

المؤسسة: ثانوية سليمان جلول  
المادة: رياضيات  
الأستاذ: بلحري  
المستوى و الشعبة: 2 عت + 2 تر  
المحتوى المكرفي: الاشتقاقية  
الكفاءات المستهدفة: - مقارنة مفهوم العدد المشتق - حساب العدد المشتق لدالة عند عدد حقيقي .

- سير الحصة

| المراحل        | النسبر (النشطة المرافقة لكل مرحلة)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | المعدة | ملاحظات |        |          |        |          |        |       |      |                |    |      |       |       |    |        |         |       |      |                               |
|----------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------|---------|--------|----------|--------|----------|--------|-------|------|----------------|----|------|-------|-------|----|--------|---------|-------|------|-------------------------------|
| الإطلاق:       | <p>* التهيئة النفسية:</p> <p>مناقشة النشاط 01 ص 62 :</p> <p>① التحقق أن <math>v_m = 20 + 5h</math> :</p> <p>لدينا : <math>\frac{d(2+h) - d(2)}{h}</math> و لدينا : <math>d(t) = 5t^2</math></p> <p>* نحسب <math>d(2+h)</math> و <math>d(2)</math> :</p> <p><math>d(2) = 20</math> و <math>d(2+h) = 5(2+h)^2 = 5h^2 + 20h + 20</math></p> <p>و عليه : <math>v_m = \frac{5h^2 + 20h + 20 - 20}{h} = \frac{h(5h + 20)}{h}</math></p> <p>إذن : <math>v_m = 5h + 20</math></p> <p>② نكمل الجدول :</p> <table border="1"> <tr> <td>h</td> <td>-0.2</td> <td>-0.1</td> <td>-0.05</td> <td>-0.001</td> <td>0.000001</td> <td>0.0001</td> <td>0.005</td> <td>0.01</td> </tr> <tr> <td>v<sub>m</sub></td> <td>19</td> <td>19.5</td> <td>19.75</td> <td>19.99</td> <td>20</td> <td>20.005</td> <td>20.0025</td> <td>20.05</td> </tr> </table> <p>③ القيمة المقربة لـ <math>v(2)</math> هي : <math>20 \text{ ms}^{-1}</math></p> <p>نلاحظ من الجدول أنه كلما اقترب <math>h</math> من الصفر فإن قيمة <math>v_m</math> قريبة جدا من 20</p> <p>نقول إن نهاية <math>v_m</math> هي 20 لما <math>h</math> يؤول إلى الصفر و نكتب : <math>\lim_{h \rightarrow 0} v_m(h) = 20</math></p> <p>العدد المشتق :</p> <p>① نهاية دالة عند الصفر :</p> <div> <p><b>تعريف :</b> <math>D_f</math> مجال من <math>\mathbb{R}</math> يشمل الصفر .</p> <p>نقول إن العدد الحقيقي <math>l</math> هو نهاية الدالة <math>f</math> عند النقطة 0 معناه : عندما يأخذ <math>x</math> قيمة قريبة من 0 بالقدر الكافي فإن العدد <math>f(x)</math> يأخذ قيمة قريبة من <math>l</math> بالقدر الذي نريد .</p> <p>و نكتب : <math>\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = l</math></p> </div> <p><b>مثال «1» :</b> لتكن الدالة <math>f</math> المعرفة على <math>\mathbb{R}</math> بـ : <math>f(x) = 2x + 4</math></p> <p><math>\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} (2x + 4) = 4</math></p> <p><b>مثال «2» :</b> لتكن الدالة <math>f</math> المعرفة على <math>\mathbb{R} - \{1\}</math> بـ : <math>f(x) = \frac{x+2}{x-1}</math></p> <p><math>\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x+2}{x-1} = -2</math></p> | h      | -0.2    | -0.1   | -0.05    | -0.001 | 0.000001 | 0.0001 | 0.005 | 0.01 | v <sub>m</sub> | 19 | 19.5 | 19.75 | 19.99 | 20 | 20.005 | 20.0025 | 20.05 | د 15 | مناقشة النشاط من طرف التلاميذ |
| h              | -0.2                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | -0.1   | -0.05   | -0.001 | 0.000001 | 0.0001 | 0.005    | 0.01   |       |      |                |    |      |       |       |    |        |         |       |      |                               |
| v <sub>m</sub> | 19                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | 19.5   | 19.75   | 19.99  | 20       | 20.005 | 20.0025  | 20.05  |       |      |                |    |      |       |       |    |        |         |       |      |                               |
| بناء المفاهيم: |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | د 10   |         |        |          |        |          |        |       |      |                |    |      |       |       |    |        |         |       |      |                               |

| الملاحظات | المادة | التفسير (النشطة المرافقة لكل مرحلة)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | المراجع |
|-----------|--------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|
|           |        | <p><b>2) دالة قابلة للإشتقاق عند عدد :</b></p> <p><b>تعريف :</b> <math>f</math> دالة معرفة على مجال <math>D_f</math> من <math>\mathbb{R}</math>.<br/> <math>x_0</math> و <math>x_0 + h</math> عددان حقيقيان من <math>D_f</math> مع: <math>h \neq 0</math>.<br/> نقول إن <math>f</math> تقبل الإشتقاق عند <math>x_0</math> معناه الدالة <math>g: h \mapsto \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}</math><br/> تقبل نهاية حقيقية <math>l</math> عند <math>0</math>.<br/> أي: <math>\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h} = l</math><br/> يسمى <math>l</math> العدد المشتق للدالة <math>f</math> في العدد <math>x_0</math> و نرمز له بـ: <math>f'(x_0)</math>.<br/> و عليه نكتب: <math>\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h} = f'(x_0)</math></p> <p>❖ العدد <math>\frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}</math> يسمى نسبة تزايد الدالة <math>f</math> بين العددين <math>x_0</math> و <math>x_0 + h</math>.</p> <p><b>مثال «1» :</b> لتكن الدالة <math>f</math> المعرفة على <math>\mathbb{R}</math> بـ: <math>f(x) = x^2 - 1</math><br/> * لنعين العدد المشتق للدالة <math>f</math> في العدد 2 :<br/> من أجل كل عدد حقيقي <math>h</math> يختلف عن 0 لدينا :<br/> <math display="block">\frac{f(2+h) - f(2)}{h} = \frac{(2+h)^2 - 1 - 3}{h} = \frac{h^2 + 4h}{h} = h + 4</math> <math display="block">\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} (h + 4) = 4</math> إذن الدالة <math>f</math> قابلة للاشتقاق عند 2 و <math>f'(2) = 4</math></p> <p><b>مثال «2» :</b> لتكن الدالة <math>g</math> المعرفة على <math>[1; +\infty[</math> بـ: <math>g(x) = \sqrt{x-1}</math><br/> * لنبين أن الدالة <math>f</math> تقبل الاشتقاق من أجل 5 :<br/> من أجل كل عدد حقيقي <math>h</math> يختلف عن 0 لدينا :<br/> <math display="block">\frac{f(5+h) - f(5)}{h} = \frac{\sqrt{5+h-1} - 2}{h} = \frac{\sqrt{4+h} - 2}{h} = \frac{1}{\sqrt{4+h} + 2}</math> <math display="block">\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(5+h) - f(5)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \left( \frac{1}{\sqrt{4+h} + 2} \right) = \frac{1}{4}</math> إذن الدالة <math>f</math> قابلة للاشتقاق عند 5 و <math>f'(5) = \frac{1}{4}</math></p> <p><b>حل التمرين 24 صفحة 83 :</b></p> |         |
|           | د 15   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |         |
|           | د 35   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |         |

بناء المفاهيم:

ملاحظات عامة حول الحصص:

| الملاحظات                      | المعدة | التفسير (النشطة المرافقة لكل مرحلة)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | المراحل        |
|--------------------------------|--------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------|
|                                | 20 د   | <p><b>الدالة المشتقة لدالة <math>f</math> :</b></p> <p><b>تعريف:</b> <math>f</math> دالة معرفة على مجال <math>I</math> من <math>\mathbb{R}</math>.<br/> نقول إن <math>f</math> قابلة للاشتقاق على <math>I</math> إذا و فقط إذا كانت قابلة للاشتقاق في كل نقطة من <math>I</math>.<br/> الدالة التي ترفق بكل <math>x</math> من <math>I</math> العدد المشتق <math>f'(x)</math> تسمى الدالة المشتقة للدالة <math>f</math> على <math>I</math>.<br/> و يرمز لها بـ <math>f'</math> و نكتب : <math>f' : x \mapsto f'(x)</math></p> <p><b>مثال :</b> لتكن الدالة <math>f</math> المعرفة على <math>\mathbb{R}</math> بـ : <math>f(x) = x^2</math></p> <p>* ليكن <math>x_0</math> من <math>\mathbb{R}</math> :</p> $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x_0 + h)^2 - x_0^2}{h}$ $= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h(h + 2x_0)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} (h + 2x_0) = 2x_0$ <p>إذن <math>f</math> تقبل الاشتقاق عند كل <math>x_0</math> من <math>\mathbb{R}</math> و لدينا : <math>f'(x_0) = 2x_0</math><br/> و منه : <math>f</math> تقبل الاشتقاق على <math>\mathbb{R}</math> و دالتها المشتقة <math>f'</math> معرفة بـ : <math>f'(x) = 2x</math></p> | بناء المفاهيم: |
|                                | 25 د   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | تقويم          |
|                                |        | <p>حل التمرين 32 – 25 صفحة 83</p> <p>حل التمرين 35 و 38 صفحة 84</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |                |
| ملاحظات عامة حول الحصّة: ..... |        |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |                |

المؤسسة: ثانوية سليمان جلول  
المستوى و الشبكة: 2 عت + 2 تر  
المحتوى المكرفي: الاشتقاقية  
الكفاءات المستهدفة: - تعيين معادلة مماس لمنحن في نقطة منه .

- سير الحصة

| المراحل  | التفسير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | المدة | ملاحظات                       |
|----------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------|-------------------------------|
| الإطلاق: | <p>★ التهيئة النفسية:</p> <p>مناقشة النشاط 02 ص 62 :</p> <p>1 تعيين <math>a</math> معامل توجيه <math>(LM)</math> :</p> $a = \frac{y_M - y_L}{x_M - x_L} = \frac{f(x) - \frac{3}{4}}{x - 2} = \frac{f(2+h) - \frac{3}{4}}{h}$ <p>لدينا :</p> <p>2</p> <p>(a) المستقيم <math>(LE)</math> يمس القوس <math>\widehat{AB}</math> في النقطة <math>L</math> .</p> <p>(b) لما <math>h</math> يؤول إلى 0 فإن : <math>a = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - \frac{3}{4}}{h} = -\frac{1}{2}</math></p> <p>نقول إن وضعية المستقيم <math>(LM)</math> القاطع للقوس <math>\widehat{AB}</math> تؤول إلى وضعية مماس للقوس <math>\widehat{AB}</math> في النقطة <math>L</math> .</p> <p>★ معامل توجيه <math>(LE)</math> هو : <math>-\frac{1}{2}</math></p> <p>3 كتابة معادلة للمستقيم <math>(LE)</math> :</p> <p>معادلة للمستقيم <math>(LE)</math> هي من الشكل <math>y = -\frac{1}{2}x + b</math></p> <p>لدينا <math>L \in (LE)</math> معناه : <math>b = \frac{7}{4}</math> إذن : <math>(LE) : y = -\frac{1}{2}x + \frac{7}{4}</math></p> <p>بناء المفاهيم:</p> | 15 د  | مناقشة النشاط من طرف التلاميذ |
|          | <p>مماس لمنحن عند نقطة :</p> <p><b>تعريف:</b> <math>f</math> دالة معرفة على مجال <math>D_f</math> من <math>\mathbb{R}</math> . <math>x_0</math> عدد من <math>D_f</math> حيث <math>f</math> قابلة للاشتقاق عند <math>x_0</math> و <math>f'(x_0)</math> العدد المشتق عند <math>x_0</math> .</p> <p>ليكن <math>(C_f)</math> تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد <math>(O; \vec{i}, \vec{j})</math> .</p> <p>مماس المنحني <math>(C_f)</math> عند النقطة <math>A(x_0; f(x_0))</math> هو المستقيم الذي يشمل <math>A</math> و معامل توجيهه <math>f'(x_0)</math> .</p> <p>معادلته هي : <math>y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | 10 د  |                               |

| المراجع | التفسير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | المهمة                | ملاحظات     |  |
|---------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------|-------------|--|
|         | <div> <div> </div> <div> <p>المماس (T) هو عبارة عن مستقيم معامل توجيهه <math>f'(x_0)</math></p> <p>إذن معادلة (T) من الشكل : <math>y = f'(x_0)x + b</math> والنقطة <math>A(x_0; f(x_0))</math> تنتمي إلى (T) .</p> <p>ومنه بالتعويض ينتج : <math>b = f(x_0) - f'(x_0)x_0</math></p> <p>وبالتالي : <math>y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)</math></p> </div> </div> <div> <p><b>مثال :</b> <math>f</math> دالة معرفة على <math>\mathbb{R}</math> بـ : <math>f(x) = x^2 + 2</math></p> <p>و <math>(C_f)</math> تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد <math>(O; \vec{i}, \vec{j})</math> .</p> <p>★ نعين معادلة المماس لـ <math>(C_f)</math> في النقطة ذات الفاصلة -1 :</p> <p>لدينا : <math>f'(-1) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(-1+h) - f(-1)}{h} = -2</math> و <math>f(-1) = 3</math></p> <p>و منه : معادلة المماس لـ <math>(C_f)</math> في النقطة ذات الفاصلة -1 هي : <math>y = -2(x - (-1)) + 3</math> أي : <math>y = -2x + 1</math></p> </div> <div> <p><b>حل التمرين 72 صفحة 87 :</b></p> <p>①</p> <p>★ معادلة المماس <math>(T_1)</math> لـ <math>(C_1)</math> في النقطة <math>A(x_0; f(x_0))</math> هي : <math>y = -2x_0 + x_0^2 + 3</math></p> <p>★ معادلة المماس <math>(T_2)</math> لـ <math>(C_2)</math> في النقطة <math>A(x_0; f(x_0))</math> هي : <math>y = -\frac{2x_0}{x_0^2} + \frac{4}{x_0}</math></p> <p>بالمطابقة نجد : <math>x_0 = 1</math></p> <p>إذن يوجد مماس واحد مشترك <math>(\Delta)</math> بين المنحنيين في النقطة <math>A(1; 2)</math></p> <p>② معادلة للمستقيم <math>(\Delta)</math> هي : <math>y = -2x + 4</math></p> <p>③</p> <p>★ لدينا <math>-x^2 + 3 - (-2x + 4) = -(x-1)^2</math> و منه : <math>(C_1)</math> يقع تحت <math>(\Delta)</math> .</p> <p>★ لدينا <math>\frac{2}{x} - (-2x + 4) = \frac{2}{x}(x-1)^2</math> و منه : <math>(C_2)</math> يقع تحت <math>(\Delta)</math> في المجال <math>]0; +\infty[</math> و يقع فوق <math>(\Delta)</math> في المجال <math>]0; +\infty[</math> .</p> </div> <td> <p>بناء المفاهيم:</p> </td> <td> <p>د 10</p> </td> <td></td> | <p>بناء المفاهيم:</p> | <p>د 10</p> |  |
|         | <p>نقوبهم</p> <p>حل التمرين 49 و 50 و 51 و 54 صفحة 85</p> <p>حل التمرين 71 و 75 صفحة 87</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | <p>د 25</p>           |             |  |

المؤسسة: ثانوية سليمان جلول  
المستوى والشعبة: 2 عت + 2 تر  
المحتوى المكرفي: الاشتقاقية  
الكفاءات المستهدفة: - التقريب التآلفي لدالة قابلة للاشتقاق بجوار قيمة  $x_0$ .  
المادة: رياضيات  
الأستاذ: بلعري

- سير الحصة

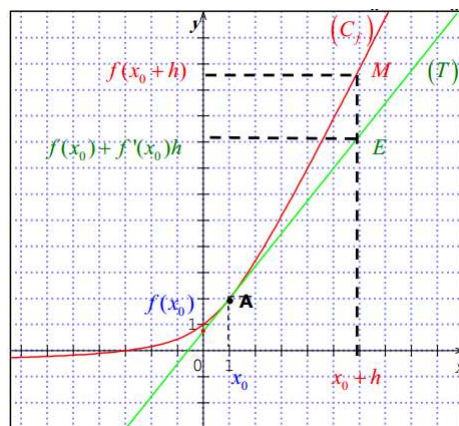
| المراحل        | النسب (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | المدة    | ملاحظات  |         |          |          |       |       |        |  |  |  |  |  |  |        |  |  |  |  |  |  |     |        |        |        |       |       |       |        |           |          |          |         |          |          |        |        |       |        |        |       |        |      |                               |
|----------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------|----------|---------|----------|----------|-------|-------|--------|--|--|--|--|--|--|--------|--|--|--|--|--|--|-----|--------|--------|--------|-------|-------|-------|--------|-----------|----------|----------|---------|----------|----------|--------|--------|-------|--------|--------|-------|--------|------|-------------------------------|
| الإنتلاق:      | <p>★ التهيئة النفسية:</p> <p><b>نشاط :</b> نعتبر الدالة <math>f</math> المعرفة على <math>[-1; +\infty[</math> بـ <math>f(x) = \sqrt{1+x}</math> .<br/>ليكن <math>(C_f)</math> تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس <math>(O; \vec{i}, \vec{j})</math></p> <p>1 ادرس قابلية الاشتقاق للدالة <math>f</math> عند 0<br/>2 اكتب معادلة المماس لـ <math>(C_f)</math> عند النقطة ذات الفاصلة 0 .<br/>3 لتكن الدالة <math>g</math> المعرفة على <math>\mathbb{R}</math> بـ <math>g(x) = 1 + \frac{1}{2}x</math><br/>★ أكمل الجدول التالي :</p> <table> <tr> <td><math>x</math></td> <td>-0.003</td> <td>-0.002</td> <td>-0.001</td> <td>0.001</td> <td>0.002</td> <td>0.003</td> </tr> <tr> <td><math>f(x)</math></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td><math>g(x)</math></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table> <p>★ ماذا تستنتج ؟<br/>4 عين قيمة مقربة لكل من <math>\sqrt{1,0005}</math> و <math>\sqrt{0.999}</math></p> <p><b>مناقشة النشاط :</b></p> <p>1 <math>\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h) - f(0)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+h} - 1}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{1+h} + 1} = \frac{1}{2}</math><br/>إذن : <math>f</math> تقبل الاشتقاق عند 0 ولدينا : <math>f'(0) = \frac{1}{2}</math><br/>2 معادلة المماس عند 0 هي <math>y = 1 + \frac{1}{2}x</math><br/>3 نكمل الجدول :</p> <table> <tr> <td><math>x</math></td> <td>-0.003</td> <td>-0.002</td> <td>-0.001</td> <td>0.001</td> <td>0.002</td> <td>0.003</td> </tr> <tr> <td><math>f(x)</math></td> <td>0.9984988</td> <td>0.998999</td> <td>0.999499</td> <td>1.00049</td> <td>1.000999</td> <td>1.001498</td> </tr> <tr> <td><math>g(x)</math></td> <td>0.9985</td> <td>0.999</td> <td>0.9995</td> <td>1.0005</td> <td>1.001</td> <td>1.0015</td> </tr> </table> <p>★ نلاحظ من الجدول أنه إذا كان <math>x</math> قريب من 0 فإن <math>f(x) \simeq g(x)</math><br/>معناه أن : <math>\sqrt{1+x} \simeq 1 + \frac{1}{2}x</math><br/>4 حساب القيم المقربة :</p> <p>★ لدينا : <math>\sqrt{1,0005} = \sqrt{1+0.0005}</math><br/>ولدينا : <math>\sqrt{1+x} \simeq 1 + \frac{1}{2}x</math> و منه : <math>\sqrt{1+0.0005} \simeq 1 + \frac{1}{2}(0.0005)</math><br/>إذن : <math>\sqrt{1,0005} \simeq 1,00025</math><br/>★ لدينا : <math>\sqrt{0.999} = \sqrt{1-0.001}</math><br/>ولدينا : <math>\sqrt{1+x} \simeq 1 + \frac{1}{2}x</math> و منه : <math>\sqrt{1-0.001} \simeq 1 + \frac{1}{2}(-0.001)</math><br/>إذن : <math>\sqrt{0.999} \simeq 0,9995</math></p> | $x$      | -0.003   | -0.002  | -0.001   | 0.001    | 0.002 | 0.003 | $f(x)$ |  |  |  |  |  |  | $g(x)$ |  |  |  |  |  |  | $x$ | -0.003 | -0.002 | -0.001 | 0.001 | 0.002 | 0.003 | $f(x)$ | 0.9984988 | 0.998999 | 0.999499 | 1.00049 | 1.000999 | 1.001498 | $g(x)$ | 0.9985 | 0.999 | 0.9995 | 1.0005 | 1.001 | 1.0015 | 20 د | مناقشة النشاط من طرف التلاميذ |
| $x$            | -0.003                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | -0.002   | -0.001   | 0.001   | 0.002    | 0.003    |       |       |        |  |  |  |  |  |  |        |  |  |  |  |  |  |     |        |        |        |       |       |       |        |           |          |          |         |          |          |        |        |       |        |        |       |        |      |                               |
| $f(x)$         |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |          |          |         |          |          |       |       |        |  |  |  |  |  |  |        |  |  |  |  |  |  |     |        |        |        |       |       |       |        |           |          |          |         |          |          |        |        |       |        |        |       |        |      |                               |
| $g(x)$         |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |          |          |         |          |          |       |       |        |  |  |  |  |  |  |        |  |  |  |  |  |  |     |        |        |        |       |       |       |        |           |          |          |         |          |          |        |        |       |        |        |       |        |      |                               |
| $x$            | -0.003                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | -0.002   | -0.001   | 0.001   | 0.002    | 0.003    |       |       |        |  |  |  |  |  |  |        |  |  |  |  |  |  |     |        |        |        |       |       |       |        |           |          |          |         |          |          |        |        |       |        |        |       |        |      |                               |
| $f(x)$         | 0.9984988                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | 0.998999 | 0.999499 | 1.00049 | 1.000999 | 1.001498 |       |       |        |  |  |  |  |  |  |        |  |  |  |  |  |  |     |        |        |        |       |       |       |        |           |          |          |         |          |          |        |        |       |        |        |       |        |      |                               |
| $g(x)$         | 0.9985                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | 0.999    | 0.9995   | 1.0005  | 1.001    | 1.0015   |       |       |        |  |  |  |  |  |  |        |  |  |  |  |  |  |     |        |        |        |       |       |       |        |           |          |          |         |          |          |        |        |       |        |        |       |        |      |                               |
| بناء المفاهيم: |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |          |          |         |          |          |       |       |        |  |  |  |  |  |  |        |  |  |  |  |  |  |     |        |        |        |       |       |       |        |           |          |          |         |          |          |        |        |       |        |        |       |        |      |                               |

## التفسير (النشأة المرافقة لكل مرحلة)

## المراحل

## التقريب التآلفي لدالة :

$(C_f)$  هو التمثيل البياني لدالة  $f$  قابلة للاشتقاق عند نقطة  $x_0$  و  $(T)$  مماس لـ  $(C_f)$  في النقطة  $A(x_0; f(x_0))$ .



نعوض محليا عند  $x_0$  الدالة  $f$  بالدالة التآلفية  $g$  الممثلة بالمستقيم  $(T)$ .

أي نعوض العدد الحقيقي  $f(x_0+h)$  بالعدد  $f(x_0) + f'(x_0)h$ .

\* من أجل  $h$  قريب من الصفر العدد  $f(x_0) + f'(x_0)h$  يسمى تقريبا تآلفيا للعدد  $f(x_0+h)$ .

\* بوضع  $x_0+h=x$  و من أجل  $x$  قريب من  $x_0$  فإن :  $f'(x_0)(x-x_0) + f(x_0)$  يسمى تقريبا تآلفيا لـ  $f(x)$  بجوار  $x_0$ .

بناء المفاهيم:

❖ نقبل أن أحسن تقريب تآلفي للدالة  $f$  بجوار  $x_0$

هو الدالة  $x \mapsto f'(x_0)(x-x_0) + f(x_0)$  و نكتب :  $f(x) \simeq f'(x_0)(x-x_0) + f(x_0)$

**مثال :**  $f$  الدالة المعروفة على  $\mathbb{R}$  بـ :  $f(x) = x^2$

و  $(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

① التقريب التآلفي للدالة  $f$  بجوار 1 هو  $f'(1)(x-1) + f(1)$

لدينا :  $f(1) = 1$  و  $f'(1) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} = 2$

إذن : التقريب التآلفي للدالة  $f$  بجوار 1 هو :  $2x - 1$  أي :  $x^2 \simeq 2x - 1$  بجوار 1.

② نعين قيمة تقريبية للعدد  $(1.002)^2$  :

**طريقة 1 :** لدينا :  $(1.002)^2 \simeq 2 \times 1,002 - 1$  ومنه :  $(1.002)^2 \simeq 1,004$

**طريقة 2 :** لدينا :  $1,002 = 1 + 0.002$  ومنه :  $(1.002)^2 = f(1,002) = f(1 + 0.002)$

و  $f(1 + 0.002) \simeq f(1) + f'(1)(0.002)$

ومنه :  $f(1 + 0.002) \simeq 1,004$  إذن :  $(1.002)^2 \simeq 1,004$

حل التمرين 45 صفحة 85 :

نفويهم

حل التمرين 43 و 44 و 47 صفحة 85

المؤسسة: ثانوية سليمان جلول  
المستوى والشعبة: 2 عت + 2 تر  
المحتوى المعرفي: الاشتقاقية  
الكفاءات المستهدفة: - حساب مشتقات الدوال المألوفة .

- سير الحصة

| المراحل        | التنسيق (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | المدة | ملاحظات                       |
|----------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------|-------------------------------|
| الإطلاق:       | <p>* التهيئة النفسية:</p> <p><b>مشتقات الدوال المألوفة :</b></p> <p><b>نشاط :</b></p> <p>❖ بين أن الدالة <math>f</math> دالة قابلة للاشتقاق على المجال <math>I</math> معينا دالتها المشتقة في كل حالة مما يلي :</p> <p>❶ <math>f(x) = ax + b</math> و <math>a \in \mathbb{R}</math> و <math>b \in \mathbb{R}</math> و <math>I = \mathbb{R}</math></p> <p>❷ <math>f(x) = x^2</math> و <math>I = \mathbb{R}</math></p> <p>❸ <math>f(x) = \frac{1}{x}</math> و <math>I = ]0; +\infty[</math> أو <math>I = ]-\infty; 0[</math></p> <p>❹ <math>f(x) = \sqrt{x}</math> و <math>I = ]0; +\infty[</math></p> <p><b>مناقشة النشاط :</b></p> <p>❶ ليكن <math>x_0 \in \mathbb{R}</math> و <math>h \neq 0</math></p> <p>لدينا : <math>\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{a(x_0 + h) + b - ax_0 - b}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{ah}{h} = a</math></p> <p>و عليه <math>f</math> تقبل الاشتقاق عند كل <math>x_0</math> من <math>\mathbb{R}</math> و لدينا : <math>f'(x_0) = a</math></p> <p><b>مبرهنة:</b> <math>a</math> و <math>b</math> عدنان حقيقيان .</p> <p>الدالة <math>f : x \mapsto ax + b</math> قابلة للاشتقاق على <math>\mathbb{R}</math> و دالتها المشتقة هي :</p> <p><math>f' : x \mapsto a</math></p> <p><b>ملاحظة :</b></p> <p>❖ إذا كان <math>a = 1</math> و <math>b = 0</math> نستنتج أن الدالة <math>f : x \mapsto x</math> قابلة للاشتقاق على <math>\mathbb{R}</math> و دالتها المشتقة هي :</p> <p><math>f' : x \mapsto 1</math></p> <p>❖ إذا كان <math>a = 0</math> نستنتج أن الدالة <math>f : x \mapsto b</math> قابلة للاشتقاق على <math>\mathbb{R}</math> و دالتها المشتقة هي :</p> <p><math>f' : x \mapsto 0</math></p> <p>❷ ليكن <math>x_0 \in \mathbb{R}</math> و <math>h \neq 0</math></p> <p>لدينا : <math>\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x_0 + h)^2 - x_0^2}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h^2 + 2x_0h}{h} = 2x_0</math></p> <p>و عليه <math>f</math> تقبل الاشتقاق عند كل <math>x_0</math> من <math>\mathbb{R}</math> و لدينا : <math>f'(x_0) = 2x_0</math></p> | 25 د  | مناقشة النشاط من طرف التلاميذ |
| بناء المفاهيم: |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 25 د  |                               |

| الملاحظات | المادة | التفسير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | المرحلة        |
|-----------|--------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------|
|           | 45 د   | <p><b>مبرهنة:</b> <math>n</math> عدد طبيعي غير معدوم .<br/>الدالة <math>f: x \mapsto x^n</math> قابلة للاشتقاق على <math>\mathbb{R}</math> و دالتها المشتقة هي :<br/><math>f': x \mapsto nx^{n-1}</math></p> <p><b>مثال:</b> <math>f</math> دالة معرفة على <math>\mathbb{R}</math> بـ: <math>f(x) = x^5</math><br/><math>f</math> قابلة للاشتقاق على <math>\mathbb{R}</math> و دالتها المشتقة هي : <math>f'(x) = 5x^4</math></p> <p>③ ليكن <math>x_0 \in \mathbb{R}^*</math> و <math>h \neq 0</math><br/>لدينا : <math>\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{x_0+h} - \frac{1}{x_0}}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-h}{x_0 h (x_0 + h)} = -\frac{1}{x_0^2}</math><br/>و عليه <math>f</math> تقبل الاشتقاق عند كل <math>x_0</math> من <math>]0; +\infty[</math> أو من <math>] -\infty; 0[</math><br/>و لدينا : <math>f'(x_0) = -\frac{1}{x_0^2}</math></p> <p><b>مبرهنة:</b><br/>الدالة <math>f: x \mapsto \frac{1}{x}</math> قابلة للاشتقاق على <math>] -\infty; 0[</math> و على <math>]0; +\infty[</math> و دالتها المشتقة هي :<br/><math>f': x \mapsto -\frac{1}{x^2}</math></p> <p>④ ليكن <math>x_0 \in ]0; +\infty[</math> و <math>h \neq 0</math> لدينا :<br/><math>\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x_0+h} - \sqrt{x_0}}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{x_0+h} + \sqrt{x_0}} = \frac{1}{2\sqrt{x_0}}</math><br/>و عليه <math>f</math> تقبل الاشتقاق عند كل <math>x_0</math> من <math>]0; +\infty[</math> و لدينا : <math>f'(x_0) = \frac{1}{2\sqrt{x_0}}</math></p> <p><b>مبرهنة:</b><br/>الدالة <math>f: x \mapsto \sqrt{x}</math> قابلة للاشتقاق على <math>]0; +\infty[</math> و دالتها المشتقة هي :<br/><math>f': x \mapsto \frac{1}{2\sqrt{x}}</math></p> <p><b>مبرهنة (نقبل دون برهان):</b><br/>❖ الدالة <math>f: x \mapsto \sin x</math> قابلة للاشتقاق على <math>\mathbb{R}</math> و دالتها المشتقة هي :<br/><math>f': x \mapsto \cos x</math><br/>❖ الدالة <math>f: x \mapsto \cos x</math> قابلة للاشتقاق على <math>\mathbb{R}</math> و دالتها المشتقة هي :<br/><math>f': x \mapsto -\sin x</math></p> | بناء المفاهيم: |
|           | 25 د   | <p><b>تمرين تطبيقي:</b> دون استعمال تعريف العدد المشتق ، احسب <math>f'(2)</math> في كل حالة :</p> <p>① <math>f(x) = \sqrt{x}</math>      ② <math>f(x) = x^3</math>      ③ <math>f(x) = \frac{1}{x}</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | تقويم          |

المؤسسة: ثانوية سليمان جلول  
المستوى والشعبة: 2 عت + 2 تر  
المحتوى المعرفي: الاشتقاقية  
الكفاءات المستهدفة: - قواعد حساب مشتقات الدوال  $f + g$ ،  $f \times g$ ،  $\frac{1}{f}$ ،  $\frac{f}{g}$ ،  $x \mapsto f(ax+b)$ .  
المادة: رياضيات  
الأستاذ: بلجيري

- سير الحصة

| المراحل        | النسب (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | المدة | ملاحظات |
|----------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------|---------|
| الإطلاق:       | <p>* التهيئة النفسية:</p> <p>عمليات على الدوال المشتقة :</p> <p>① مشتق مجموع وفرق دالتين :</p> <p><b>مبرهنة:</b> <math>u</math> و <math>v</math> دالتان قابلتان للاشتقاق على مجال <math>D</math> من <math>\mathbb{R}</math>.<br/>الدالتان <math>u+v</math> و <math>u-v</math> قابلتان للاشتقاق على <math>D</math>.<br/>ولدينا : <math>(u+v)' = u' + v'</math> و <math>(u-v)' = u' - v'</math></p> <p><b>برهان:</b> من أجل كل عدد حقيقي <math>h</math> يختلف عن 0 لدينا :</p> $\frac{(u+v)(x_0+h) - (u+v)(x_0)}{h} = \frac{u(x_0+h) + v(x_0+h) - u(x_0) - v(x_0)}{h}$ $= \frac{u(x_0+h) - u(x_0)}{h} + \frac{v(x_0+h) - v(x_0)}{h}$ <p>نضع : <math>g_2(h) = \frac{v(x_0+h) - v(x_0)}{h}</math> و <math>g_1(h) = \frac{u(x_0+h) - u(x_0)}{h}</math></p> <p>بما أن <math>u</math> و <math>v</math> قابلتان للاشتقاق على <math>D</math> فإنه من أجل كل <math>x_0</math> من <math>D</math></p> <p>لدينا : <math>\lim_{h \rightarrow 0} g_2(h) = v'(x_0)</math> و <math>\lim_{h \rightarrow 0} g_1(h) = u'(x_0)</math></p> <p>ومنه : <math>\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(u+v)(x_0+h) - (u+v)(x_0)}{h} = u'(x_0) + v'(x_0)</math></p> <p><b>تطبيق:</b> لتكن <math>f</math> الدالة المعرفة على <math>]0; +\infty[</math> بـ <math>f(x) = x^4 + \frac{1}{x}</math><br/>عين الدالة المشتقة <math>f'</math> للدالة <math>f</math>.</p> <p>② مشتق جداء دالتين :</p> <p><b>مبرهنة:</b> <math>u</math> و <math>v</math> دالتان قابلتان للاشتقاق على <math>D</math><br/>حيث : <math>D</math> مجال أو اتحاد مجالات من <math>\mathbb{R}</math>.<br/>الدالة <math>u.v</math> قابلة للاشتقاق على <math>D</math> ولدينا : <math>(u.v)' = u'.v + u.v'</math></p> <p><b>برهان:</b> من أجل كل عدد حقيقي <math>h</math> يختلف عن 0 لدينا :</p> $\frac{(u.v)(x_0+h) - (u.v)(x_0)}{h} = \frac{u(x_0+h).v(x_0+h) - u(x_0).v(x_0)}{h}$ $= \frac{u(x_0+h).v(x_0+h) - u(x_0).v(x_0) + v(x_0+h).u(x_0) - v(x_0+h).u(x_0)}{h}$ $= \frac{u(x_0+h) - u(x_0)}{h} v(x_0+h) + \frac{v(x_0+h) - v(x_0)}{h} u(x_0)$ | 25 د  |         |
| بناء المفاهيم: |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | 25 د  |         |

| الملاحظات | المادة | التفسير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | المرحلة |
|-----------|--------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|
|           |        | <p>نضع : <math>g_2(h) = \frac{v(x_0+h) - v(x_0)}{h}</math> و <math>g_1(h) = \frac{u(x_0+h) - u(x_0)}{h}</math></p> <p>بما أن <math>u</math> و <math>v</math> قابلتان للاشتقاق على <math>D</math> فإنه من أجل كل <math>x_0</math> من <math>D</math> لدينا :</p> $\lim_{h \rightarrow 0} v(x_0+h) = v(x_0) \quad \text{و} \quad \lim_{h \rightarrow 0} g_2(h) = v'(x_0) \quad \text{و} \quad \lim_{h \rightarrow 0} g_1(h) = u'(x_0)$ <p>ومنه : <math>\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(u.v)(x_0+h) - (u.v)(x_0)}{h} = u'(x_0).v(x_0) + u(x_0).v'(x_0)</math></p> <p><b>حالة خاصة :</b></p> <p>❖ الدالة <math>ku</math> ( حيث <math>k</math> عدد حقيقي ) قابلة للاشتقاق على <math>D</math> و دالتها المشتقة هي :</p> $(ku)' = ku'$ <p><b>تطبيق :</b> لتكن <math>f</math> الدالة المعرفة على <math>[0; +\infty[</math> بـ <math>f(x) = (3x-2)\sqrt{x}</math> عين الدالة المشتقة <math>f'</math> للدالة <math>f</math>.</p> <p>❸ مشغف مقلوب دال :</p> <p><b>مبرهنة:</b>  دالة <math>v</math> قابلة للاشتقاق على مجال <math>D</math> من <math>\mathbb{R}</math> ولا تنعدم على <math>D</math>.<br/>الدالة <math>\frac{1}{v}</math> قابلة للاشتقاق على <math>D</math> و دالتها المشتقة هي :</p> $\left(\frac{1}{v}\right)' = -\frac{v'}{v^2}$ <p><b>برهان :</b> من أجل كل عدد حقيقي <math>h</math> يختلف عن 0 لدينا :</p> $\begin{aligned} \frac{\left(\frac{1}{v}\right)(x_0+h) - \left(\frac{1}{v}\right)(x_0)}{h} &= \frac{\left(\frac{1}{v(x_0+h)}\right) - \left(\frac{1}{v(x_0)}\right)}{h} \\ &= \frac{v(x_0) - v(x_0+h)}{v(x_0+h).v(x_0).h} = \frac{1}{v(x_0+h).v(x_0)} \left( -\frac{v(x_0+h) - v(x_0)}{h} \right) \end{aligned}$ <p>بما أن <math>v</math> قابلة للاشتقاق على <math>D</math> فإنه من أجل كل <math>x_0</math> من <math>D</math> :</p> $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\left(\frac{1}{v}\right)(x_0+h) - \left(\frac{1}{v}\right)(x_0)}{h} = -\frac{v'(x_0)}{(v(x_0))^2}$ <p><b>تطبيق :</b> لتكن <math>f</math> الدالة المعرفة على <math>\mathbb{R}</math> بـ <math>f(x) = \frac{1}{x^2+x+1}</math> عين الدالة المشتقة <math>f'</math> للدالة <math>f</math>.</p> <p>❹ مشغف نسبة والنين :</p> <p><b>مبرهنة:</b>  <math>u</math> و <math>v</math> دالتان قابلتان للاشتقاق على <math>D</math> حيث : <math>D</math> مجال أو اتحاد مجالات من <math>\mathbb{R}</math> و <math>v</math> لا ينعدم على <math>D</math>.<br/>الدالة <math>\frac{u}{v}</math> قابلة للاشتقاق على <math>D</math> و لدينا :</p> $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'.v - u.v'}{v^2}$ |         |

بناء المفاهيم:

د 25

ملاحظات عامة حول الحصة: .....

| المراجع | التفسير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | المهمة | ملاحظات |
|---------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------|---------|
|         | <p><b>برهان:</b> نلاحظ أن: <math>\frac{u}{v} = u \times \frac{1}{v}</math></p> <p>بتطبيق مبرهنة مشتقة جداء دالتين و مشتقة مقلوب دالة:</p> $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'.v - u.v'}{v^2} \text{ و منه } \left(\frac{u}{v}\right)' = \left(u \times \frac{1}{v}\right)' = u' \frac{1}{v} + u \left(-\frac{v'}{v^2}\right)$ <p><b>تطبيق:</b> لتكن <math>f</math> الدالة المعرفة على <math>]2; +\infty[</math> بـ <math>f(x) = \frac{x^2 + 1}{3x - 6}</math></p> <p>عين الدالة المشتقة <math>f'</math> للدالة <math>f</math>.</p> <p>④ <b>مشتقة الدالة</b> <math>f: x \mapsto u(ax + b)</math>:</p> <div style="border: 1px solid red; padding: 10px; margin: 10px 0;"> <p><b>مبرهنة (تقبل دون برهان):</b></p> <p><math>u</math> قابلة للإشتقاق على مجال <math>D</math> من <math>\mathbb{R}</math> و <math>a</math> و <math>b</math> عددا حقيقيان. <math>E</math> مجموعة الأعداد الحقيقية حيث <math>ax + b</math> ينتمي إلى <math>D</math>.</p> <p>الدالة <math>f: x \mapsto u(ax + b)</math> قابلة للإشتقاق على <math>E</math> و دالتها المشتقة هي: <math>f': x \mapsto au'(ax + b)</math> حيث <math>u'</math> مشتقة الدالة <math>u</math> على <math>D</math>.</p> </div> <p><b>تطبيق:</b> لتكن <math>f</math> الدالة المعرفة على <math>\mathbb{R}</math> بـ <math>f(x) = (4x + 1)^2</math></p> <p>عين الدالة المشتقة <math>f'</math> للدالة <math>f</math>.</p> <p><b>تمرين تطبيقي:</b> باستعمال النظريات على المشتقات، احسب الدالة المشتقة للدالة <math>f</math> في كل حالة مما يلي:</p> <p>① <math>f(x) = 7x^5 - 3x^4 + 2x^2 + 6x - 3</math>      ② <math>f(x) = \frac{3}{2x - 5}</math></p> <p>③ <math>f(x) = \frac{3x - 1}{x + 1}</math>      ④ <math>f(x) = \sqrt{2x + 2}</math></p> <p>⑤ <math>f(x) = \cos(2 - 6x)</math></p> | د 25   |         |
|         |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | د 20   |         |

بناء المفاهيم:

تقويم

حل التمرين 62 و 64 و 65 و 66 و 68 و 74 صفحة 87

المؤسسة: ثانوية سليمان جلول  
المستوى و الشبكة: 2 عت + 2 تر  
المحتوى المعرفي: الاشتقاقية  
الكفاءات المستهدفة: - تعيين اتجاه تغير دالة .

- سير الحصة

| المراحل        | النسبة (النشطة المرافقة لكل مرحلة)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | المدة                | ملاحظات                       |
|----------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------|-------------------------------|
| الإطلاق:       | <p>* التهيئة النفسية:</p> <p>نشاط 02 صفحة 92 :</p> <p>تطبيقات الاشتقاقية :</p> <p>1 اتجاه تغير دالة :</p> <p>مبرهن (نقبل دون برهان):</p> <p><math>f</math> دالة معرفة و قابلة للاشتقاق على مجال <math>D_f</math> من <math>\mathbb{R}</math> و <math>f'</math> دالتها المشتقة .</p> <p>❖ إذا كان من أجل كل <math>x</math> من <math>D_f</math> ، <math>f'(x) &gt; 0</math> ، ما عدا ممكن من أجل عدد محدود من القيم التي تنعدم الدالة <math>f</math> من أجلها ، فإن : الدالة <math>f</math> متزايدة تماما على <math>D_f</math> .</p> <p>❖ إذا كان من أجل كل <math>x</math> من <math>D_f</math> ، <math>f'(x) &lt; 0</math> ، ما عدا ممكن من أجل عدد محدود من القيم التي تنعدم الدالة <math>f</math> من أجلها ، فإن : الدالة <math>f</math> متناقصة تماما على <math>D_f</math> .</p> <p>❖ إذا كان من أجل كل <math>x</math> من <math>D_f</math> ، <math>f'(x) = 0</math> ، فإن : الدالة <math>f</math> ثابتة على <math>D_f</math> .</p> <p>ملاحظة :</p> <p>❖ إذا كانت <math>f</math> إما متزايدة تماما و إما متناقصة تماما على مجال <math>D_f</math> نقول إن الدالة <math>f</math> رتيبة تماما على <math>D_f</math> .</p> <p>مثال : لتكن الدالة <math>f</math> المعرفة على <math>\mathbb{R}</math> بـ : <math>f(x) = x^3</math></p> <p><math>f</math> قابلة للاشتقاق على <math>\mathbb{R}</math> و لدينا : <math>f'(x) = 3x^2</math></p> <p>و منه من أجل كل <math>x</math> من <math>\mathbb{R}</math> : <math>f'(x) &gt; 0</math> و <math>f'(0) = 0</math></p> <p>إذن : <math>f</math> متزايدة تماما على <math>\mathbb{R}</math> .</p> <p>حل التمرين 23 صفحة 104 :</p> <p>* <math>f'</math> سالبة تماما على المجالين <math>]-\infty; -2[</math> و <math>]0; 2[</math></p> <p>ومنه : <math>f</math> متناقصة تماما على المجالين <math>]-\infty; -2[</math> و <math>]0; 2[</math> .</p> <p>* <math>f'</math> موجبة تماما على المجالين <math>]-2; 0[</math> و <math>]2; +\infty[</math></p> <p>ومنه : <math>f</math> متزايدة تماما على المجالين <math>]-2; 0[</math> و <math>]2; +\infty[</math> .</p> <p>تمرين تطبيقي : ادرس اتجاه تغير الدالة <math>f</math> على المجال <math>I</math> في كل حالة :</p> <p>① <math>I = \mathbb{R}</math> <math>f(x) = -x^3 + 3x^2 + 2</math></p> <p>② <math>I = ]-1; +\infty[</math> <math>f(x) = \frac{x-1}{2x+2}</math></p> <p>③ <math>I = ]-\infty; 1[</math> <math>f(x) = \sqrt{1-x}</math></p> <p>حل التمرين 27 و 29 صفحة 105</p> | 20 د<br>15 د<br>25 د | مناقشة النشاط من طرف التلاميذ |
| بناء المفاهيم: |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |                      |                               |
| تقويم          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |                      |                               |

ملاحظات عامة حول الحصة:

المؤسسة: ثانوية سليمان جلول  
المستوى و الشبكة: 2 عت + 2 تر  
المحتوى المعرفي: الاشتقاقية  
الكفاءات المستهدفة: - تعيين القيم الحدية لدالة .  
المادة: رياضيات  
الأستاذ: بلعري

- سير الحصة

| المراحل        | النشاط (النشطة المراقبة لكل مرحلة)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | المدة | ملاحظات |
|----------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------|---------|
| الإطلاق:       | <p>* التهيئة النفسية:</p> <p>تطبيقات الاشتقاقية (تابع):</p> <p>الفهم الحدي للمحلية لدالة:</p> <p>مبرهنة (نقبل دون برهان):</p> <p><math>f</math> دالة معرفة وقابلة للاشتقاق على مجال <math>D_f</math> من <math>\mathbb{R}</math> و <math>f'</math> دالتها المشتقة .<br/>         إذا انعدمت الدالة المشتقة عند قيمة <math>c</math> من <math>I</math> مغيرة إشارتها فإنه يوجد مجال مفتوح <math>I'</math> محتوى في <math>I</math> يشمل <math>c</math> تقبل فيه <math>f</math> قيمة حدية <math>f(c)</math> .<br/>         تسمى <math>f(c)</math> قيمة حدية محلية .</p> <p>ملاحظات:</p> <p>يمكن وجود عدة قيم حدية محلية على <math>I</math> .<br/>         إذا انعدمت الدالة المشتقة <math>f'</math> عند قيمة <math>c</math> من <math>I</math> فإن تمثيلها البياني يقبل مماسا موازيا لحامل محور الفواصل عند النقطة التي فاصلتها <math>c</math><br/>         إذا قبلت <math>f</math> قيمة حدية محلية عند <math>c</math> فإن <math>f'(c) = 0</math></p> <p>مثال:</p> <p>لتكن <math>f</math> الدالة المعرفة على المجال <math>[-4; 4]</math><br/> <math>f(x) = \frac{1}{5}(x^3 + 3x^2 - 9x)</math><br/>         تمثيلها موضح في الشكل المقابل .<br/>         نلاحظ أن: <math>\frac{27}{5}</math> هي قيمة حدية محلية عظمى للدالة عند <math>x = -3</math> و <math>-1</math> قيمة حدية محلية صغرى للدالة عند <math>x = 1</math></p> <p>تمرين تطبيقي:</p> <p>ادرس اتجاه تغير الدوال التالية على المجال <math>I</math> ، ثم عين القيم الحدية المحلية إن وجدت:</p> <p>① <math>I = \mathbb{R}</math> ، <math>f(x) = -x^4 + 2x^2 + 1</math><br/>         ② <math>I = \mathbb{R}</math> ، <math>g(x) = \frac{x^3}{x^2 + 1}</math><br/>         ③ <math>I = [0; +\infty[</math> ، <math>h(x) = (2x - 3)\sqrt{x}</math></p> | 10 د  |         |
| بناء المفاهيم: |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | 20 د  |         |

| المراجع | التفسير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | المهمة | ملاحظات |
|---------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------|---------|
|         | <p><b>③ حصر دالة :</b></p> <p> <b>نتيجة:</b> لتكن <math>f</math> دالة معرفة على مجال <math>[a; b]</math> و <math>f'</math> دالتها المشتقة .</p> <p>❖ إذا كانت <math>f</math> متزايدة تماما على <math>[a; b]</math> فإن من أجل كل <math>x</math> من <math>[a; b]</math></p> <p style="text-align: center;">لدينا : <math>f(a) \leq f(x) \leq f(b)</math></p> <p>❖ إذا كانت <math>f</math> متناقصة تماما على <math>[a; b]</math> فإن من أجل كل <math>x</math> من <math>[a; b]</math></p> <p style="text-align: center;">لدينا : <math>f(b) \leq f(x) \leq f(a)</math></p> <p><b>مثال :</b> <math>f</math> دالة معرفة على <math>[-4; 2]</math> بـ: <math>f(x) = x^2 + 4x + 1</math></p> <p><math>f</math> قابلة للاشتقاق على <math>\mathbb{R}</math> و دالتها المشتقة هي : <math>f'(x) = 2x + 4</math></p> <p><math>f</math> متناقصة تماما على المجال <math>[-4; -2]</math> و متزايدة تماما على المجال <math>[-2; 2]</math></p> <p>❖ من أجل كل <math>x</math> من <math>[-4; -2]</math> : <math>f(-4) \leq f(x) \leq f(-2)</math> أي : <math>-3 \leq f(x) \leq 1</math></p> <p>❖ من أجل كل <math>x</math> من <math>[-2; 2]</math> : <math>f(-2) \leq f(x) \leq f(2)</math> أي : <math>1 \leq f(x) \leq 13</math></p> <p style="text-align: right;">حل التمرين 43 صفحة 106 :</p> <p><b>④ عنصر حاد من الأعلى - عنصر حاد من الأسفل :</b></p> <p> <b>تعريف :</b> لتكن <math>f</math> دالة معرفة على مجال <math>D_f</math> .</p> <p>❖ يسمى عدد حقيقي <math>k</math> عنصرا حادا من الأعلى للدالة <math>f</math> على <math>D_f</math> إذا وفقط إذا</p> <p style="text-align: center;">كان من أجل كل عدد حقيقي <math>x</math> من <math>D_f</math> : <math>f(x) \leq k</math></p> <p>❖ يسمى عدد حقيقي <math>k</math> عنصرا حادا من الأسفل للدالة <math>f</math> على <math>D_f</math> إذا وفقط إذا</p> <p style="text-align: center;">كان من أجل كل عدد حقيقي <math>x</math> من <math>D_f</math> : <math>f(x) \geq k</math></p> <p><b>مثال :</b> في المثال السابق</p> <p>-3 عنصر حاد من الأسفل على <math>[-4; 2]</math> وكذلك توجد عدة حواد من الأسفل لـ <math>f</math> على هذا المجال مثلا : -3.5 ، -5 ، -20 .</p> <p>13 عنصر حاد من الأعلى وكذلك 13.5 ، 15 ، 100 هي حواد من الأعلى لـ <math>f</math> .</p> <p style="text-align: right;">ملاحظات :</p> <p>❖ القيمة الحدية الكبرى للدالة <math>f</math> على <math>D_f</math> إن وجدت هي العنصر الحاد من الأعلى و هي أصغر العناصر الحادة من الأعلى .</p> <p>❖ القيمة الحدية الصغرى للدالة <math>f</math> على <math>D_f</math> إن وجدت هي العنصر الحاد من الأسفل و هي أكبر العناصر الحادة من الأسفل .</p> <p style="text-align: right;">نقوم</p> <p style="text-align: right;">حل التمرين 42 و 45 صفحة 106</p> | 15 د   |         |
|         | <p><b>مثال :</b> في المثال السابق</p> <p>-3 عنصر حاد من الأسفل على <math>[-4; 2]</math> وكذلك توجد عدة حواد من الأسفل لـ <math>f</math> على هذا المجال مثلا : -3.5 ، -5 ، -20 .</p> <p>13 عنصر حاد من الأعلى وكذلك 13.5 ، 15 ، 100 هي حواد من الأعلى لـ <math>f</math> .</p> <p style="text-align: right;">ملاحظات :</p> <p>❖ القيمة الحدية الكبرى للدالة <math>f</math> على <math>D_f</math> إن وجدت هي العنصر الحاد من الأعلى و هي أصغر العناصر الحادة من الأعلى .</p> <p>❖ القيمة الحدية الصغرى للدالة <math>f</math> على <math>D_f</math> إن وجدت هي العنصر الحاد من الأسفل و هي أكبر العناصر الحادة من الأسفل .</p> <p style="text-align: right;">نقوم</p> <p style="text-align: right;">حل التمرين 42 و 45 صفحة 106</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | 15 د   |         |

المؤسسة: ثانوية سليمان جلول  
المستوى والشعبة: 2 عت + 2 تر  
المحتوى المعرفي: الاشتقاقية  
الكفاءات المستهدفة: - حل مسائل تستخدم فيها دوال ناطقة .

- سير الحصة

| المراحل  | التفسير (الأنشطة المصاحبة لكل مرحلة)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | المهمة             | ملاحظات |                 |   |        |   |                    |   |      |  |
|----------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------|---------|-----------------|---|--------|---|--------------------|---|------|--|
| الإطلاق: | <p><b>تمرين «1» ص 99 :</b></p> <p><b>1 إثبات أن <math>KL^2 = x^2 + y^2</math> :</b></p> <p>بتطبيق نظرية فيثاغورث في المثلث القائم <math>KBL</math> نجد : <math>KL^2 = KB^2 + LB^2</math></p> <p>و منه : <math>KL^2 = x^2 + y^2</math></p> <p><b>2 إثبات أن <math>KL = 4 - x - y</math> :</b></p> <p>لدينا : <math>KL = KM + ML</math> لكن : <math>KM = KA</math> و <math>ML = LC</math></p> <p>و منه : <math>KL = KA + LC</math></p> <p>و لكن : <math>KA = 2x</math> و <math>LC = 2 - x</math> إذن : <math>KL = 4 - x - y</math> ... (1)</p> <p><b>* إثبات أن <math>KL^2 = x^2 + y^2 - 8x - 8y + 2xy + 16</math> :</b></p> <p>لدينا : <math>KL^2 = (4 - x - y)^2 = x^2 + y^2 - 8x - 8y + 2xy + 16</math> ... (2)</p> <p><b>3 استنتاج أن <math>y = \frac{4x-8}{x-4}</math> :</b></p> <p>من (1) و (2) نستنتج أن : <math>y(4 - x) = -4x + 8</math> أي : <math>-8x - 8y + 2xy + 16 = 0</math></p> <p>و منه : <math>y = \frac{4x-8}{x-4}</math></p> <p><b>* استنتاج أن <math>KL = \frac{-x^2+4x-8}{x-4}</math> :</b></p> <p>لدينا : <math>KL = 4 - x - y</math> و منه : <math>KL = 4 - x - \frac{4x-8}{x-4}</math> إذن : <math>KL = \frac{-x^2+4x-8}{x-4}</math></p> <p><b>4 دراسة تغيرات الدالة <math>f</math> :</b></p> <p><math>f</math> قابلة للإشتقاق على <math>[0; 2]</math> و لدينا : <math>f'(x) = \frac{-x^2+8x-8}{(x-4)^2}</math></p> <p><math>f'(x) = 0</math> معناه : <math>-x^2+8x-8 = 0</math> و <math>x \neq 4</math></p> <p>المعادلة <math>-x^2+8x-8 = 0</math> تقبل حلين مختلفين هما : <math>x_1 = 4 + 2\sqrt{2}</math> ( مرفوض ) و <math>x_2 = 4 - 2\sqrt{2}</math></p> <p><b>* جدول التغيرات :</b></p> <table border="1"> <tr> <td><math>x</math></td><td>0</td><td><math>4 - 2\sqrt{2}</math></td><td>2</td></tr> <tr> <td><math>f(x)</math></td><td>2</td><td><math>f(4 - 2\sqrt{2})</math></td><td>2</td></tr> </table> <p>نلاحظ من جدول التغيرات أن <math>f(4 - 2\sqrt{2})</math> قيمة حدية صغرى لـ <math>f</math> على <math>[0; 2]</math> و تبلغها من أجل <math>x = 4 - 2\sqrt{2}</math></p> <p>بما أن <math>KL = f(x)</math> فإن : <math>f(4 - 2\sqrt{2})</math> هي أصغر قيمة يأخذها الطول <math>KL</math> من أجل <math>x = 4 - 2\sqrt{2}</math></p> | $x$                | 0       | $4 - 2\sqrt{2}$ | 2 | $f(x)$ | 2 | $f(4 - 2\sqrt{2})$ | 2 | 60 د |  |
| $x$      | 0                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | $4 - 2\sqrt{2}$    | 2       |                 |   |        |   |                    |   |      |  |
| $f(x)$   | 2                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | $f(4 - 2\sqrt{2})$ | 2       |                 |   |        |   |                    |   |      |  |

نقوم

ملاحظات عامة حول الحصة: