

التمرين الأول: (05 نقاط)

$$\begin{cases} u_0 = \frac{3}{2} \\ u_{n+1} = 1 + \sqrt{u_n - 1} \end{cases} : n \in \mathbb{N}$$

(u_n) المتتالية العددية المعرفة كما يلي:

(1) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n $1 < u_n < 2$.

(2) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} - u_n = \frac{-u_n^2 + 3u_n - 2}{\sqrt{u_n - 1} + u_n - 1}$ ثم استنتج أن (u_n) متزايدة تماما.
- بين أن المتتالية (u_n) متقاربة ثم احسب نهايتها .

(3) (v_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $v_n = \ln(u_n - 1)$

(أ) بين أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ ، يطلب تعيين حدها الأول v_0 .

(ب) أكتب كلا من u_n و v_n بدلالة n ، ثم احسب بطريقة أخرى $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n$

(4) من أجل كل عدد طبيعي n نضع: $w_n = u_n - 1$

أحسب بدلالة n الجداء P حيث : $P = w_0 \times w_1 \times \dots \times w_n$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة كثير الحدود $P(z) = z^3 - 8$.

(1) تحقق أن: $P(z) = (z - 2)(z^2 + 2z + 4)$. ثم حل في C المعادلة $P(z) = 0$.

نعتبر في المستوى المركب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \overrightarrow{OI}; \overrightarrow{OJ})$ ، النقط A و B و C ذات اللواحق

$$z_C = 2, \quad z_B = \overline{z_A}, \quad z_A = -1 + i\sqrt{3}$$

(2) أكتب z_A , z_B و z_C على الشكل الأسّي.

- استنتج أن النقط A , B و C تنتمي إلى نفس الدائرة يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها.

(3) بين أن $z_A^{2017} = 2^{2016} z_A$. ثم استنتج نتيجة ما يلي: $(z_A^{2017} + z_B^{2017} + z_C^{2017})$.

(4) أكتب العدد المركب $L = \frac{z_B - z_C}{z_A - z_C}$ على الشكل الجبري ثم الأسّي.

- أعط تفسيرا هندسيا لطويلة وعمدة للعدد المركب L و استنتج طبيعة المثلث ABC .

التمرين الثالث: (04 نقاط)

يحتوي كيس على ست كرات حمراء، أربعة منها تحمل الرقم 1 و اثنتان تحملان الرقم 2. وثمان كرات خضراء، خمسة منها تحمل الرقم 1 وثلاثة تحمل الرقم 2. لا يمكن التمييز بينها عند اللمس. نسحب كرتين من الكيس في آن واحد.

ليكن الحدثان: A "سحب كرتين من نفس اللون" و B "سحب كرتين تحملان نفس الرقم".

(1) بين أن: $P(A) = \frac{43}{91}$.

(2) أحسب $P(B)$.

(3) علما أن الكرتين المسحوبتين من نفس اللون، ما هو احتمال أن تحملان نفس الرقم.

(4) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يساوي عدد الكرات الحمراء المسحوبة.

أ- حدد قيم المتغير العشوائي X .

ب- عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X .

ج- أحسب الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X .

التمرين الرابع: (07 نقاط)

الجزء الأول: لتكن الدالة h المعرفة على $]-1; +\infty[$ كما يلي: $h(x) = \frac{x}{x+1} - 2\ln(x+1)$

1- أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x)$ ثم أحسب $\lim_{x \rightarrow -1} h(x)$ -إرشاد- نذكر بأن: $\lim_{x \rightarrow 0} [X \cdot \ln X] = 0$

2- أدرس اتجاه تغير الدالة h . ثم شكل جدول تغيراتها.

3- أحسب $h(0)$ ثم بين أن المعادلة $h(x) = 0$ تقبل حلين أحدهما α حيث: $-0.72 \leq \alpha \leq -0.71$

4- استنتج إشارة $h(x)$ على المجال $]-1; +\infty[$.

الجزء الثاني: لتكن الدالة f المعرفة على المجموعة $I =]-1; 0[\cup]0; +\infty[$ كما يلي: $f(x) = \frac{\ln(x+1)}{x^2}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$. الوحدة $\|\vec{i}\| = 2cm$

1- أحسب $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$. فسر النتيجة هندسياً.

- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجموعة I . فإن: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x+1)}{x} = 1$

- استنتج: $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0} f'(x)$. فسر النتيجة بيانياً.

2- بين أنه من أجل كل عدد x من المجموعة I فإن: $f'(x) = \frac{h(x)}{x^3}$

- استنتج اتجاه تغير الدالة f . ثم شكل جدول تغيراتها.

3- بين أن: $f(\alpha) = \frac{1}{2\alpha(\alpha+1)}$ ، نأخذ $\alpha \approx -0.715$. أعط قيمة مقربة للعدد $f(\alpha)$ بالتدوير 10^{-2} .

4- أنشئ المنحى (C_f) .

بالتوفيق للجميع – أساتذة المادة-