

اختبار الفصل الأول لمادة الرياضيات

التمرين الأول: (07 نقاط)

أنقل، ثم أكمل الجدول الآتي :

القيمة المطلقة	المسافة	المجال	الحصر	المركز c	ن القطر r
$ x - 0,8 \leq 1,4$					
	$d(x; 5) \leq 1$				
		$x \in]-2; 3[$			
			$3 \leq 2x - 3 \leq 7$		
				- 2,4	2
		$x \in]-2;[$		1	

التمرين الثاني: (5.5 نقاط)

I. a و b عدنان حقيقيان يحققان : $-1 \leq 2a - 7 \leq 5$ و $-3 \leq b \leq -1$

(1) بين أن : $3 \leq a \leq 6$.

(2) جد ، حصرا للأعداد : $a + b$ ، $a - b$ و $\frac{ab}{a - b}$

(3) بين أن $0 \leq \left(\frac{a}{3} - 1\right) \leq 1$ ، ثم ، قارن بين $\left(\frac{a}{3} - 1\right)^{2022}$ و $\left(\frac{a}{3} - 1\right)^{2023}$

II. نعتبر $p(x)$ العبارة المعرفة بـ : $p(x) = |2x - 3| - 2$

(1) احسب $p(0)$ و $p(\sqrt{2})$

(2) اكتب $p(x)$ من دون رمز القيمة المطلقة في المجالين $\left[-\infty; \frac{3}{2}\right]$ و $\left[\frac{3}{2}; +\infty\right]$

(3) حل، في $\mathbb{R}$ ، المعادلة $p(x) = 0$.

التمرين الثالث : (7.5 نقاط)

لكل سؤال يوجد اختيار واحد صحيح ؛ عينه مع التبرير .

1	$A = 2 - \sqrt{3} - \sqrt{(\sqrt{3} - 3)^2} + \sqrt{3} - 4 + \sqrt{3}$: العدد حيث ❖ الكتابة المبسطة للعدد A هي : (مع التبرير)		
	(أ) 3	(ب) $2 - \sqrt{3}$	(ج) $\sqrt{3} - 2$
	❖ اصغر مجموعة تشمل العدد A هي : (دون تبرير)		
	(أ) $\mathbb{N}$	(ب) $\mathbb{R}$	(ج) $\mathbb{Z}$
2	$B = 2023 \times 10^{-2022} - 2022 \times 10^{-2023}$: العدد حيث رتبة مقدار العدد B هي : (مع التبرير)		
	(أ) 2×10^{-2019}	(ب) 2×10^{-2020}	(ج) 2×10^{2019}
3	$K = 13,013...$: العدد حيث الكتابة الكسرية للعدد هي : (مع التبرير)		
	(أ) $\frac{13013}{1000}$	(ب) $\frac{12883}{999}$	(ج) $\frac{12883}{990}$
4	n عدد طبيعي غير معدوم ، نضع $A = 7^{n+2} + 2 \times 7^n$ و $B = 5^{n+2} - 4 \times 5^n$ • تحليل العدد A إلى جداء أعداد أولية هو : (دون تبرير)		
	(أ) $A = 2 \times 3 \times 7^n$	(ب) $A = 5 \times 3 \times 7^n$	(ج) $A = 17 \times 3 \times 7^n$
	• تحليل العدد B إلى جداء أعداد أولية هو : (دون تبرير)		
	(أ) $B = 11 \times 3 \times 5^n$	(ب) $B = 7 \times 3 \times 5^n$	(ج) $B = 2 \times 7 \times 5^n$
	❖ القاسم المشترك الأكبر للعددين A و B هو : $\text{Pgcd}(A; B) = \dots\dots\dots$ (مع التبرير)		
	(أ) 3×5^n	(ب) 21	(ج) 3×7^n
5	f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = \frac{5}{2 x - 2}$ ❖ D_f مجموعة تعريف الدالة f هي : (مع التبرير)		
	(أ) $\mathbb{R}^*$	(ب) $\mathbb{R} / \{1\}$	(ج) $\mathbb{R} / \{-1 ; 1\}$

جد لنفسك مكانا في القمة ☺☺☺☺ إن في الأسفل ازدهام شديد

التمرين الأول : (07 نقاط)

أنقل ، ثم أكمل الجدول الآتي

ن القطر r	المركز c	الحصر	المجال	المسافة	القيمة المطلقة
1,4	0,8	$-0,6 \leq x \leq 2,2$	$] -0,6 ; 2,2 [$	$d(x ; 0,8) \leq 1,4$	$ x - 0,8 \leq 1,4$
1	5	$4 \leq x \leq 6$	$] 4 ; 6 [$	$d(x ; 5) \leq 1$	$ x - 5 \leq 1$
2,5	0,5	$-2 \leq x \leq 3$	$] -2 ; 3 [$	$d(x ; 0,5) \leq 2,5$	$ x - 0,5 \leq 2,5$
1	4	$3 \leq 2x - 3 \leq 7$	$] 3 ; 5 [$	$d(x ; 4) \leq 1$	$ x - 4 \leq 1$
2	-2,4	$-2,4 \leq x \leq 0,4$	$[-2,4 ; 0,4]$	$d(x ; -2,4) \leq 2$	$ x + 2,4 \leq 1$
3	1	$-2 \leq x \leq 4$	$] -2 ; ... [$	$d(x ; 1) \leq 3$	$ x - 1 \leq 3$

حل التمرين الثاني : (07 نقاط)

أولاً: a و b عدنان حقيقيان يحققان : $-1 \leq 2a - 7 \leq 5$ و $-3 \leq b \leq -1$

(1) أبين أن : $3 \leq a \leq 6$

لدينا $-1 \leq 2a - 7 \leq 5$ معناه $-1 + 7 \leq 2a \leq 5 + 7$ أي أن $6 \leq 2a \leq 12$ ومنه $3 \leq a \leq 6$

(2) تعيين ، حصر لكل من الأعداد : $a + b$ ، $a - b$ و $\frac{ab}{a - b}$

حصر $a + b$: $\begin{cases} 2 \leq a \leq 6 \\ -3 \leq b \leq -1 \end{cases}$ ومنه $-1 \leq a + b \leq 5$

حصر $a - b$: $\begin{cases} 2 \leq a \leq 6 \\ -3 \leq b \leq -1 \end{cases}$ معناه $\begin{cases} 2 \leq a \leq 6 \\ 1 \leq -b \leq 3 \end{cases}$ ومنه $3 \leq a - b \leq 9$

حصر $\frac{ab}{a - b}$:

لدينا : $\begin{cases} 2 \leq a \leq 6 \\ -3 \leq b \leq -1 \end{cases}$ بالتالي $\begin{cases} 2 \leq a \leq 6 \\ 1 \leq -b \leq 3 \end{cases}$ أي أن $2 \leq -ab \leq 18$ و عليه $-18 \leq ab \leq -2$ ومنه $2 \leq -ab \leq 18$ (1).

ولدينا $3 \leq a - b \leq 9$ معناه $\frac{1}{9} \leq \frac{1}{a - b} \leq \frac{1}{3}$ (2).

من (1) و (2) و بالجداء طرفاً لطرفاً نحصل على $2 \left(\frac{1}{9} \right) \leq -ab \left(\frac{1}{a - b} \right) \leq 18 \left(\frac{1}{3} \right)$

أي أن $\left(\frac{2}{9} \right) \leq \left(\frac{-ab}{a - b} \right) \leq \left(\frac{18}{3} \right)$ وبالتالي $\frac{2}{9} \leq \left(\frac{-ab}{a - b} \right) \leq 6$ ومنه $-6 \leq \left(\frac{-ab}{a - b} \right) \leq -\frac{2}{9}$

(3) أُبين أنّ $0 \leq \left(\frac{a}{3} - 1\right) \leq 1$ ، ثمّ ، المقارنة بين $\left(\frac{a}{3} - 1\right)^{2022}$ و $\left(\frac{a}{3} - 1\right)^{2023}$ لدينا $3 \leq a \leq 6$ معناه $6 \left(\frac{1}{3}\right) \leq \left(\frac{1}{3}\right)a \leq \left(\frac{1}{3}\right)3$ وبالتالي $1 \leq \frac{a}{3} \leq 2$ أي أنّ $1 - 1 \leq \frac{a}{3} - 1 \leq 2 - 1$

$$0 \leq \frac{a}{3} - 1 \leq 1 \quad \text{ومنّه}$$

المقارن بين $\left(\frac{a}{3} - 1\right)^{2022}$ و $\left(\frac{a}{3} - 1\right)^{2023}$: بما أنّ $0 \leq \frac{a}{3} - 1 \leq 1$ فإنّ القوى الطبيعية لهذا العدد تتناقص

$$\left(\frac{a}{3} - 1\right)^{2023} < \left(\frac{a}{3} - 1\right)^{2022} < \left(\frac{a}{3} - 1\right) \quad \text{ومنّه}$$

ثانياً : نعتبر العبارة المعرفة بـ $p(x) = |2x - 3| - 2$:

(1) حساب $p(0)$ و $p(\sqrt{2})$:

$$p(\sqrt{2}) = \left| 2\sqrt{2} - 3 \right| - 2 = 3 - 2\sqrt{2} - 2 = 1 - 2\sqrt{2} \quad p(0) = |2(0) - 3| - 2 = |-3| - 2 = 3 - 2 = 1$$

(4) كتابة $p(x)$ من دون رمز القيمة المطلقة في المجالين $\left[\frac{3}{2}; +\infty \right[$ و $\left] -\infty; \frac{3}{2} \right]$: $p(x) = |2x - 3| - 2$

$$2x - 3 = 0 \leftarrow 2x = 3 \leftarrow x = \frac{3}{2} \quad \text{انعدام المقدار } 2x - 3$$

x	$-\infty$	$\frac{3}{2}$	$+\infty$
$2x - 3$	$-$	0	$+$
$ 2x - 3 $	$-2x + 3$		$2x - 3$
$ 2x - 3 - 2$	$-2x + 1$		$2x - 5$

$$\left] -\infty; \frac{3}{2} \right] \quad \leftarrow \quad p(x) = |2x - 3| - 2 = -2x + 1 \quad \text{إذا كان } x \text{ من المجال}$$

$$\left[\frac{3}{2}; +\infty \right[\quad \leftarrow \quad p(x) = |2x - 3| - 2 = 2x - 5 \quad \text{إذا كان } x \text{ من المجال}$$

(5) الحل، في $\mathbb{R}$ ، المعادلة $p(x) = 0$.

في المجال $\left] -\infty; \frac{3}{2} \right]$ $p(x) = 0$ تكافئ $-2x + 1 = 0$ ومنه $x = \frac{1}{2}$ حل مقبول في المجال $\left] -\infty; \frac{3}{2} \right]$

في المجال $\left[\frac{3}{2}; +\infty \right[$ $p(x) = 0$ تكافئ $2x - 5 = 0$ ومنه $x = \frac{5}{2}$ حل مقبول في المجال $\left[\frac{3}{2}; +\infty \right[$

إذا حلان للمعادلة $p(x) = 0$ هما $\frac{1}{2}$ و $\frac{5}{2}$

حل التمرين الثالث : (7.5 نقاط)

لكل سؤال يوجد اختيار واحد صحيح ؛ عينه مع التبسيط .

العدد حيث : $A = |2 - \sqrt{3}| - \sqrt{(\sqrt{3} - 3)^2} + |\sqrt{3} - 4| + \sqrt{3}$
 ✧ الكتابة المبسطة للعدد A هي : 3..... (مع التبسيط)

$$\begin{aligned} A &= |2 - \sqrt{3}| - \sqrt{(\sqrt{3} - 3)^2} + |\sqrt{3} - 4| + \sqrt{3} = 2 - \sqrt{3} - |\sqrt{3} - 3| + (-\sqrt{3} + 4) + \sqrt{3} \\ &= 2 - \sqrt{3} - (-\sqrt{3} + 3) + (-\sqrt{3} + 4) + \sqrt{3} = 2 - \sqrt{3} + \sqrt{3} - 3 - \sqrt{3} + 4 + \sqrt{3} \\ &= \underbrace{2 - 3 + 4}_3 - \underbrace{\sqrt{3} + \sqrt{3} - \sqrt{3} + \sqrt{3}}_0 = \boxed{3} \end{aligned}$$

✧ اصغر مجموعة تشمل العدد A هي : $\mathbb{N} \dots$

العدد حيث : $B = 2023 \times 10^{-2022} - 2022 \times 10^{-2023}$

رتبة مقدار العدد B هي : $2 \times 10^{-2019} \dots$

رتبة مقدار
العدد هي :
 2×10^{-2019}

$$\begin{aligned} B &= 2023 \times 10^{-2022} - 2022 \times 10^{-2023} = 2023 \times 10^{-2023+1} - 2022 \times 10^{-2023} \\ &= 2023 \times 10^{-2023} \times 10 - 2022 \times 10^{-2023} = 20230 \times 10^{-2023} - 2022 \times 10^{-2023} \\ &= (20230 - 2022) \times 10^{-2023} = 18208 \times 10^{-2023} = 1,8208 \times 10^4 \times 10^{-2023} \\ &= 1,8208 \times 10^{-2023+4} = 1,8208 \times 10^{-2019} \end{aligned}$$

12883

990

العدد حيث $K = 13,013 \dots$ ← الكتابة الكسرية للعدد هي : $\frac{12883}{990}$

لدينا $K = 13,013 \dots$ معناه $10K = 130,13 \dots = 130 + \frac{13}{99} = \frac{130 \times 99 + 13}{99} = \frac{12870 + 13}{99} = \frac{12883}{99}$

$$k = \frac{\frac{12883}{99} \div 10}{\frac{12883}{990}} \quad \text{منه} \quad 10k = \frac{12883}{99}$$

n عدد طبيعي غير معدوم ، نضع $A = 7^{n+2} + 2 \times 7^n$ و $B = 5^{n+2} - 4 \times 5^n$

تحليل العدد A إلى جداء أعداد أولية هو : $A = 17 \times 3 \times 7^n \dots$

$$A = 7^{n+2} + 2 \times 7^n = 7^n \times 7^2 + 2 \times 7^n = 7^n \times 49 + 2 \times 7^n = 7^n (49 + 2) = 7^n (51) = \boxed{3 \times 17 \times 7^n}$$

تحليل العدد B إلى جداء أعداد أولية هو : $B = 7 \times 3 \times 5^n \dots$

$$A = 5^{n+2} - 4 \times 5^n = 5^n \times 5^2 - 4 \times 5^n = 5^n \times 25 - 4 \times 5^n = 5^n (25 - 4) = 5^n (21) = \boxed{3 \times 7 \times 5^n}$$

✧ القاسم المشترك الأكبر للعددين A و B هو : $Pgcd(A; B) = \dots 21 \dots$

الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = \frac{5}{2|x| - 2}$

✧ D_f مجموعة تعريف الدالة f هي : $D_f = \mathbb{R} / \{-1; 1\} \dots$

الدالة f غير معرفة معناه المقام معدوم بالتالي $2|x| - 2 = 0$ أي $2|x| = 2$ بالتالي $|x| = 1$ ومنه إما

$x = 1$ أو $x = -1$ ← إذن $D_f = \mathbb{R} / \{-1; 1\}$

