفاضلية في المقاومة R

حالة الشحن

نضع البادئة في الوضع (1). بتطبيق قانون جمع التوترات:

$$U_C + U_R = E$$

$$U_C(t) + R \cdot i(t) = E$$

باشتقاق طرفي المساواة نجد:

$$\frac{dU_C}{dt} + R \cdot \frac{di(t)}{dt} = 0$$

بضرب طرفي المعادلة في C:

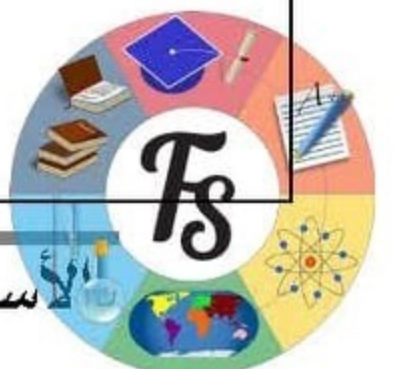
$$C \frac{dU_C}{dt} + RC \cdot \frac{di(t)}{dt} = 0$$

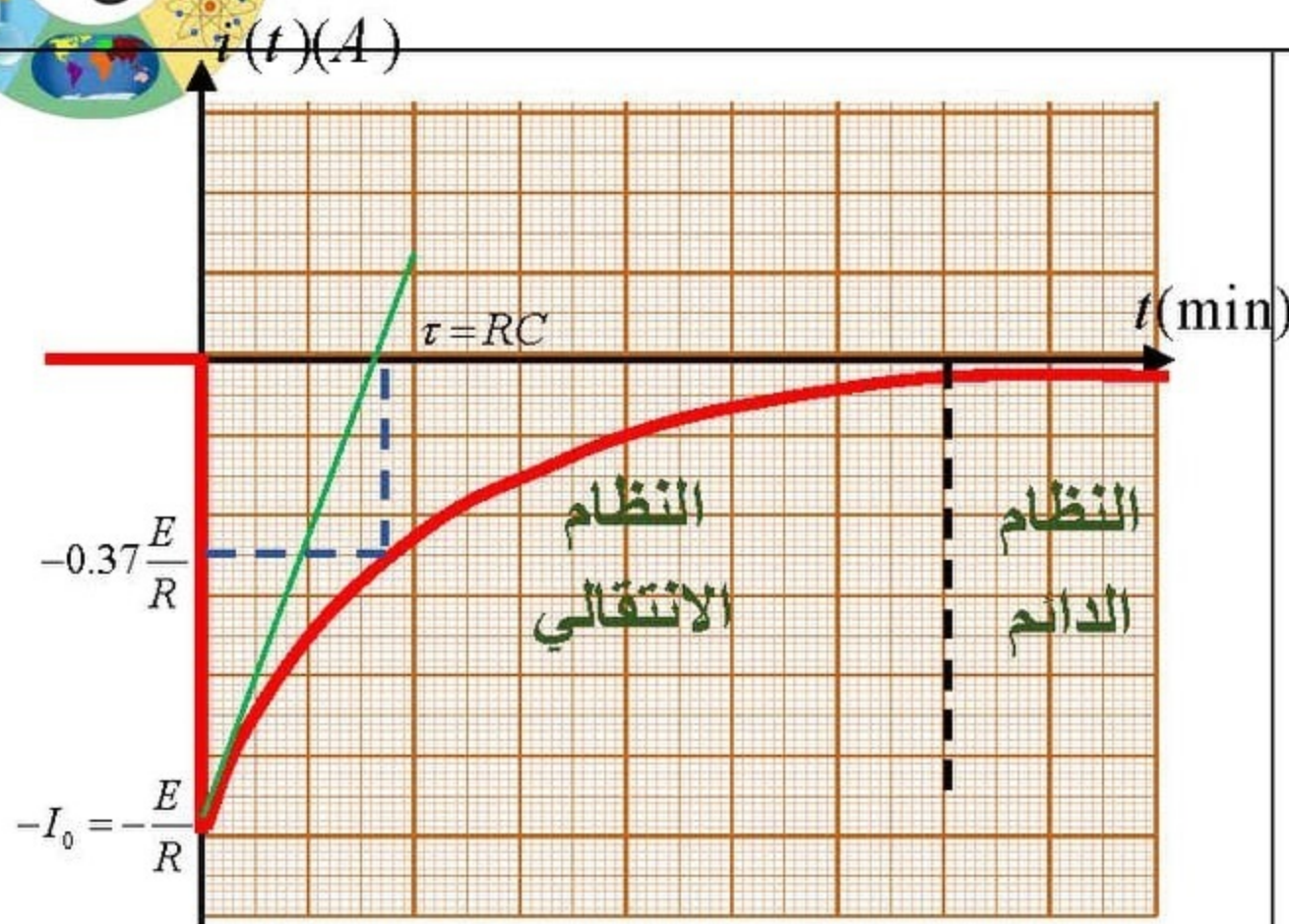
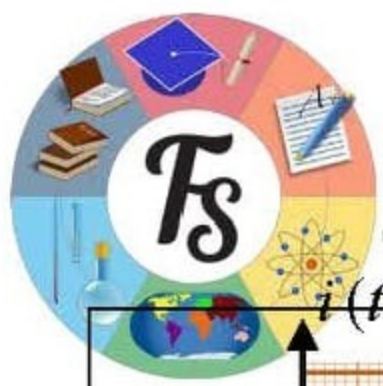
$$i(t) = C \cdot \frac{dU_C}{dt} \quad \text{نعلم أن:}$$

$$i(t) + RC \cdot \frac{di(t)}{dt} = 0$$

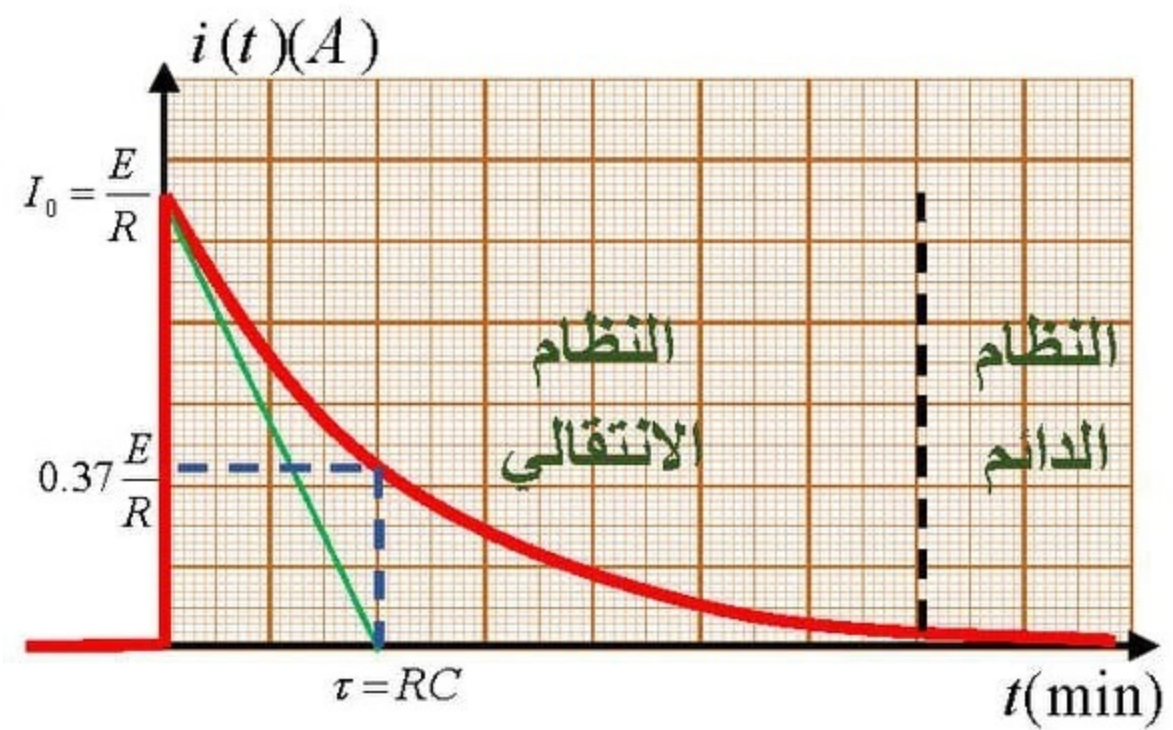
تدعي هذه المعادلة بالمعادلة التفاضلية لشدة التيار، حلها من الشكل:

$$i(t) = I_0 e^{-\frac{t}{RC}} \Leftrightarrow i(t) = \frac{E}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$$





الزمن t	t = 0	t = \tau	t = 5\tau
i(t)	$I_0 = -\frac{E}{R}$	$i = 0,37I_0$	$i = 0$
حالة التيار الكهربائي	أعظمي		معدوم



الزمن t	t = 0	t = \tau	t = 5\tau
i(t)	$I_0 = \frac{E}{R}$	$i = 0,37I_0$	$i = 0$
حالة التيار الكهربائي	أعظمي		معدوم

5. الطاقة المخزنة في المكثفة



عند شحن المكثفة تخزن طاقة كهربائية تقوم بتحويلها إلى الدارة أثناء التفريغ وتعطى عبارتها كما يلي:

$$E_C(t) = \frac{1}{2} C U_C(t)^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{q(t)^2}{C} = \frac{1}{2} U_C(t) \cdot q(t)$$

حالة التفريغ	حالة الشحن
$E_C(t) = \frac{1}{2} C U_C^2$ $E_C(t) = \frac{1}{2} C \cdot E^2 (e^{-\frac{t}{\tau}})^2$ $E_C(t) = E_{C \max} e^{-2\frac{t}{\tau}}$	$E_C(t) = \frac{1}{2} C U_C^2$ $E_C(t) = \frac{1}{2} C \cdot E^2 (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})^2$ $E_C(t) = E_{C \max} (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})^2$

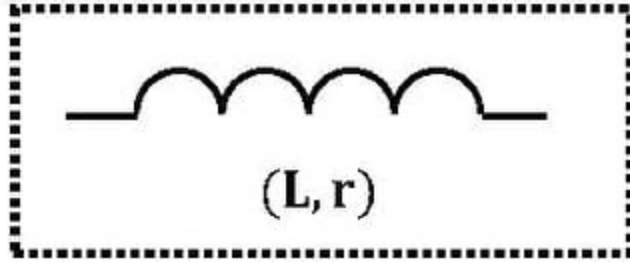




ثنائي القطب RL

II

1. وصف الوشيعة



أو



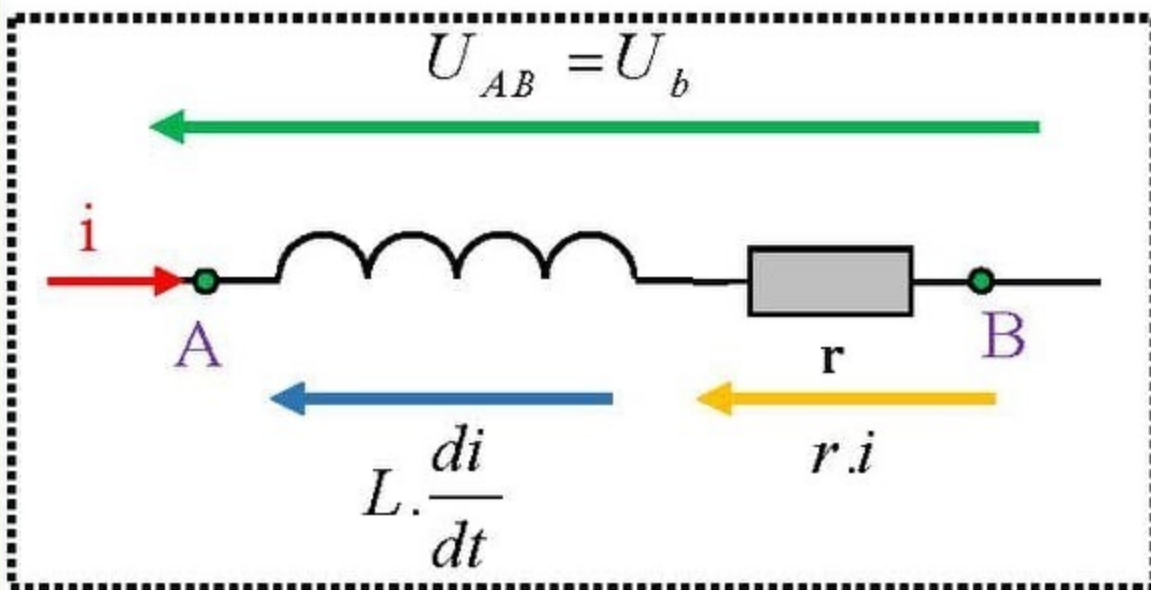
الوشيعة ثنائي قطب يتكون من لفات من سلك النحاس غير متصلة فيما بينها لكونها مطلية بمادة عازلة للكهرباء.

للوشيعة تأثيرين:

- تأثير مقاومة: ناتج عن السلك الطويل المكون للوشيعة.
- تأثير تحريضي: راجع لتغير شدة التيار المار في الدارة في فترة إنتقالية.

تتميز الوشيعة بذاتية L (معامل التحريض الذاتي) تقدر بالهنري (H) ومقاومة r وحدتها الأوم (Ω).

2. التوتربين طرفي الوشيعة



$$U_b(t) = L \frac{di}{dt} + ri$$

$U_b (V)$	$i (A)$	$r (\Omega)$	$L (H)$
التوتر	شدة التيار	مقاومة	ذاتية الوشيعة

إذا كانت مقاومة الوشيعة مهملة بالنسبة للمقاومات في الدارة الكهربائية نسميها بالوشيعة الصرفة.

$$U_b(t) = U_L(t) = L \frac{di}{dt}$$

4. البرهان على بعد τ 

$$[\tau] = \left[\frac{L}{R} \right]$$

لدينا:

$$u_L = L \cdot \frac{di}{dt} \Rightarrow L = \frac{u_L \cdot dt}{di} \Rightarrow [L] = \frac{[u][t]}{[i]}$$

$$[\tau] = \frac{[L]}{[R]} = \frac{[u][t]}{[R][i]} = \frac{[u][t]}{[u]} = [t] \quad \text{منه}$$

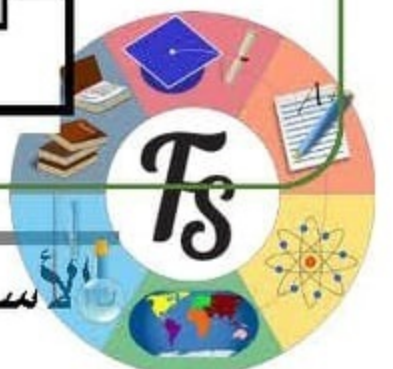
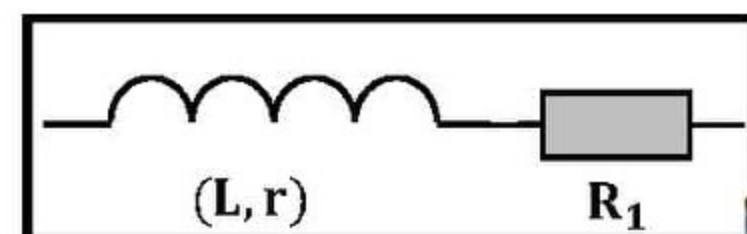
ومنه وحدة ثابت الزمن هي وحدة الثانية في جملة الوحدات الدولية.

3. تعريف ثابت الزمن τ 

هو زمن مميز لثنائي القطب RL ويمثل بلوغ التيار 63% من قيمته الأعظمية عند ظهور التيار (أو تناقص 63% من قيمته الابتدائية عند إنقطاع التيار) يعطى بالعلاقة:

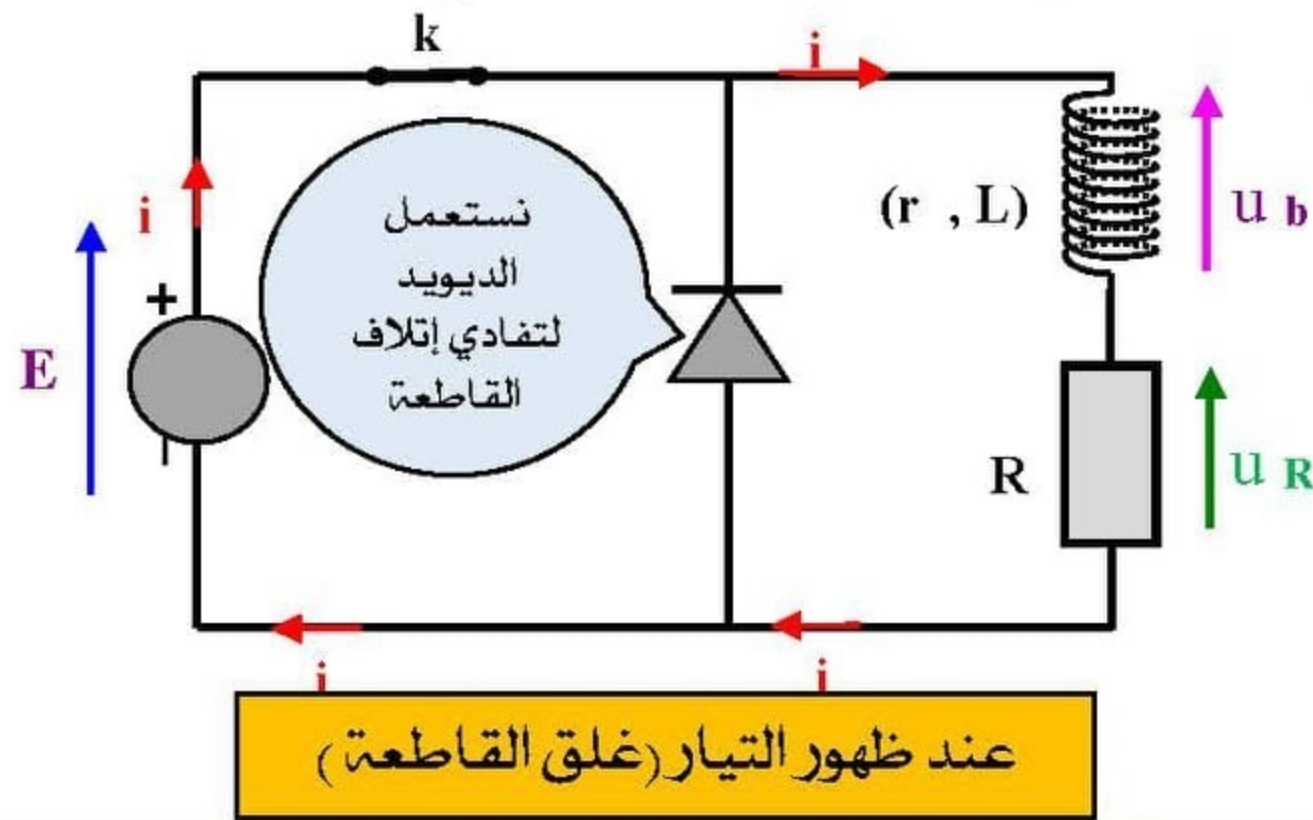
$$\tau = \frac{L}{R_T} = \frac{L}{R_1 + r}$$

R_T : هو مجموع مقاومات النواقل الأومية الموجودة في الدارة





5. المعادلات التفاضلية لثنائي القطب RL:



عند ظهور التيار (غلق القاطعة)

عند غلق القاطعة وبتطبيق قانون جمع التوترات:

$$u_L(t) + u_R(t) = E$$

نعلم أن:

$$u_L(t) = L \frac{di}{dt} + r.i(t) \quad ; u_R(t) = R.i(t)$$

بالتعويض نجد:

$$L \frac{di(t)}{dt} + (R + r)i(t) = E$$

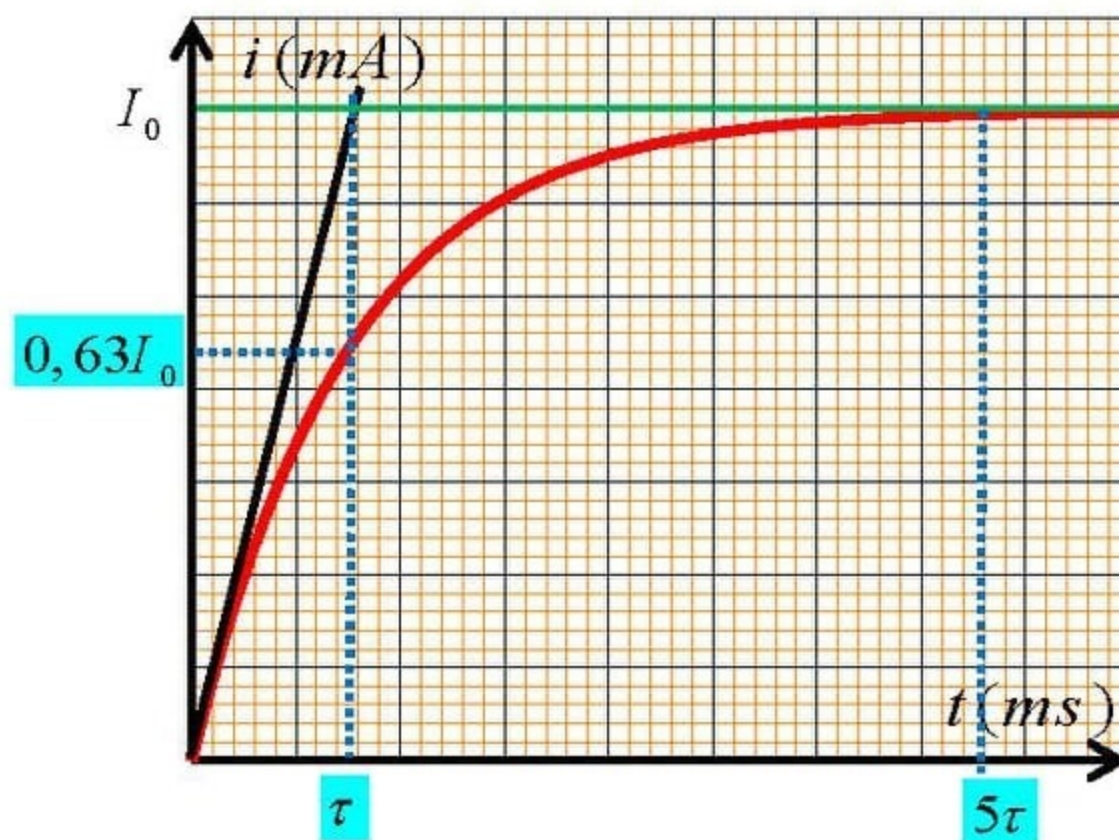
هذه المعادلة تفاضلية بطرف ثاني حلها من الشكل:

$$i(t) = I_0(1 - e^{-t/\tau})$$

حيث:

$$\tau = \frac{L}{r+R} \quad \text{و} \quad I_0 = \frac{E}{r+R}$$

الزمن t	t = 0	t = \tau	t \geq 5\tau
i(t)	i = 0	i = 0,63I_0	I_0 = \frac{E}{r+R}





6. الطاقة المخزنة في الوشيعية



تخزن الوشيعية جزء من الطاقة المقدمة من طرف المولد لأن الجزء الثاني يضيع بفعل جول (تحويل حراري) في المقاومة المكافئة للدائرة ومن بينها مقاومة الوشيعية.

تعطى عبارة الطاقة المخزنة بالوشيعية بالعلاقة:

$$E_L = \frac{1}{2} L . i^2$$

عند إنقطاع التيار (فتح القاطعة)	عند ظهور التيار (غلق القاطعة)
$E_L(t) = \frac{1}{2} L . I_0^2 e^{-2t/\tau}$ $E_L(t) = E_{L \max} e^{-2\frac{t}{\tau}}$	$E_L(t) = \frac{1}{2} L . I_0^2 (1 - e^{-t/\tau})^2$ $E_L(t) = E_{L \max} (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})^2$

ملاحظة:

عند مرور تيار كهربائي في الوشيعية وخلال كل مدة زمنية Δt تحول الوشيعية للوسط الخارجي تحويل حراري على شكل طاقة ضائعة (ظاهرة فعل جول) معرف بالعلاقة:

$$Q = r . i^2 . \Delta t$$

- في حالة وشيعية صرفة ($r = 0$) تكون قيمة التحويل الحراري $Q = 0$

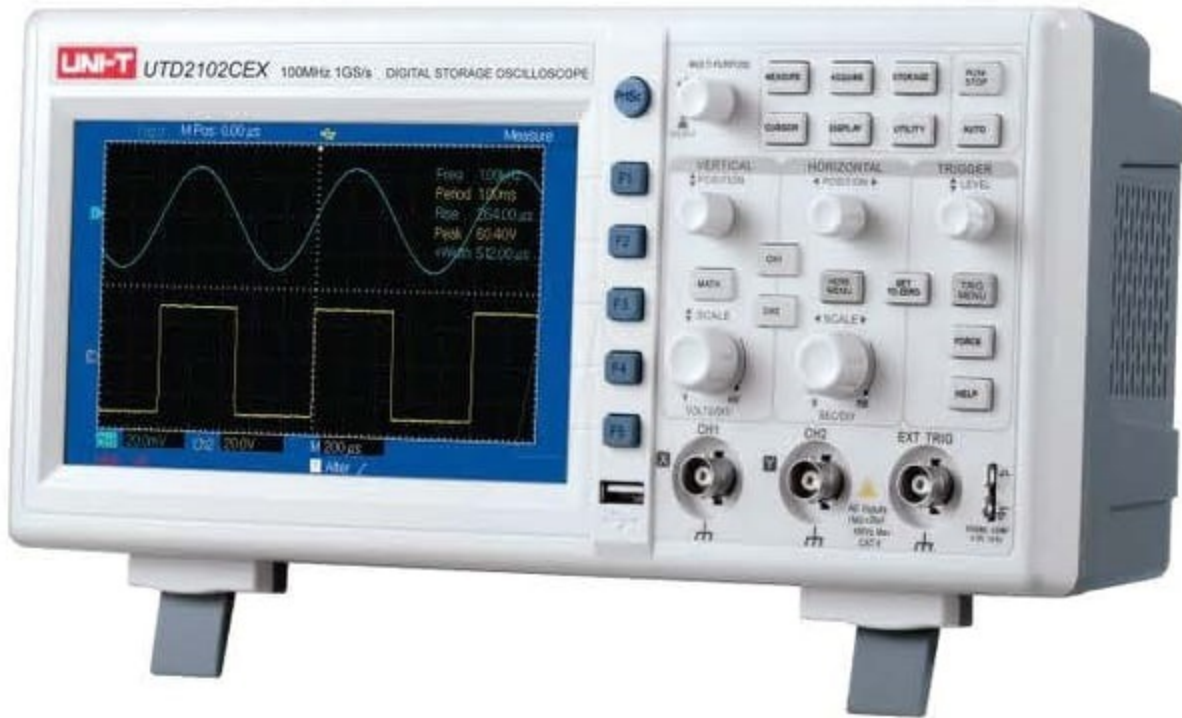




كيفية ربط راسم الإهتزاز المهبطي في الدارة



راسم الإهتزاز المهبطي هو جهاز يمكننا من مشاهدة تطور توتر عنصر كهربائي بدلالة الزمن .



حيث يتألف من مدخلين للإشارة ومدخل أرضي .

(بمعنى يمكننا متابعة تطور توترين زمنيا في آن واحد .)

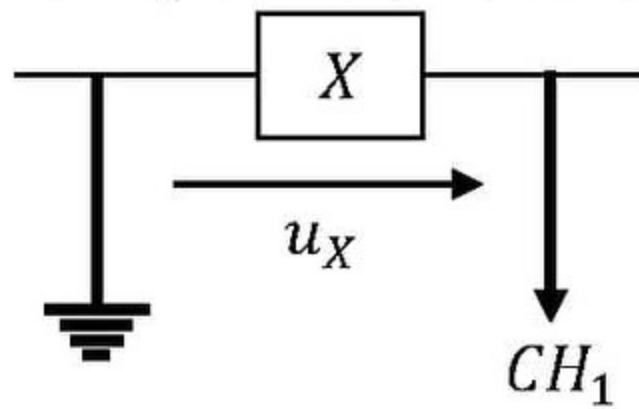
مدخل الإشارة يمثل بـ: CH_1

مدخل أرضي يمثل بـ:

سؤال 01: كيف نربط راسم الإهتزاز المهبطي في الدارة؟

الجواب: بما أن راسم الإهتزاز المهبطي يمكننا من متابعة تطور التوترات فهو يربط على التفرع (بين طرفي العنصر الكهربائي).

سؤال 02: لو أردت مشاهدة تطور توتر عنصر كهربائي X ، كيف أقوم بتوصيل راسم الإهتزاز في الدارة؟

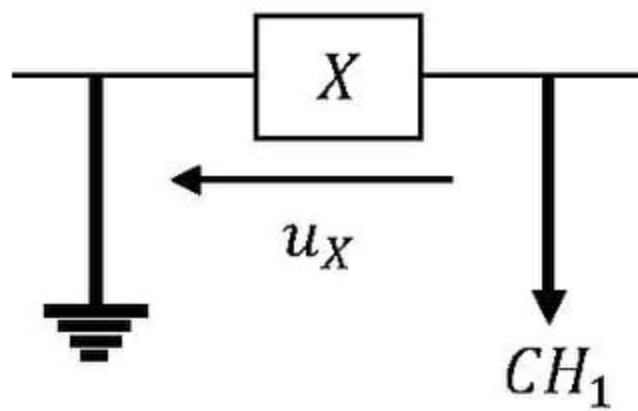


الجواب: نربطه كما هو موضح في الشكل ، على المدخل CH_1 نشاهد

تطور التوتر u_X بدلالة الزمن .

بحيث يكون إتجاه سهم التوتر موجه من المدخل الأرضي إلى مدخل الإشارة.

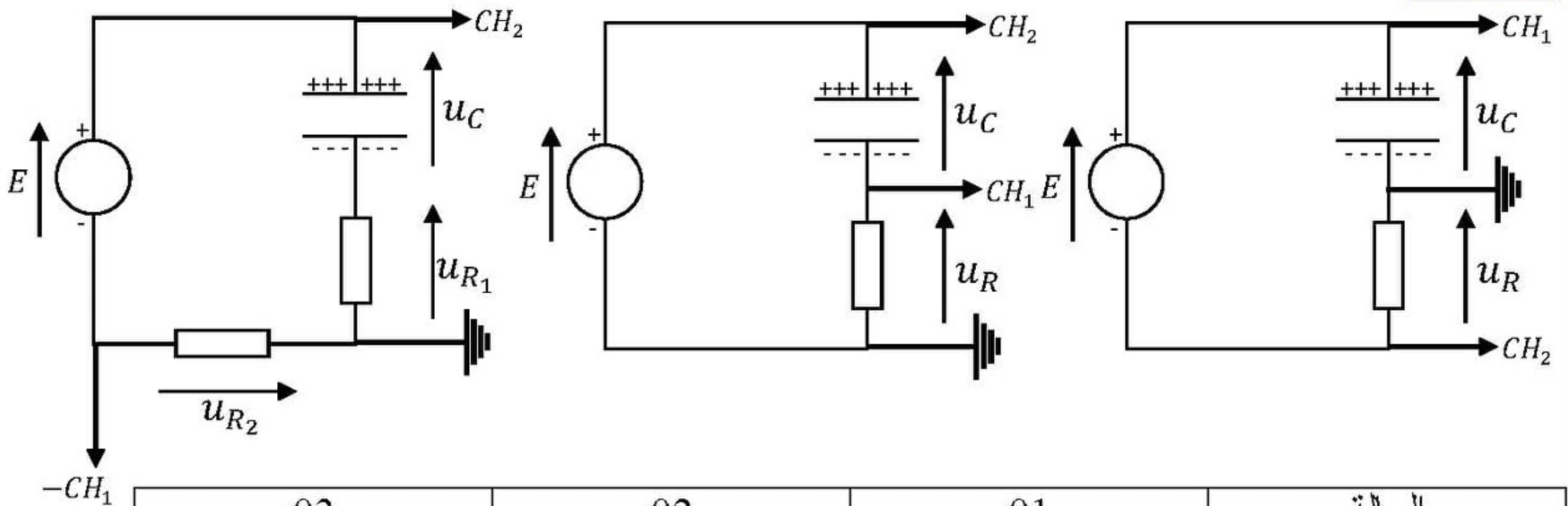
سؤال 03: ماذا لو كان سهم التوتر موجه من مدخل الإشارة إلى المدخل الأرضي؟



الجواب: في هذه الحالة نشاهد في المدخل CH_1 تطور التوتر $-u_X$ بدلالة الزمن

ولمشاهدة تطور التوتر u_X وجب الضغط على الزر INV التي تقوم بقلب الإشارة.

تدريبات: ذكر ما هو التوتر المشاهد في كل مدخل في الحالات التالية.



الحالة	01	02	03
المدخل CH_1			
المدخل CH_2			

