

$$x=y \quad 10 \quad \frac{2}{25}$$

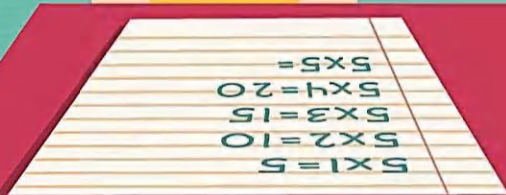
$$x^2 \quad \frac{-3}{7} \quad \sqrt{12}$$

$$5 \times 5 = ?$$

السنة 4 متوسط

المختصر في الرياضيات

سنة الدراسية 2020/2019



5x1=5
5x2=10
5x3=15
5x4=20
5x5=

من إعداد الأستاذ : ش. قبائلي

www.dzexams.com

شكركم و ثقافتكم

كل الشكر و الثناء تلاميذ **متوسطة حي واد النيل البروني** بحفاوة

على كل مجهوداتكم المبدولة في طور المتوسط .

يسرني أن أوجه شكري لكل من نصحتني أو أرشدني أو وجهني أو ساهم

معي في إعداد هذا الملخص بإصالي للمراجع والمصادر المطلوبة

في أي مرحلة من مراحل، كما أن شكري موجه لأساتذتيين الفاضلتين

ن . حمادي و ع . خليف ، ولمفتش المادة **السيد إبراهيم جندلي**

مفتش مقاطعة الرابعة و دعمه للمجهودات المبدولة من قبل أساتذتنا

الكرام لتوفير أفضل بيئة لتدريس المادة الرياضية في أفضل الأحوال

الاستاذ :

ش . قبايلي

$$x + 2x = 3x$$

$$3x = 3x$$

$$0 = 0$$

المهندسان

أنشطة عددية



للحصول على كسر غير قابل للاختزال مباشرة بعد عملية
اختزال واحدة ، نتبع الخصوات التالية :

- (1) نحسب PGCD لكل من البسط والمقام
- (2) نقسم كلا من البسط والمقام على PGCD
- (3) نتحقق كلا من البسط والمقام لكسر المختزل انهما عدنان أوليان فيما بينهما .

مثال : اختزل الكسر $\frac{60}{45}$ ليصبح كسر غير قابل للاختزال

بعد اتباع الخطوات السابقة نجد أن : $PGCD(60; 45) = 15$

و منه : $\frac{60}{45} = \frac{4 \times 15}{3 \times 15} = \frac{4}{3}$ وبما أن : $PGCD(4; 3) = 1$

فإن : $\frac{4}{3}$ غير قابل للاختزال .

تذكير بالمكتسبات القليلة

$$\frac{a}{k} + \frac{b}{k} = \frac{a+b}{k}$$

$$\frac{a}{k} - \frac{b}{k} = \frac{a-b}{k}$$

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{d} = \frac{ad+bc}{cd}$$

$$\frac{a}{c} - \frac{b}{d} = \frac{ad-bc}{cd}$$

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$$

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{a \times c}{b \times c}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{a \div c}{b \div c}$$

لإيجاد القاسم الأكبر المشترك PGCD للمعددين a و b
نتبع الخصوات التالية (حيث $a > b$) :

❖ خوارزمية إقليدس :

- (1) ننجز عملية القسم الإقليدية لـ a على b نسمي الباقي r_1 والحاصل q_1 .
- (2) ننجز عملية القسمة الإقليدية لـ b على r_1 نسمي الباقي r_2 والحاصل q_2 . وهكذا يكون PGCD لـ a و b آخر باقي غير معدوم .

مثال : أحسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 322 و 1078
باستعمال خوارزمية إقليدس

$$\begin{aligned} 1078 &= 3 \times 322 + 112 \\ 322 &= 2 \times 112 + 98 \\ 112 &= 1 \times 98 + 14 \\ 98 &= 14 \times 7 + 0 \end{aligned}$$

$$PGCD(1078; 322) = 14$$

الباقي	b	a	
112	322	1078	1
98	112	322	2
14	98	112	3
0	14	98	4

للإثبات أن عدنان هما أوليان فيما بينهما ، نتبع الخصوات التالية

- (1) نحسب PGCD لهذين العددين .
- (2) إذا كان PGCD يساوي 1 ، فنقول عن العددين أنهما أوليان فيما بينهما .

مثال : اثبت أن العدنان 27 و 19 أوليان فيما بينهما

$$\begin{aligned} 27 &= 19 \times 1 + 8 \\ 19 &= 8 \times 2 + 3 \\ 8 &= 3 \times 2 + 2 \\ 3 &= 2 \times 1 + 1 \\ 2 &= 1 \times 2 + 0 \end{aligned}$$

$$PGCD(27; 19) = 1$$

الباقي	b	a	
8	19	27	1
3	8	19	2
2	3	8	3
1	2	3	4
0	1	2	5

مثال 01 : أحسب العبارة التالية ثم اختزل ان أمكنك ذلك

$$A = \frac{2}{7} - \frac{3}{7} \times \frac{8}{21} = \frac{6}{49}$$

مثال 01 بالآلة الحاسبة :

(1) لكّابة الكسر $\frac{2}{7}$

اضغط على رقم 2 ثم على $a/b/c$ ثم على رقم 7

(2) اضغط على $-$ زر عملية الطرح

(3) لكّابة الكسر $\frac{3}{7}$

اضغط على رقم 3 ثم على $a/b/c$ ثم على رقم 7

(4) اضغط على $\times$ زر عملية الضرب

(5) لكّابة الكسر $\frac{8}{21}$

اضغط على رقم 8 ثم على $a/b/c$ ثم على رقم 21

(6) اضغط على زر $=$

$$2 \div 7 - 3 \div 7 \times 8 \div 21 = 6 \div 49$$

مثال 02 : أحسب العبارة التالية ثم اختزل ان أمكنك ذلك

$$B = \left(\frac{7}{6} - \frac{3}{4} \right) \times \frac{4}{5} = \frac{1}{3}$$

مثال 02 بالآلة الحاسبة :

(1) اضغط على زر القوس

(2) لكّابة الكسر $\frac{7}{6}$

اضغط على رقم 7 ثم على $a/b/c$ ثم على رقم 6

(3) اضغط على زر عملية الطرح

(4) لكّابة الكسر $\frac{3}{4}$

اضغط على رقم 3 ثم على $a/b/c$ ثم على رقم 4

(5) اضغط على زر القوس الآخر

(6) اضغط على زر عملية الضرب

(7) لكّابة الكسر $\frac{4}{5}$

اضغط على رقم 4 ثم على $a/b/c$ ثم على رقم 5

(8) اضغط على زر $=$

$$(7 \div 6 - 3 \div 4) \times 4 \div 5 = 1 \div 3$$

مثال 03 : أحسب مايلي :

$$1 + \frac{15}{16} = \frac{31}{16}$$

مثال 03 بالآلة الحاسبة :

(1) اضغط على رقم 1

(2) اضغط على $+$ زر عملية الجمع

(3) لكّابة الكسر $\frac{15}{16}$

اضغط على رقم 15 ثم على $a/b/c$ ثم على رقم 16

(4) اضغط على $=$ فتظهر على الشاشة مايلي ، معناها : $1 + \frac{15}{16}$

$$1 + 15 \div 16 = 31 \div 16$$

(5) اضغط على Shift ثم على $a/b/c$ ، فتظهر :

$$1 + 15 \div 16 = 31 \div 16$$

مثال 04 : أكتب على شكل : $a + \frac{b}{c}$

$$\frac{5175}{3825} + \frac{19}{17} = 2 + \frac{8}{17}$$

مثال 04 بالآلة الحاسبة :

(1) لكّابة الكسر $\frac{5175}{3825}$

نكتب العدد 5175 ثم اضغط على $a/b/c$ ثم نكتب 3825

(2) اضغط على $+$ زر عملية الجمع

(3) لكّابة الكسر $\frac{19}{17}$

نكتب العدد 19 ثم اضغط على $a/b/c$ ثم نكتب 17

(4) اضغط على زر $=$

(5) فتظهر على الشاشة مايلي ، معناها : $2 + \frac{8}{17}$

$$5175 \div 3825 + 19 \div 17 = 2 \div 8 \div 17$$

(6) اضغط على Shift ثم على $a/b/c$ ، فتظهر الكسر مبسط :

$$5175 \div 3825 + 19 \div 17 = 42 \div 17$$

مثال 05 : أحسب (836 ; 1938) PGCD

$$PGCD(1938; 836) = 38$$

مثال 05 بالآلة الحاسبة :

$$(1) \text{ لكافة الكسر } \frac{1938}{836}$$

نكتب العدد 1938 ثم اضغط على $a/b/c$ ثم نكتب 836

(2) اضغط على =

(3) فتظهر على الشاشة مايلي ، معناها : $2 + \frac{7}{22}$

$$1938 \div 836 = 2.722$$

(4) اضغط على Shift ثم على $a/b/c$ ، فتظهر :

$$1938 \div 836 = 51.22$$

(5) ثم نكتب :

$$1938 \div 51 \text{ أو } 836 \div 22 \text{ و اضغط على } =$$

(6) نتحصل على PGCD هو : 38

مثال 06 : بين أن العددين أوليان فيما بينهما

$$PGCD(22; 15) = 1$$

مثال 06 بالآلة الحاسبة :

$$(1) \text{ لكافة الكسر } \frac{22}{15}$$

نكتب العدد 22 ثم اضغط على $a/b/c$ ثم نكتب 15

(2) اضغط على =

(3) فتظهر على الشاشة مايلي ، معناها : $1 + \frac{7}{15}$

$$22 \div 15 = 1.715$$

(4) اضغط على Shift ثم على $a/b/c$ ، فتظهر :

$$22 \div 15 = 22.15$$

(5) ظهور نفس النتيجة ، معناه أن العددين أوليان فيما بينهما .

مثال 07 : أعط الكتابة العلمية لـ A ، بتقريب 10^{-3}

$$A = 5,2 \times 10^{-3} + 6,4 \times 10^{-2} + 0,0034$$

$$A = 7,26 \times 10^{-2}$$

مثال 07 بالآلة الحاسبة :

(1) لتحديد القيمة المقربة تتبع الخطوات التالية :

⚡ اضغط على زر Mode 3 مرات متتابة

⚡ اضغط على رقم 2 ، لإختيار الكتابة العلمية

⚡ اضغط على رقم 3 ، لتحديد أرقام بعد الفاصلة

$$\text{Fix Sci NORM} \quad \text{Sci 0\w9?}$$

(2) اكتب 5,2 ثم اضغط على زر عملية الضرب

(3) اكتب 10 ثم اضغط على زر Λ بعدها زر (-) ثم رقم 3

(4) اضغط على زر عملية الجمع ثم اكتب 6,4

(5) اضغط على زر عملية الضرب

(6) اكتب 10 ثم اضغط على زر Λ بعدها زر (-) ثم رقم 2

(7) اضغط على زر عملية الجمع ثم اكتب 0,0034

(8) اضغط على زر = ، لإظهار النتيجة التالية :

$$5.2 \times 10^{-3} + 6.4 \times 10^{-2} = 7.26 \times 10^{-2}$$

(9) لإرجاع الآلة الحاسبة كما كانت ، تتبع الخطوات التالية :

⚡ اضغط على زر Mode 3 مرات متتابة

⚡ اضغط على رقم 3 ، لإختيار الكتابة العادية

⚡ اضغط على رقم 2 .

$$\text{Fix Sci NORM} \quad \text{Norm 1\w2?}$$

ملاحظة :

- يمكنك كتابة العملية (كما هو موضح في الخطوات السابقة)
ثم تحويل النتيجة من الكتابة العشرية إلى الكتابة العلمية بنفس
الطريقة السابقة .

- عند كتابة عملية انتظر قليلا قبل الضغط على زر =

تمارين محلولة : استخدم الآلة الحاسبة لتحقيق من الإجابات

❖ أحسب ثم بسط الناتج :

$$A = \frac{7}{8} - \frac{8}{10} = \frac{3}{40} \quad | \quad B = \frac{3}{2} + \frac{10}{2} = \frac{13}{2}$$

$$C = \frac{10}{6} + 1 = \frac{8}{3} \quad | \quad D = 7 - \frac{1}{2} = \frac{13}{2}$$

$$E = -\frac{4}{5} \times \left(-\frac{13}{6} - \frac{13}{5} \right) = \frac{286}{75}$$

$$F = \frac{9}{4} + \frac{21}{20} \times \frac{1}{3} = \frac{13}{5}$$

❖ أحسب العبارات التالية ثم أكتب النتائج كتابة علمية بتقريب إلى 10^{-2} :

$$A = \frac{0,12 \times 10^4 \times 8,1 \times 10^5}{720 \times 10^{-16}} = 1,35 \times 10^{22}$$

$$B = 0,04047 \times 1,6605 \times 10^{-27} = 6,72 \times 10^{-29}$$

❖ أحسب PGCD لكل من :

$$PGCD(11305; 606165) = 35$$

$$PGCD(26845 ; 65260) = 65$$

$$PGCD(48650 ; 202545) = 35$$



لتغيير نمط الحساب	MODE CLR
لاستخدام خواص الثنائية	SHIFT
لكتابة الكسور و الاختزال عند الضغط على shift	d/c ab/c
لكتابة قوة (الأس)	^
لكتابة الإشارة السالبة	(-)
لفتح و غلق الأقواس	()
لاستخدام النتيجة في الحساب الجديد	Ans

مثال 08 : أعط الكتابة العلمية ل B بتقريب إلى 10^{-3}

$$B = \frac{5 \times 10^2 + 3 \times 10^3}{1,4 \times 10^{-4}} = 2,50 \times 10^7$$

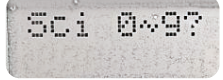
مثال 08 بالآلة الحاسبة :

(1) لتحديد القيمة المقربة تتبع الخطوات التالية :

❖ اضغط على زر Mode 3 مرات متتابة

❖ اضغط على رقم 2 ، لإختيار الكتابة العلمية

❖ اضغط على رقم 3 ، لتحديد أرقام بعد الفاصلة



(2) اضغط على زر القوس ، لكتابة البسط كاملا

(3) اكتب 5 ثم اضغط على زر عملية الضرب

(4) اكتب 10 ثم اضغط على زر Λ ثم رقم 2

(5) اضغط على زر عملية الجمع ثم اكتب 3

(6) اضغط على زر عملية الضرب

(7) اكتب 10 ثم اضغط على زر Λ ثم رقم 3

(8) اضغط على زر القوس الآخر .

(9) اضغط على زر عملية القسمة ، لتعويض خط الكسر

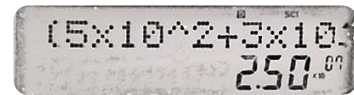
(10) اضغط على زر القوس ، لكتابة المقام كاملا

(11) اكتب 1,4 ثم اضغط على زر عملية الضرب

(12) اكتب 10 ثم اضغط على زر Λ بعدها زر (-) ثم رقم 4

(13) اضغط على زر القوس الآخر

(14) اضغط على زر = ، لإظهار النتيجة التالية :

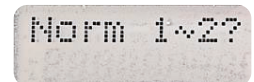
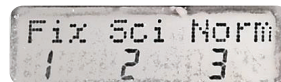


(15) لإرجاع الآلة الحاسبة كما كانت ، تتبع الخطوات التالية :

❖ اضغط على زر Mode 3 مرات متتابة

❖ اضغط على رقم 3 ، لإختيار الكتابة العادية

❖ اضغط على رقم 2 .



تمارين : الأعداد الطبيعية و الأعداد الباقية

التمرين 01

أحسب القاسم المشترك الأكبر للمثلثين مع كتابة مجموعة قواسمها :
الحالة الأولى 36 و 54 ، الحالة الثانية : 63 و 64

التمرين 02

بدون حساب اشرح لماذا العددين التاليين غير أوليين فيما بينهما
للمثلثين : 218 و 162 ، 21 و 18

التمرين 03

انجز القسمة الإقليدية لـ 5885 على 753
انقل و أتمم : $PGCD(5885 ; 753) = PGCD(753 ; \dots)$

التمرين 04

نريد حساب القاسم المشترك الأكبر للعددين 288 و 84
باستعمال طريقة إقليدس (القسمة المتتالية)
انقل و أتمم الجدول الآتي :

المراحل	A	B	الباقى
1	288	84	...
2	84	...	...
3	...	...	0

- استنتج $PGCD(288; 84)$

التمرين 05

أحسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 1515 و 1789
باستعمال طريقة إقليدس

التمرين 06

أوجد كسر غير قابل للاختزال للكسر : $\frac{2332}{47223}$

التمرين 07

نريد تجميع 161 قلم أحمر و 133 قلم أزرق في علب بحيث تحتوي
على علبة يكون فيها أقلام من نفس النوع و كل علبة تحتوي على
نفس العدد من الأقلام

لـ ما هو عدد أقلام في كل علبة ؟

لـ ما هو عدد علب لكل نوع من الأقلام ؟

التمرين 08

- أحسب القاسم المشترك الأكبر لـ 1317 و 1756
- بائع أزهار تلقى 1756 زهرة بيضاء و 1317 زهرة حمراء .
أراد إنجاز باقات ورد متطابقة . (نفس عدد الأزهار و
نفس توزيع ألوان الأزهار) باستعمال كل الزهور .
لـ ما هو العدد الأكبر للباقات المتطابقة ؟ (مع الشرح)
لـ ما هو توزيع في كل باقة ؟

التمرين 09

- كتابين يحتويان 480 و 608 صفحات يتكون كل كتاب من أجزاء
لها نفس عدد صفحات المحصورة بين 30 و 50 صفحة
لـ ما هو عدد صفحات كل جزء ؟
لـ ما هو عدد أجزاء كل كتاب ؟

التمرين 10

- أحسب $PGCD(17424 ; 7744)$
- استنتج بدون استعمال الآلة الحاسبة :
• الجذر التربيعي لـ 17424 و 7744
• الكسر الغير قابل للاختزال : $\frac{17424}{7744}$

التمرين 11

نعتبر العدد A ، حيث : $A = \frac{20755}{9488} - \frac{3}{8}$

- أحسب $PGCD$ للعددين 20755 و 9488
- اكتب العدد A على شكل كسر غير قابل للاختزال
- هل العدد A عشري ؟ هل هو عدد ناطق ؟ علل إجابتك

التمرين 12

- لصاحب مكتبة 1631 كراس و 932 قلم ، يريد وضع تلك
الادوات في علب متماثلة
- 1) ما هو أكبر عدد من العلب يمكن تكوينها ؟
2) ما هو عدد الأقلام و عدد الكراسيس في كل علبة ؟

تمارين : الأعداد الطبيعية والأعداد الباطنة

التمرين 13

- (1) عين $PGCD(108; 135)$
- (2) مجموعة أقلام تتكون من 108 قلم أزرق و 135 قلم أحمر ، نريد وضع تلك الأقلام في علب بحيث :
 - كل العلب تضم نفس العدد من الأقلام الزرقاء
 - كل العلب تضم نفس العدد من الأقلام الحمراء
 - نستعمل كل الأقلام الزرقاء و كل الأقلام الحمراء
- (أ) ما هو أكبر عدد من العلب التي يمكن تكوينها ؟
- (ب) ما هو عدد الأقلام الزرقاء و عدد الأقلام الحمراء في كل علبة ؟

التمرين 14

- (1) أحسب $PGCD(1100; 880)$
- (2) بناء يريد تبليط قاعة مستطيلة الشكل طولها 11 m وعرضها 8,8 m . لأجل ذلك جلب له المالك بلاطات ممتثلة و مربعة الشكل .
- (3) ماهو أكبر عدد من البلاطات التي يمكن استعمالها ؟

التمرين 15

- (1) عين طريقة من إختيارك لحساب $PGCD(5148; 1386)$
- (2) استعمل نتيجة السؤال السابق لكأبة الكسر $\frac{5148}{1386}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال .

التمرين 16

- (1) هل العددين 756 و 441 أوليين فيما بينهما ؟ علل إجابتك
- (2) هل الكسر $\frac{756}{441}$ غير قابل للاختزال ؟ إذا كان لا ، أكتبه على شكل غير قابل للاختزال مع التوضيح بالحساب .
- (3) أحسب المجموع D حيث : $D = \frac{756}{441} + \frac{19}{21}$

التمرين 17

- (1) اجعل الكسرين التاليين غير قابلين للاختزال ، وذلك بإستعمال قواعد قابلية القسمة : $\frac{180}{210}$ ، $\frac{240}{105}$
- (2) اجعل الكسرين التاليين غير قابلين للاختزال ، وذلك بعد حساب القاسم المشترك الأكبر لبسط و مقام كل منهما بإستعمال خوارزمية إقليدس : $\frac{4862}{2145}$ ، $\frac{3450}{759}$

التمرين 18

- بائع البيتزا ، يحضرها على إناء مستطيل الشكل طوله 99 cm وعرضه 55 cm . قبل بيعها يقطعها إلى قطع مربعة الشكل ، حيث طول ضلع المربع هو عدد طبيعي ب cm .
- ما هو أكبر عدد من القطع التي يمكن تقطيعها دون ضياع ؟

التمرين 19

- عمي علي فلاح ، يملك حقل نخيل مستطيل الشكل طوله 135 m وعرضه 39 m يريد تسييجها .
- لهذا الغرض قام بثنيت أعمدة متساوية المسافة عن بعضها البعض ، حيث تكون هذه المسافة عدد طبيعي أكبر من 2 متر .
- بالإضافة إلى ذلك يضع عمود في كل ركن من أركان الحقل .
- (1) ما هي المسافة الفاصلة بين كل عمودين ؟
- (2) ما هو عدد الأعمدة ؟

التمرين 20

- بمتوسطة يريد المدير تنظيم دورة رياضية للتلاميذ بمناسبة يوم العلم ، لذلك كلف استاذ الرياضة البدنية بتنظيمها . حيث قام الاستاذ بتشكيل أكبر عدد ممكن من الفرق المتماثلة .
- علماً بأن المتوسطة بها 294 تلميذ و 210 تلميذة
- (1) ما هو أكبر عدد ممكن من الفرق التي يمكن تشكيلها ؟
- (2) ماهو عدد كل من التلاميذ و تلميذات في كل فريق ؟

تمارين : الأعداد الطبيعية والأعداد الباقية

التمرين 21

أحمد يريد تبليط رواق منزله مستطيل الشكل طوله 5,18 m وعرضه 1,85 m ببلاطات مربعة الشكل ، حيث طول ضلع المربع أكبر ما يمكن .
 ١) أحسب طول ضلع المربع .

التمرين 22

نظرا لحرارة فصل الصيف بولاية عنابة ، أرادت مديرة متوسطة حي واد النيل ببلدية البوني وبالتعاون مع جمعية أولياء التلاميذ تنظيم رحلة لـ 315 تلميذ مرفقين بـ 42 من موظفي المؤسسة إلى مدينة ساحلية .

(1) كيف يمكننا تشكيل مجموعات بها نفس العدد من التلاميذ ونفس العدد من الموظفين ؟ أعط كل الحلول الممكنة ؟

التمرين 23

بائع الأدوات الكهرومنزلية لديه 180 مصباح يدوي و 405 بطارية لهذه المصابيح ، يريد أن يكون علبا متماثلة من حيث : عدد المصابيح و عدد البطاريات ، بحيث يستعمل كل المصابيح و كل بطاريات .

(1) ما هو أكبر عدد ممكن من اللعب التي يمكن تشكيلها ؟
 (2) ما هو عدد المصابيح و عدد البطاريات في كل علبة ؟
 (3) نستعمل بطارية واحدة لكل مصباح ، ما هو عدد بطاريات الغيار في كل علبة ؟

التمرين 24

نريد ملئ دلوين بالماء سعة الدلو الأول هي : 18 لتر و الدلو الثاني سعته 15 لتر و ذلك بإستعمال دلو سعته x لتر . x عدد طبيعي .

(1) ما هي أكبر قيمة للعدد x ؟ يفرغ هذا الدلو كليا كل مرة
 (2) كم مرة إستعملنا هذا الدلو لملئ الدلو الأول ؟ و الدلو الثاني ؟

التمرين 25

بائع أزهار أحضر 540 وردة و 360 زهرة اقوان ، أراد أن يصنع بكل هذه الأزهار باقات متماثلة ، كل باقة تحتوي على عدد معين من الأزهار و عدد آخر من الأقوان .
 (1) ماهو أكبر عدد من الباقات التي يمكن الحصول عليها ؟
 إذا علمت أن ثمن كل وردة هو 50 DA و كل اقوانة 30 DA
 (2) أحسب ثمن باقة واحدة .

التمرين 26

أبعاد صندوق متوازي المستطيلات هي : 36 cm ، 48 cm و 60 cm . نريد أن نملأه بمكعبات لها نفس البعد x .
 حيث x عدد طبيعي .
 (1) جد x حتى يكون عدد المكعبات التي تملأ الصندوق أصغر ما يمكن ؟

التمرين 27

نريد غرس أشجار على محيط حديقة مثلثة الشكل ، على أن توجد شجرة في كل ركن من أركان الحديقة ، و أن تكون المسافة التي تفصل الأشجار المتجاورة متقايسة .
 (1) إذا علمت أن الأبعاد الثلاثة للحديقة هي : 42 m ، 70 m ، 98 m . فأحسب أكبر مسافة d تفصل بين شجرتين متجاورتين .
 (2) ماهو عدد الأشجار a التي يمكن غرسها على محيط الحديقة ؟

التمرين 28

نصف قطر كرة الارضية $R \approx 6400 \text{ Km}$ و المسافة بين الشمس و الأرض تقدر بـ : $D = 1,50 \times 10^6 \text{ Km}$ ،
 ينتشر الضوء من الشمس إلى الأرض بسرعة ثابتة مقدرة بـ :
 $C = 3 \times 10^5 \text{ Km/s}$
 (1) أحسب بالثواني الزمن (t) الذي يستغرقه الضوء بقطع المسافة D بين الشمس و الأرض .

لتبسيط مجموعة جذور، نتبع مايلي :

- (1) نكتب إن أمكن كل جذر على الشكل $a\sqrt{b}$
- (2) نستخرج $\sqrt{b}$ كعامل مشترك باستخدام الخاصية التوزيعية

مثال : بسط العبارة التالية $\sqrt{50} + \sqrt{98}$

$$\sqrt{50} = \sqrt{25 \times 2} = \sqrt{25} \times \sqrt{2} = 5\sqrt{2}$$

$$\sqrt{98} = \sqrt{49 \times 2} = \sqrt{49} \times \sqrt{2} = 7\sqrt{2}$$

$$\sqrt{50} + \sqrt{98} = 5\sqrt{2} + 7\sqrt{2} = \sqrt{2} (5 + 7) = 12\sqrt{2}$$

لجعل مقام النسبة $\frac{a}{\sqrt{b}}$ عددا نالحقا

- (1) نقوم بضرب كلا من البسط والمقام النسبة في $\sqrt{b}$
- (2) نقوم بعد ذلك بتبسيط الكسر إن أمكن ذلك

مثال : اكتب على شكل كسر مقامه عدد ناطق $\frac{2}{\sqrt{3}}$

$$\frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{(\sqrt{3})^2} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

تذكر بالمكتسبات القليلة

$$(a^n)^m = a^{(n \times m)}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

$$(ab)^n = a^n \times b^n$$

$$a^n \times a^m = a^{n+m}$$

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$$

$$a^0 = 1$$

$$a^1 = a$$

$$1^n = 1$$

خواص جذور التربيعية

$(\sqrt{a})^2 = a$	$\sqrt{a^2} = a$
$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab}$	$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$
$\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$	$\sqrt{a-b} \neq \sqrt{a} - \sqrt{b}$
$\sqrt{ab^2} = \sqrt{a} \times \sqrt{b^2} = b\sqrt{a}$	

لحل المعادلات من الشكل $x^2 = a$ ، نتبع مايلي :

- (1) إذا كان $a > 0$ فإن المعادلة لها حلان $\sqrt{a}$ و $-\sqrt{a}$
- (2) إذا كان $a = 0$ فإن المعادلة لها حل وحيد هو 0
- (3) إذا كان $a < 0$ فإن المعادلة ليس لها حل

مثال : حل المعادلة $x^2 = 7$ و $x^2 = -4$

بما أن $7 > 0$ فإن المعادلة لها حلان هما $\sqrt{7}$ و $-\sqrt{7}$

بما أن $-4 < 0$ فإن المعادلة ليس لها حل

لتبسيط العدد غير الناطق $\sqrt{a}$ ، نتبع الخطوات التالية :

- (1) نكتب العدد a على شكل جداء مربع تام أي: $a = b^2 \times c$
- (2) نستعمل خواص الجذور التربيعية المذكورة أعلاه ، لكتابته على شكل $c\sqrt{b}$

مثال : كتابة على الشكل $a\sqrt{b}$ العدد $\sqrt{50}$ حيث :

a و b عددان طبيعيين و b أصغر عدد ممكن

$$\sqrt{50} = \sqrt{25 \times 2} = \sqrt{5^2 \times 2} = 5\sqrt{2}$$

مثال 01 : أكتب و أكمل :

$$\sqrt{49} = \sqrt{(7)^2} = 7 ; \quad \sqrt{13} = \sqrt{13}$$

مثال 01 بالآلة الحاسبة :(1) لكّابة $\sqrt{49}$ اضغط على رمز $\sqrt{}$ ثم أكتب العدد 49

(2) اضغط على زر = ، فتظهر لك القيمة المضبوطة التالية :

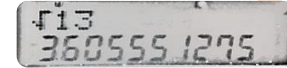


(3) معناه أن العدد 49 مضاعف للعدد 7 ، أي :

$$7 \times 7 = 7^2 = 49$$

(4) لكّابة $\sqrt{13}$ اضغط على رمز $\sqrt{}$ ثم أكتب العدد 13

(5) اضغط على زر = ، فتظهر لك القيمة المقربة التالية :



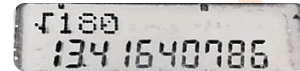
(6) معناه أن العدد 13 ليس مضاعفاً لأي عدد .

مثال 02 : أكتب على الشكل $a\sqrt{b}$

$$\sqrt{180} = \sqrt{36 \times 5} = 6\sqrt{5}$$

مثال 02 بالآلة الحاسبة :(1) لكّابة $\sqrt{180}$ اضغط على رمز $\sqrt{}$ ثم على العدد 180

(2) اضغط على زر = ، فتظهر لك القيمة المقربة التالية :



(3) لكي نُحدد جُداء مربع التام نتبع مايلي :

■ نُجري القسمة للعدد 180 على الأعداد الطبيعية من 2 إلى 13.

■ إذا كان حاصل القسمة قيمة مضبوطة ، اضغط على رمز $\sqrt{}$

ثم على زر ANS .

■ إذا تحصلت على قيمة مضبوطة أيضاً ، فيمكنك كّابة 180

على شكل جداء مربع التام $180 = 36 \times 5 = 6^2 \times 5$.

ملاحظة

إذا كان حاصل القسمة قيمة مقربة ، فيمكنك تخطي المراحل

الأخرى .

مثال 03 : بسط العبارة التالية :

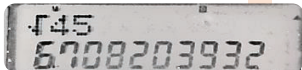
$$A = \sqrt{125} + \sqrt{45} = 8\sqrt{5}$$

مثال 03 بالآلة الحاسبة :

(1) نحدد جُداء مربع التام للعدد 45 بما أنه أصغر جذر تربيعي

(2) لكّابة $\sqrt{45}$ اضغط على رمز $\sqrt{}$ ثم على العدد 45

(3) اضغط على زر = ، فتظهر لك القيمة المقربة التالية :



(4) لكي نُحدد جداء مربع التام نتبع مايلي :

■ نُجري القسمة للعدد 45 على الأعداد الطبيعية من 2 إلى 7.

■ إذا كان حاصل القسمة قيمة مضبوطة ، اضغط على رمز $\sqrt{}$

ثم على زر ANS .

■ إذا تحصلت على قيمة مضبوطة أيضاً ، فيمكنك كّابة 45

على شكل جداء مربع التام $45 = 9 \times 5 = 3^2 \times 5$.

■ نُجري القسمة للعدد 125 على 5 ، نحصل على جداء مربع التام

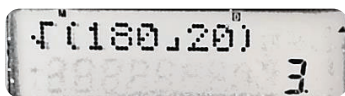
الثاني : $125 = 25 \times 5 = 5^2 \times 5$ **مثال 04 :** أكتب الناتج على أبسط شكل :

$$\frac{\sqrt{180}}{\sqrt{20}} = \sqrt{\frac{180}{20}} = 3$$

مثال 04 بالآلة الحاسبة :(1) لكّابة الكسر $\sqrt{\frac{180}{20}}$ اضغط على رمز $\sqrt{}$ ثم على زر القوسنكتب العدد 180 ثم اضغط على $a b / c$ ثم نكتب 20

ثم نضغط على زر القوس الآخر .

(2) اضغط على زر = ، فتظهر لنا القيمة المضبوطة التالية :



مثال 05 : أكتب الناتج على أبسط شكل :

$$\frac{\sqrt{44}}{2} = \sqrt{\frac{44}{4}} = \sqrt{11} \quad \left| \quad \frac{\sqrt{44}}{2} = \frac{\sqrt{4 \times 11}}{2} = \frac{2\sqrt{11}}{2} = \sqrt{11} \right.$$

مثال 05 بالآلة الحاسبة : الطريقة الأولى

(1) لكافة الكسر $\sqrt{\frac{44}{4}}$

اضغط على رمز $\sqrt{\quad}$ ثم على زر القوس

نكتب العدد 44 ثم اضغط على $a/b/c$ ثم نكتب 4 ثم نضغط على زر القوس الآخر .

(2) اضغط على زر $=$ ، فتظهر لنا القيمة غير المبسطة التالية :

(3) اضغط على زر **ANS** ثم على زر x^2 لكي تحصل على مايلي :

(4) معناه أن نتيجة مبسطة هي : $\sqrt{11}$

مثال 05 بالآلة الحاسبة : الطريقة الثانية

(1) لكافة الكسر $\frac{\sqrt{44}}{2}$

اضغط على رمز $\sqrt{\quad}$ ثم على زر $\div$ ثم اضغط الرقم 2

(2) اضغط على زر $=$ ، فتظهر لنا القيمة غير المبسطة التالية :

(3) اضغط على زر **ANS** ثم على زر x^2 لكي تحصل على مايلي :

(4) معناه أن نتيجة مبسطة هي : $\sqrt{11}$

ملاحظة

تحقق بإستعمال الآلة الحاسبة قبل وبعد أي عملية تبسيط

مثال 06 : بسط مايلي

$$\sqrt{10^{-6}} = 10^{-3}$$

مثال 06 بالآلة الحاسبة :

(1) لتحديد الكتابة العلمية تتبع الخطوات التالية :

⬅ اضغط على زر **Mode** 3 مرات متتابة

⬅ اضغط على رقم 2 ، لإختيار الكتابة العلمية

⬅ اضغط على رقم 1 ، لتحديد الكتابة إلى الوحدة

(2) لكافة $\sqrt{10^{-6}}$

اضغط على رمز $\sqrt{\quad}$ ثم على العدد 10

ثم اضغط على زر $\wedge$ بعدها زر $(-)$ ثم رقم 6

(3) اضغط على زر $=$ ، لإظهار النتيجة التالية :

(4) لإرجاع الآلة الحاسبة كما كانت ، تتبع الخطوات التالية :

⬅ اضغط على زر **Mode** 3 مرات متتابة

⬅ اضغط على رقم 3 ، لإختيار الكتابة العادية

⬅ اضغط على رقم 2 .

لتغيير نمط الحساب

رمز الجذر التربيعي

لكتابته الكسور والاختزال

عند الضغط على shift

لكتابته قوة (الأس)

لكتابته الإشارة السالبة

لفتح و غلق الأقواس

لاستخدام النتيجة في

الحساب الجديد

MODE CLR
$\sqrt{\quad}$
d/c
ab/c
$\wedge$
$(-)$
$(\quad)$
Ans

تمارين : الحساب على الجذور التربيعية

التمرين 10

قرص مساحته 15 cm^2

لـ أحسب نصف قطره

لـ أعطِ المدور إلى mm لنصف قطره .

التمرين 11

أكتب بدون رمز الجذر التربيعي مايلي :

$$B = \sqrt{\frac{0,7}{27}} \times \sqrt{\frac{70}{3}} ; A = \sqrt{27} \times \sqrt{3}$$

التمرين 12

أكتب مايلي على الشكل $a\sqrt{b}$ حيث a عدد طبيعي :

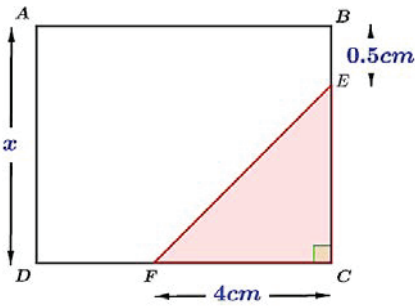
$$B = \sqrt{80} ; A = \sqrt{72}$$

التمرين 13

أكتب $a\sqrt{b}$ و $\sqrt{125}$ على الشكل : $a\sqrt{b}$

إستنسخ كتابة مبسطة لـ : $A = 3\sqrt{80} - 2\sqrt{125} + \sqrt{720}$

التمرين 14



إليك الشكل المقابل
(الأقياس غير حقيقية)

ABCD مربع طول ضلعه

هو x بـ cm ، EFC

مثلث قائم في C

حيث : $FC = 4 \text{ cm}$

لـ أحسب المساحة S_1 للمربع ABCD بدلالة x

لـ أحسب S_1 من أجل : $x = 2 + \sqrt{2}$ (تعطى النتيجة على

الشكل $a\sqrt{2} + b$ حيث a ، b عدنان طبيعيان)

نفرض أن : $x > 1$

لـ علماً أن $BC = 0,5 \text{ cm}$ ، أحسب بدلالة x المساحة S_2

للمثلث EFC

لنرمز بـ S لمجموع المساحتين $S_1 + S_2$ بدلالة x

لـ تحقق أن : $S = x^2 + 2x - 1$

لـ أحسب S من أجل $x = 2 + \sqrt{2}$

التمرين 01

أعط مربع مضاعف الجذر التربيعي النصف لكل من الأعداد التالية (إستعمل الآلة الحاسبة)

$$10^{-2} ; 0,006 ; 10^2 ; 25$$

التمرين 02

احسب بدون استعمال الآلة الحاسبة

$$\sqrt{\frac{25}{16}} ; \sqrt{0,09} ; \sqrt{6400} ; \sqrt{121}$$

التمرين 03

بسط العبارات التالية :

$$A = 3\sqrt{2} + 2\sqrt{2} - 4\sqrt{2} ; B = 9\sqrt{3} - 3\sqrt{3} + 4\sqrt{3}$$

التمرين 04

بسط العبارات التالية :

$$A = 3\sqrt{2} - 5\sqrt{3} + \sqrt{2} + 2\sqrt{3}$$

$$B = 5\sqrt{5} - 3\sqrt{3} + 2\sqrt{3} - 2\sqrt{5}$$

التمرين 05

ABC مثلث قائم في A حيث : $AB = 4 \text{ cm}$; $AC = 3 \text{ cm}$

لـ احسب طول الضلع BC

التمرين 06

ABCD مستطيل حيث : $AB = \sqrt{5}$; $BC = 2 + \sqrt{5}$

لـ احسب محيط ثم مساحة هذا المستطيل

التمرين 07

أنشر و بسط مايلي :

$$B = \sqrt{2}(\sqrt{2} + 5) ; A = 7(2 + \sqrt{5})$$

$$D = (1 - \sqrt{7})(1 + \sqrt{7}) ; C = (2 - \sqrt{3})^2$$

التمرين 08

انشر العبارات التالية :

$$B = (x\sqrt{5} + 2)(x\sqrt{5} - 2) ; A = (x + \sqrt{2})^2$$

التمرين 09

حلل العبارات التالية :

$$B = x^2 - 5 ; A = x^2 - 4$$

تمارين : الحساب على الجذور التربيعية

التمرين 20

نعتبر الأعداد A ، B ، C حيث :

$$A = (3\sqrt{5} - 6)(3\sqrt{5} + 6)$$

$$B = (3\sqrt{7} + 5)(2 - \sqrt{7}) - 7$$

$$C = (\sqrt{2} + 3)^2 + (\sqrt{2} - 3)^2$$

(1) احسب وبسط كل عدد من الأعداد السابقة

(2) حل المعادلات التالية :

$$x^2 - 3 = 10 ; x^2 + 10 = 3$$

$$(x + 2)^2 = 4x + 4$$

التمرين 21

وحدة الطول هي cm ووحدة المساحة هي cm^2

ABC مثلث قائم في A حيث : $AB = 3 + \sqrt{7}$ ،

$$AC = 3 - \sqrt{7} \text{ و}$$

(1) أحسب الطول BC

(2) أحسب مساحة المثلث ABC

التمرين 22

$$(1) \text{ أحسب ما يلي } \frac{1+\sqrt{5}}{2} + 1 ; \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^2$$

$$(2) \text{ استنتج أن العدد } \frac{1+\sqrt{5}}{2} \text{ حل للمعادلة : } x^2 = x + 1$$

التمرين 23

اكتب الأعداد التالية على الشكل $a\sqrt{b}$ ، حيث b ، a عدنان

طبيين ، b أبسط عدد موجب :

$$A = \sqrt{5} \times 3\sqrt{10} ; B = \sqrt{\frac{36}{5}} \times \sqrt{\frac{50}{9}}$$

$$C = 2\sqrt{5} + \sqrt{125} - 6\sqrt{45}$$

$$D = 5\sqrt{27} + 4\sqrt{3} - \sqrt{12}$$

$$E = \sqrt{1872} - \sqrt{325} + 4\sqrt{52}$$

التمرين 15

أنشر وبسط مايلي :

$$A = (4 + 5\sqrt{2})^2 + (2\sqrt{2} - 3)(3\sqrt{2} + 5)$$

$$B = (3 + \sqrt{7})^2 - 4(\sqrt{5} - 1)(\sqrt{5} + 1) - 6\sqrt{7}$$

التمرين 16

أنقل و أكل مايلي :

$$\sqrt{36} = \dots ; \sqrt{49} = \dots ; \sqrt{121} = \dots ; 3^2 = \dots$$

$$\sqrt{9} = \dots ; (10^3)^2 = \dots ; \sqrt{10^6} = \dots$$

التمرين 17

أحسب و اكتب النتائج على أبسط شكل ممكن لكل عدد من

الأعداد التالية :

$$A = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{27}} ; B = \frac{\sqrt{180}}{\sqrt{20}} ; C = \frac{\sqrt{125}}{\sqrt{500}} ; D = \sqrt{\frac{7}{63}}$$

$$E = \sqrt{\frac{50}{9}} ; F = 3 \times \sqrt{\frac{25}{144}} ; G = 4 \times \sqrt{\frac{1}{4}}$$

$$H = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{64}{81}} ; I = \frac{\sqrt{44}}{2} ; J = \sqrt{\frac{36}{5}} \times \sqrt{\frac{50}{9}}$$

$$K = \sqrt{10^{-6}} ; L = \sqrt{10^{-18}}$$

التمرين 18

اختر شعيب عدد أقل من 20 وأنقص منه 17 فتحصل

على عدد x مربعة يساوي 16 .

$$(1) \text{ حل المعادلة : } x^2 = 16$$

(2) ماهو العدد الذي إختاره شعيب ؟

التمرين 19

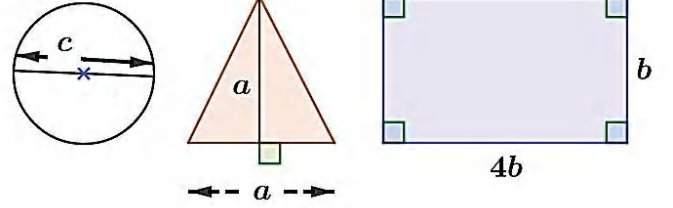
دون استعمال الآلة الحاسبة ، أحسب مايلي :

$$\sqrt{57 + \sqrt{43 + \sqrt{31 + \sqrt{21 + \sqrt{13 + \sqrt{7 + \sqrt{3 + \sqrt{1}}}}}}}}$$

تمارين : الحساب على الجذور التربيعية

التمرين 24

أحسب الأطوال a ، b ، c بحيث يكون للمثلث و القرص والمستطيل نفس المساحة 8 cm^2 .



التمرين 25

نعتبر الأعداد : $x = 1 + \sqrt{2}$ ، $y = 1 - \sqrt{2}$ و

$$z = 3 - \sqrt{2}$$

نضع : $C = \frac{x-z}{y}$ ، $B = xyz$ ، $A = x + z - y$

(1) بين أن : A ، B يمكن كتابتهما على الشكل : $a + b\sqrt{2}$

(2) بين أن C عدد صحيح

التمرين 26

ABCD مربع طول ضلعه 10 cm ، لتكن G نقطة من [AD] ،

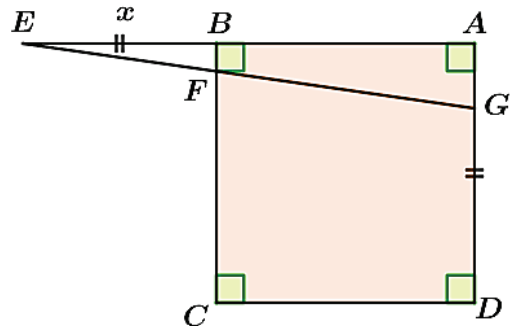
E نقطة من نصف المستقيم (AB) . كما هو موضح في الشكل

(1) عبر عن AE ، AG بدلالة x

(2) عبر عن EG بدلالة x

(3) أحسب EG من أجل : $x = 0$ ، $x = 10$

(4) أحسب EG من أجل : $x = 2\sqrt{7}$



التمرين 27

ABC مثلث متقايس الأضلاع ، طول الضلع 4cm ،

AH الإرتفاع المتعلق بالضلع [BC] .

(1) ارسم الشكل

(2) بين أن H منتصف [BC] ، استنتج الطول BH

(3) أحسب AH ، معطيا النتيجة على الشكل : $a\sqrt{b}$

التمرين 28

اكتب دون رمز الجذر في المقام كلا مما يلي :

$$A = \frac{1}{\sqrt{3}} ; B = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{7}} ; C = \frac{2}{\sqrt{11}} - \frac{5}{\sqrt{8}}$$

$$D = \frac{2}{\sqrt{2} + 5}$$

$$E = \frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{5}} ; F = \frac{\sqrt{7} + 1}{3 - \sqrt{2}}$$

$$G = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3} + 2} - \frac{1}{\sqrt{5} - \sqrt{6}}$$

التمرين 29

اكتب على الشكل $a + b\sqrt{c}$ ن حيث a ، b ، c أعدادا

مع c أصغر عدد موجب مُمكن ، كلاً ممّايلي :

$$A = 3\sqrt{2} + 2\sqrt{4} - 2\sqrt{2} \mid B = (\sqrt{3} + 5)(\sqrt{3} - 5)$$

$$C = (\sqrt{7} - 11)(\sqrt{7} + 11) \mid D = (\sqrt{2} + 5)^2$$

$$E = (2\sqrt{7} - 5)(2\sqrt{7} + 5) \mid H = (\sqrt{2} - \sqrt{3})^2$$

$$G = (\sqrt{2} + \sqrt{3})(\sqrt{8} + 4\sqrt{2})$$

$$F = (\sqrt{5} + 2)(\sqrt{5} - 7)$$

تحليل العبارات الجبرية ، نتبع الخطوات التالية :

- (1) نبحث عن العامل المشترك لكل حدود العبارة الجبرية
- (2) إن لم يكن العامل المشترك ظاهرا ، نجرب إحدى المتطابقات الشهيرة .

مثال : تحليل العبارات التالية

$$4x + 12 = 4x + 4 \times 3 = 4(x + 3)$$

$$(x + 2)(2x + 1) - x(x + 2)$$

$$(x + 2)(2x + 1 - x) = (x + 2)(x + 1)$$

$$a^2 + 2ab + b^2 \text{ من الشكل } x^2 + 16x + 64$$

$$a^2 = x^2 \text{ و } b^2 = 64 \text{ و بالمطابقة نجد :}$$

$$x^2 + 16x + 64 = (x + 8)^2 \text{ ومنه :}$$

$$4x^2 - 28x + 49 - 5(2x - 7)$$

$$a^2 = 4x^2 \text{ و } b^2 = 49 \text{ و بالمطابقة نجد :}$$

$$(2x - 7)^2 - 5(2x - 7) \text{ ومنه :}$$

$$(2x - 7)(2x - 7 - 5)$$

$$(2x - 7)(2x - 12)$$

$$x^2 - 9 + (2x + 6)$$

$$x^2 - 9 = (x + 3)(x - 3) \text{ لدينا :}$$

$$(2x + 6) = 2(x + 3) \text{ وأيضا :}$$

$$(x + 3)(x - 3) + 2(x + 3) \text{ ومنه :}$$

$$(x + 3)(x - 3 + 2)$$

$$(x + 3)(x - 1)$$

خواص مستعملة لنشر العبارات الجبرية

$$k(a + b) = ka + kb$$

$$k(a - b) = ka - kb$$

$$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$$

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

لنشر وتبسيط العبارات الجبرية ، نتبع الخطوات التالية :

- (1) نشر العبارة الجبرية باستخدام الخواص المذكورة أعلاه
- (2) نقوم بتبسيط العبارة الجبرية إلى أبسط شكل ممكن

مثال : نشر و تبسيط العبارات التالية :

$$3(2 + 5x) = 3 \times 2 + 3 \times 5x = 6 + 15x$$

$$(x + 4)(x + 3) = x^2 + 4x + 3x + 12 \\ = x^2 + 7x + 12$$

$$(3x + 1)^2 = (3x)^2 + 6x + 1 \\ = 9x^2 + 6x + 1$$

$$(2x - 3)^2 = (2x)^2 - (2 \times 2x \times 3) + 3^2 \\ = 4x^2 - 12x + 9$$

$$\left(\frac{4}{5} - 2x\right) \left(\frac{4}{5} + 2x\right) = \left(\frac{4}{5}\right)^2 - (2x)^2 \\ = \frac{16}{25} - 4x^2$$

$$(\sqrt{2} - \sqrt{3})^2 = (\sqrt{2})^2 - (2 \times \sqrt{2} \times \sqrt{3}) + (\sqrt{3})^2 \\ = 2 - 2\sqrt{6} + 3 = 5 - 2\sqrt{6}$$

$$(-2x + 0,5)^2 = (-2x)^2 + 2 \times (-2x) \times 0,5 + (0,5)^2 \\ = 4x^2 - 2x + 0,25$$

تمارين : الحساب الحرفي

التمرين 01

عين قيمة a حتى يكون المجموع الجبري :

$$(a - 3,5 + 5,4 - 16,1)$$

(2) الجداء ab يساوي (-3) أحسب :

$$K = (-5a) \times (-3b) ; M = (-3,4a^2)(-5b^2)$$

التمرين 02

انشر و بسط العبارات التالية :

$$(3x - 1)^2 ; (-2x + 0,5)^2 ; \left(\frac{2}{3x} + \frac{3}{5}\right)^2$$

$$\left(\frac{4}{5} - 2x\right) \left(\frac{4}{5} + 2x\right) ; \left(2x - \frac{1}{3}\right) \left(2x + \frac{1}{3}\right)$$

التمرين 03

(1) لاحظ أن : $99 = 100 - 1$; $101 = 100 + 1$

استعمل المتطابقات الشهيرة لحساب : 99^2 ; 99×101

التمرين 04

a , b , c أعداد طبيعية ، مع c اصغر عدد طبيعي موجب

(1) أكتب العدد A على الشكل $a + b\sqrt{c}$ حيث :

$$A = (\sqrt{2} + \sqrt{5})^2$$

(2) انشر ثم بسط العبارة التالية :

$$B = (5\sqrt{2} - 4)^2 - (2\sqrt{2} - 3)(3\sqrt{2} + 5)$$

التمرين 05

ليكن : $a = \sqrt{3}(1 + \sqrt{6})$; $b = 3 - \sqrt{6}$

(1) دون استعمال الآلة الحاسبة استنتج قيمة B حيث :

$$B = 99997^2 - 99999 \times 99998$$

(2) انشر العبارة H حيث : $H = (7x - 3)^2 - 9$

(3) احسب قيمة H من أجل : $x = \frac{1}{7}$

التمرين 06

لتكن العبارة E حيث : $E = (x - 2) + x^2 + (x + 2)^2$

(1) أنشر و بسط العبارة E

(2) عين ثلاثة أعداد طبيعية : $(x-2)$, x , $(x+2)$ بحيث يكون

مجموع مربعاتها 4808

التمرين 07

لتكن العبارة K حيث :

$$K = 4x^2 - 28x + 49 - 5(2x - 7)$$

- تحقق أن : $L = 4x^2 - 28x + 49$ هو نشر لمربع الفرق

- حلّ عبارة K .

التمرين 08

حلّ العبارات الجبرية التالية :

$$2x + x^2 ; 4 + 8x$$

$$(x - 1)(x + 3) + (x - 1)(2x + 1)$$

التمرين 09

نرمز بـ n عدد طبيعي ، العدد الذي يليه نرمز له بالكافة $(n+1)$

نقول أن : n ، $(n+1)$ عددان طبيعيين متتاليان (متعاقبان)

لعل أعط كتابة مبسطة للفرق $[(n + 1)^2 - n^2]$

لعل طبق النتيجة السابقة لحساب :

$$(2007^2 - 2006^2) ; (456^2 - 455^2)$$

$$(125^2 - 124^2) ; (30^2 - 29^2)$$

لعل علما أن :

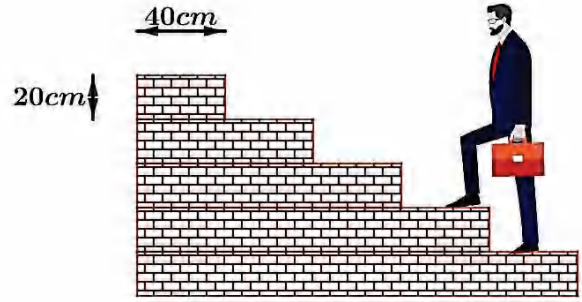
مربع 70 هو 4900 ، بين كيف يمكن حساب 71^2 ؟

مربع 50 هو 2500 ، بين كيف يمكن حساب 49^2 ؟

تمارين : الحساب الحرفي

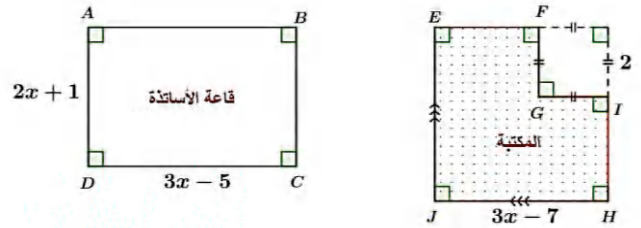
التمرين 10

سلم به 5 درجات ، حيث ارتفاع كل درجة منها 20 cm
وعرض كل درجة منها 40 cm . كما هو موضح في الشكل .
لهم أحسب المساحة الواضحة في الشكل .



التمرين 11

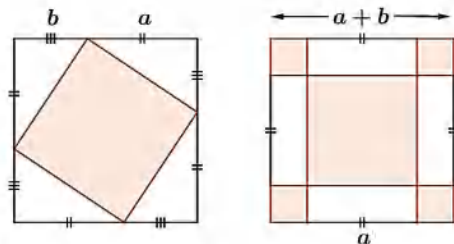
اراد مدير متوسطة حي واد النيل البوني ، تبليط قاعة الأساتذة
والمثلة بالمستطيل ABCD والمكتبة التي يمثلها المضلع
EFGHIJ (الشكلين أدناه) .



- احسب بدلالة x مساحة كل من قاعة الأساتذة والمكتبة
- ما هي قيم x التي يكون من أجلها للقاعة والمكتبة نفس المساحة ؟

التمرين 12

لاحظ الشكلين أدناه جيدا ثم أحسب المساحة الملونة في كل
حالة . ماذا تستنتج ؟



التمرين 14

(1) حلل العبارات التالية :

$$A = (x + 7)^2 - 36 ; B = 4x^2 + 8x + 6$$

$$C = (x + 13) + (x + 1) - 4(x + 1)^2$$

(2) عبر عن C بدلالة A و B

(3) يملك شخص قطعة أرض مربعة الشكل ABCD بني عليها

المرآب EBHI لوضع سيارته (الشكل المقابل)

❖ أحسب المساحة S المتبقية (الملونة) بدلالة x

❖ ومن أجل ممارسة نشاط تجاري بني المحل AEFG

❖ استنتج أنه من أجل $x = 3$ فإن :

مساحة المحل التجاري هي ربع المساحة S

لحل المعادلة تؤول إلى الشكل $(ax + b)(cx + d) = 0$:

- (1) نقوم بتحليل العبارة إلى جداء عاملين
- (2) نحل المعادلة الأولى $ax_1 + b = 0$
- (3) بعدها نحل المعادلة الثانية $cx_2 + d = 0$
- (4) للمعادلة حلين هما : x_1 و x_2

مثال : حل المعادلة $(1 - 2x)(4x - 3) - 3(4x - 3) = 0$

لدينا : $(4x - 3)(1 - 2x - 3) = (4x - 3)(-2x - 2)$

ومنه نحل المعادلة التالية : $(4x - 3)(-2x - 2) = 0$

إذن : $4x_1 - 3 = 0$ ، نجد أن : $x_1 = \frac{3}{4}$

أو : $-2x_2 - 2 = 0$ ، نجد أن : $x_2 = -1$

ومنه حلول المعادلة هما : $\frac{3}{4}$ و -1

لترييض مشكلة وحل معادلة ، نتبع الخطوات التالية

- (1) نختار المجهول
- (2) نضع المعادلة المناسبة التي تعبر عن المشكلة
- (3) نحل المعادلة ثم نتحقق من الحل
- (4) نجيب عن السؤال

مثال : حل المسألة التالية

**عمر شعيب قبل سبع سنوات هو نصف عمره بعد أربع سنوات .
حدد عمر شعيب**

لدينا : $2(x - 7) = x + 4$

$$2x - 14 = x + 4$$

$$2x - x = 4 + 14$$

$$x = 18$$

خواص المعادلات من الدرجة الأولى بهجول واحد

(1) كل معادلة من الدرجة الأولى بهجول واحد x يمكن تحويلها

إلى معادلة من الشكل $ax = b$

(2) إذا كان $a \neq 0$ حل المعادلة $ax = b$ هو : $x = \frac{b}{a}$

لحل المعادلات من الدرجة الأولى بهجول واحد

- (1) نحول المعادلة إلى الشكل $ax = b$ بجعل المجاهيل x التي تشمل x على يسار المساواة والأعداد على يمين المساواة .
- (2) بعد ذلك نقوم بتبسيط ثم نحل المعادلة لإيجاد قيمة x

مثال : حل المعادلة $5x + 2 = 2x + 3$

نطرح (2) من طرفي المساواة

$$5x = 2x + 1$$

نطرح $(2x)$ من طرفي المساواة

$$5x - 2x = 1$$

$$3x = 1$$

نضرب طرفي المساواة في $\frac{1}{3}$

$$x = \frac{1}{3}$$

لحل المعادلة من الشكل $(ax + b)(cx + d) = 0$:

(1) نحل المعادلة الأولى $ax_1 + b = 0$

(2) بعدها نحل المعادلة الثانية $cx_2 + d = 0$

(3) للمعادلة حلين هما : x_1 و x_2

مثال : حل المعادلة $(2x - 7)(8x - 9) = 0$

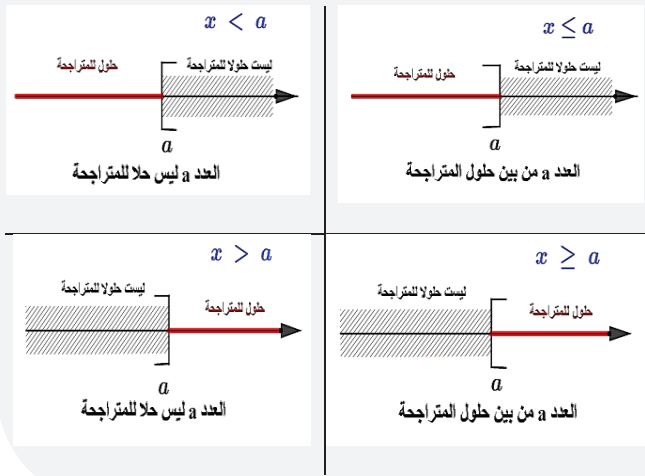
نحل المعادلة $2x_1 - 7 = 0$ ، ومنه : $x_1 = \frac{7}{2}$

نحل المعادلة $8x_2 - 9 = 0$ ، ومنه : $x_2 = \frac{9}{8}$

ومنه حلول المعادلة هما : $\frac{9}{8}$ و $\frac{7}{2}$

تمثيل حلول متراجحة بيانياً ، نتبع مايلي :

- (1) نحل المتراجحة كما هو مذكور سابقاً .
- (2) في مستقيم مدرج نلون نصف المستقيم الممثل لمجموعة حلول المتراجحة ، ونشط نصف المستقيم الآخر .
- (3) نفصل بين نصفي المستقيمين بمعكوفة [، فإذا كانت فاصلة النقطة من ضمن حلول المتراجحة توجه المعكوفة لجهة الجزء الملون وإلا توجه لجزء مشطوب .

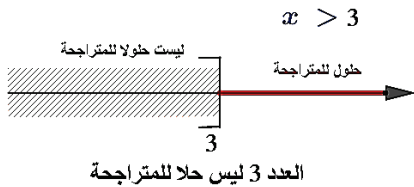
مثال : حل و تمثيل حلول المتراجحة $6x + 5 > 23$

نطرح (5) من طرفي المتباينة ، فتحصل على :

$$6x > 18$$

نضرب طرفي المتباينة في $\frac{1}{6}$ ، فنجد :

$$x > 3$$



خواص المتراجحات من الدرجة الأولى بمجهول واحد

- (1) لا يتغير اتجاه متراجحة ، عند إضافة (أو طرح) نفس العدد من طرفي المتراجحة .
- (2) لا يتغير اتجاه متراجحة ، عند ضرب (أو قسمة) طرفي المتباينة بنفس العدد الموجب تماماً .
- (3) يتغير اتجاه متراجحة ، عند ضرب (أو قسمة) طرفي المتباينة بنفس العدد السالب تماماً .

لحل المتراجحات من الدرجة الأولى بمجهول واحد

- (1) نحول المتراجحة إلى الشكل $ax \geq b$ بجعل المجاهيل x التي تشمل x على يسار المتباينة والأعداد على يمين المتباينة .
- (2) بعد التبسيط ، نقسم طرفي المتراجحة على العدد a مع مراعاة إشارته واتجاه المتراجحة

مثال : حل المتراجحة $-5x + 2 \geq 2x + 3$

نطرح (2) من طرفي المتباينة ، فتحصل على :

$$-5x \geq 2x + 1$$

نطرح (2x) من طرفي المتباينة ، فتحصل على :

$$\begin{aligned} -5x - 2x &\geq 1 \\ -7x &\geq 1 \end{aligned}$$

نضرب طرفي المتباينة في $-\frac{1}{7}$ مع تغيير اتجاه المتراجحة ، فنجد :

$$x \leq -\frac{1}{7}$$

تمارين : المعادلات و المتراجحات

التمرين 01

ليكن x عدد .

إذا طرحنا من x العدد 7 و ضربنا النتيجة في 7 نحصل على نفس العدد الذي نحصل عليه و ذلك إذا طرحنا 11 من x و ضربنا النتيجة في 11 . فما هي قيمة x ؟

التمرين 02

عين قيمة العدد طبيعي a في كل حالة من الحالتين :

(1) إذا أضفنا له 1 فإن مربع يزداد ب 19

(2) إذا أنقصنا منه 10 فإن مربعه ينقص ب 320 .

التمرين 03

حل المعادلات التالية :

$$17 = 2 - 3x \quad ; \quad 2x - 7 = 3x + 2$$

$$4x - 3 - (x + 1) = 5x + 2 \quad ; \quad \frac{3}{2}x + 14 = 2$$

$$\frac{3}{5} \left(\frac{5}{6}x - 1 \right) = \frac{2}{3}x - \frac{1}{2}$$

التمرين 04

حل معادلات التالية :

$$x^2 - 2x + 1 = 9x^2 - 9 \quad ; \quad x + \frac{7}{6} = \frac{5}{21}$$

$$5x(1 - 3x) - 2(3x - 1) = 0$$

$$\frac{7}{3}x^2 + 1 = 2x^2 + \frac{2}{3}$$

$$(3x + 1)(2x - 4) + x^2 - 2x = 0$$

التمرين 05

حل المعادلات التالية :

$$\frac{x - 1}{2} + \frac{x + 2}{3} = x \quad ; \quad 3\sqrt{2}x = 8$$

$$\frac{3x - 2}{5} - \frac{-2x + 1}{3} = x - \frac{2 - x}{15}$$

$$\sqrt{2}(3\sqrt{3}x - 1) = 2\sqrt{6}x + 3\sqrt{2}$$

التمرين 06

حل المعادلات التالية :

$$(x - \sqrt{2})(2x + \sqrt{3}) = 0 \quad ; \quad 4x^2 - 2x = 0$$

$$(5 - 4x)(6x + 2) = 0 \quad ; \quad (x^2 + 2)(x - 3) = 0$$

التمرين 07

لتكن العبارة A حيث :

$$A = 4x^2 - 25 + (2x - 5)(x + 3)$$

(1) حل A

(2) حل المعادلة : $A = 0$

التمرين 08

لتكن العبارة B حيث :

$$B = (3x - 1)^2 - (2x + 3)(3x - 1)$$

(1) انشر و بسط B

(2) حل B

(3) حل المعادلة : $(3x - 1)(x - 4) = 0$

(4) أحسب من أجل : $x = \sqrt{2}$

التمرين 09

حل المتراجحات التالية و مثل حلولها :

$$-5x + 2 < 4 \quad ; \quad 5x - 3 \geq 0 \quad ; \quad \frac{3x - 4}{5} \geq -1$$

$$3(2x - 5) < 2x + 5 \quad ; \quad 4x - (x + 1) < 8x$$

التمرين 10

نعتبر العبارة A حيث : $A = 16 - x^2 - (4 - x)^2$

(1) حل $(16 - x^2)$ ، ثم حل العبارة A

(2) انشر و بسط A

ليكن : $B = 2x(4 - x)$ ، حل B .

(3) تحقق من المساواة :

$$16 - x^2 - (4 - x)^2 = 2x(4 - x)$$

(4) أحسب A من أجل : $x = 2 + \sqrt{3}$

ملاحظات

- (1) نجد نفس الثنائية بإستعمال طريقة الحل بالتعويض أو طريقة الحل بالجمع ، إذن الطريقة هي عملية إختيارية .
- (2) يمكن دمج بين الطريقتين حيث يمكننا استعمال طريقة الجمع لإيجاد أحد المجهولين ثم التعويض في إحداها لإيجاد المجهول الآخر . ﴿ يمكننا القول العكس صحيح ﴾
- (3) لإختيار طريقة الحل الأفضل نلاحظ معاملي x أو y :
 + إذا كان أحد معاملي x أو y يساوي 1 :
 فالأحسن نختار طريقة الحل بالتعويض .
 + إذا كان أحد معاملي x أو y لا يساوي 1 :
 فالأحسن نختار طريقة الحل بالجمع .

حل مسألة بتوصيف جملة معادلتين ، نتبع الخصوات التالية :

- (1) نختار المجهولين وليكن x و y أو a و b
- (2) نقوم بترييض المسألة بالتعبير عنها بمعادلتين .
- (3) نحل جملة المعادلتين ، بإختيارنا لإحدى الطريقتين السابقتين .
- (4) نتحقق من النتيجة ثم نجيب عن الأسئلة .

مثال : قبل 11 سنة كان عمر نجيب ضعف عمر شعيب

بعد 4 سنوات سيصبح عمر نجيب $\frac{9}{7}$ عمر شعيب

نختار x يمثل عمر نجيب و y يمثل عمر شعيب

$$\begin{cases} x - 11 = 2(y - 11) \\ x + 4 = \frac{9}{7}(y + 4) \end{cases}$$

ومنه نحصل على الجملة التالية :

بعد حل المعادلة بطريقة التعويض نجد أن :

العمر الحالي لـ نجيب هو : 23 سنة

و العمر الحالي لـ شعيب هو 17 سنة

إيجاد الحل الجبري لجملة معادلتين من الدرجة الأولى

بجهولين ، نختار إحدى الصيقتين :

- (1) طريقة الحل بالتعويض : تهدف هذه الطريقة إلى استخراج أحد المجهولين من إحدى المعادلتين ثم التعويض في الأخرى .
- (2) طريقة الحل بالجمع : تهدف هذه الطريقة إلى جعل معاملي x أو y متعاكسين ثم جمع طرف مع طرف .

$$\begin{cases} 3x + 2y = -1 \\ 4x + y = 2 \end{cases} \quad \text{مثال : حل الجملة التالية}$$

أولاً : طريقة الحل بالتعويض

المعادلة رقم 2 ، تسمح بكتابة : $y = 2 - 4x$

نعوض هذه القيمة في المعادلة رقم 1 فنجد :

$$3x + 2(2 - 4x) = -1$$

$$3x + 4 - 8x = -1$$

لإيجاد قيمة x ، نتبع مراحل حل معادلة من الدرجة الأولى

بمجهول واحد ، فنحصل على :

$$x = 1$$

نعوض $x = 1$ في $y = 2 - 4x$ فنجد :

$$y = -2$$

ومنه ثنائية الحل للجملة المعادلتين هي : $(1 ; -2)$

ثانياً : طريقة الحل بالجمع

نضرب طرفي المعادلة رقم 2 في العدد (-2) ، فنحصل على :

$$\begin{cases} 3x + 2y = -1 \\ -8x - 2y = -4 \end{cases}$$

نجمع المعادلتين طرف مع طرف ، فنجد :

$$3x + 2y - 8x - 2y = -1 - 4$$

نقوم بنفس الطريقة بجعل هذه المرة معاملي x متعاكسين :

نضرب طرفي المعادلة رقم 1 في العدد (-4)

و طرفي المعادلة رقم 2 في العدد $(+3)$ فنحصل على :

$$\begin{cases} -12x - 8y = 4 \\ 12x + 3y = 6 \end{cases}$$

نجمع المعادلتين طرف مع طرف ، فنجد :

$$y = -2$$

تمارين : جملة معادلتين

تمرين 01

نعتبر الجملة (A) حيث : $\begin{cases} 2x - 3y = 4 \dots (1) \\ x + y = 4 \dots (2) \end{cases}$

اذكر من بين الثنائيات التالية : $(3; 1)$ ، $(3,2; 0,8)$ ، $(5; 2)$ ، ماهي الثنائية التي تكون حلاً :

للمعادلة (1) ، للمعادلة (2) ، للجملة (A)

تمرين 02

عين العددين d ، c حتى تكون الثنائية $(2; 3)$ حلاً للجملة التالية :

$$\begin{cases} 2x + 3y = c \\ x + 4y = d \end{cases}$$

تمرين 03

حل كل جملة من الجمل التالية :

$$\begin{cases} 3x + 4y = 2 \\ 2x + 5y = -1 \end{cases} ; \begin{cases} 0,2x + 0,1y = 0,5 \\ 2,1x - 1,4y = 2,8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{1}{2}x - 2y = \frac{1}{3} \\ x + 6y = -1 \end{cases} ; \begin{cases} 5x + 2y = 4 \\ 5x - y = 1 \end{cases}$$

تمرين 04

اتفق مجموعة من الاصدقاء لشراء هدية لـ لينا بمناسبة نجاحها في شهادة التعليم المتوسط .

لـ إذا ساهم كل واحد منهم بمبلغ 180 DA ، ينقصهم 20 DA لشراء الهدية .

لـ إذا ساهم كل واحد منهم بمبلغ 190DA ، بعد شراء الهدية يبقى لديهم 40 DA .

ما هو عدد الأصدقاء ؟ و ما هو سعر الهدية ؟

تمرين 05

اشترى أحمد 2Kg برتقال و 1,5 Kg تفاح بمبلغ 225 DA .

و اشترى علي 2Kg تفاح و 3,5 Kg برتقال بمبلغ 337,5 DA .

ما هو سعر البرتقال ؟ و ما هو سعر التفاح ؟

تمرين 06

على غلاف كتاب الهندسة رُسمت أشكال : مربعات و مثلثات ، بحيث ليست لها رؤوس مشتركة .

(1) ماو عدد الرؤوس إذا كان هناك 5 مثلثات و 6 مربعات

(2) إذا رسمنا 20 شكلاً و كان لدينا 73 رأساً ، فما هو عدد المثلثات و عدد المربعات ؟

تمرين 07

(1) كيس به x كرة صفراء و y كرة حمراء

- إذا ابدلنا 7 كرات حمراء بـ 7 كرات صفراء نحصل على عدد الكرات الصفراء ضعف عدد الكرات الحمراء .

- إذا أخذنا 6 كرات صفراء من الكيس نحصل على عدد الكرات الحمراء ضعف عدد الكرات الصفراء .

(1) من بين الجملتين التاليتين ، ماهي التي تترجم المعطيات :

$$\begin{cases} x + 7 = 2y \\ 2(x - 6) = y \end{cases} ; \begin{cases} x + 7 = 2(y - 7) \\ 2(x - 6) = y \end{cases}$$

(2) احسب x و y

تمرين 08

قبل 11 عاماً كان عُمرُ شعيب ضعف عُمرِ أخته لينا ، بعد أربع سنوات سيصبح عُمرُ شعيب يُساوي $\frac{9}{7}$ عُمرِ لينا .

- فما هو العمر الحالي لكل من شعيب و لينا ؟

تمرين 09

$$\begin{cases} a - 2b = 17 \\ 2a + 3b = 62 \end{cases}$$

حل الجملة التالية :

$$\begin{cases} (x - 1)^2 - 2(y + 3)^2 = 17 \\ 2(x - 1)^2 + 3(y + 3)^2 = 62 \end{cases}$$

استنتج حلول الجملة :

تمرين 10

مجموع عددين a و b هو 125

بإجراء القسمة الإقليدية للعدد a على b يكون حاصل القسمة 7

و الباقي 13 . عين كل من : a و b

المكتبات

إليك وإليك في تنظيم المكتبات



لتعيين دالة خطية انطلاقاً من عدد غير معدوم وصورتها

(1) نحاول إيجاد معامل الدالة الخطية a

مثال : f دالة خطية حيث : $f(2) = 3$
عين الدالة الخطية

بما أن f دالة خطية فإن f تكتب : $f(x) = ax$

$$f(2) = 3 \text{ و } f(2) = ax$$

$$\text{معناه } 2a = 3 \text{ ومنه } a = \frac{3}{2}$$

$$\text{إذن : } f(x) = \frac{3}{2}x$$

لتمثيل الدالة الخطية بيانياً ، نتبع مايلي :

- (1) نضع $y = f(x)$ حيث تصبح الدالة الخطية $y = ax$
- (2) نختار قيمتين لـ x ونعوض في عبارة الدالة الخطية لإيجاد قيمة y .
- (3) نستنتج إحداثي النقطتين $(x; y)$ أو $(x; f(x))$
- (4) نمثلها في معلم ونصل بينهما بخط مستقيم يشمل المبدأ .
- (5) نتحصل في الأخير على بيان الدالة الخطية .

ملاحظات

- (1) $y = ax$ هي معادلة مستقيم الذي يمثل بيانياً دالة خطية .
- (2) هندسياً a معامل الدالة الخطية تصبح تسميته معامل التوجيه أو ميل المستقيم .
- (3) التمثيل البياني لدالة خطية في معلم مبدؤه O هو مستقيم يشمل مبدأ المعلم والنقطة A ذات الإحداثيات $(1; a)$ حيث معامل الدالة الخطية .

تعريف وترمين الدالة الخطية

- (1) عندما نرفق كل عدد حقيقي x بعدد حقيقي وحيد ax .
- نقول أننا عرفنا دالة خطية حيث معامل تناسبها a
- (2) نرمز للدالة الخطية التي معاملها a بالرمز : $x \mapsto ax$
- ونسُميها بحرف f ، h أو k ونكتب : $f : x \mapsto ax$
- ونكتب أيضاً : $f(x) = ax$

إثبات أن الدالة خطية انطلاقاً من جدول قيم ، يجب علينا :

- (1) نثبت أن الجدول هو جدول قيم تناسبية

مثال : أثبت أن قيم الجدول الذي تمثل دالة الخطية

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$	6	4	2	0	-2	-4	-6

نلاحظ أن هذا الجدول هو جدول تناسبية لأن :

$$\frac{f(x)}{x} = \frac{6}{-3} = \frac{4}{-2} = \dots = \frac{-6}{3} = -2$$

لحساب صورة عدد بواسطة دالة الخطية ، نتبع مايلي :

- (1) نعوض قيمة x في عبارة الدالة الخطية

مثال : أحسب صورة العدد 5 بالدالة $f(x) = 10x$

صورة العدد 5 بالدالة f هي : $f(5) = 10 \times 5 = 50$

$$f : 5 \mapsto 50$$

لتعيين عدد صورته بدالة خطية معلومة ، نتبع مايلي :

- (1) نحل المعادلة $f(x) = ax$ وإيجاد المجهول x

$$\text{حيث : } x = \frac{f(x)}{a}$$

مثال : عين عدد صورته بالدالة الخطية $f(x) = 5x$ هي 10

لدينا : $f(x) = 5x$ و $f(x) = 10$

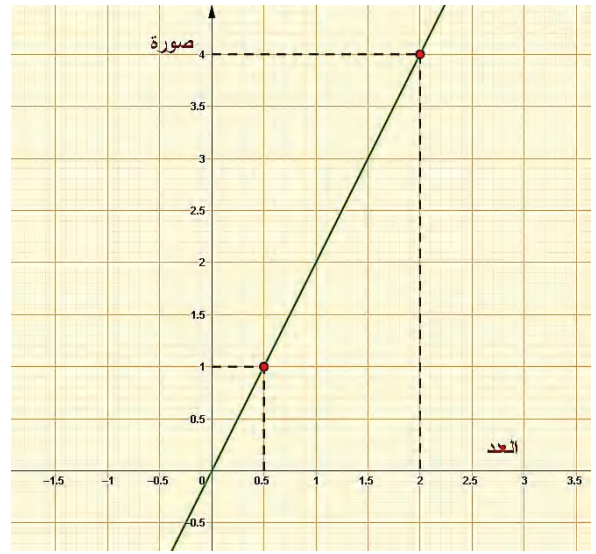
$$\text{أي : } 5x = 10 \text{ ، نجد } x = 2$$

العدد الذي صورته بالدالة f : 10 هو العدد 2

لقرأة التمثيل البياني لدالة خطية ، نتبع الخصائص التالية :

- (1) نقرأ قيم x على محور الفواصل .
- (2) نقرأ قيم y على محور الترتيب .

مثال : المستقيم (d) يمثل دالة خطية f
اقرأ صورة العدد 2
اقرأ العدد الذي صورته هي 1



صورة 2 هي 4 أي نكتب : $f(2) = 4$

0,5 هو العدد الذي صورته هي 1 أي نكتب : $f(1) = 0,5$

حساب معامل الدالة الخطية انطلاقاً من تمثيلها البياني

- (1) نختار نقطة من المستقيم الممثل للدالة الخطية
- (2) نكتب إحداثيتي النقطة على الشكل $f(x) = y$
- (3) ومنه بعد تعويض كل من x و y في معادلة المستقيم ، نستطيع إيجاد معامل الدالة الخطية

مثال : إيجاد معامل الدالة الخطية من المثال السابق

وجدنا سابقاً أن $f(2) = 4$ ، المستقيم معادلته $y = ax$

بتعويض : $x = 2$ و $y = 4$ ، نجد : $2a = 4$

ومنه : $a = 2$ ، أي أن : $f(x) = 2x$

إثبات أن نقطة تنتمي إلى مستقيم الممثل للدالة الخطية

- (1) نبحث عن العبارة الجبرية للدالة الخطية التي تمثلها المستقيم ، كما هو موضح في الأمثلة السابقة .
- (2) بعدها نتحقق من أن النقطة تحقق هذه الدالة .

مثال : أثبت أن النقطة $A(3; 4)$ تنتمي إلى المستقيم الممثل لـ f

مما سبق لدينا : $f(x) = 2x$ أي : $y = 2x$

و منه بالتعويض $x = 3$ نحصل على : $2 \times 3 = 6$

و منه نستنتج أن النقطة A لا تنتمي إلى المستقيم

بمعنى آخر : الفاصلة 3 تعطينا الترتيب 6
بمستقيم الممثل لدالة الخطية f وليس 4

ملاحظات

لبرهنة أن مجموعة من النقاط في استقامية واحدة .
يكفي أن نبين أن كل نقطة من هذه النقاط تنتمي إلى نفس
المستقيم الممثل للدالة الخطية .
و ذلك عبر المراحل المذكورة سابقاً

تذكير بالمكتسبات القبلية

حساب النسبة $P\%$
المقدار y من المقدار x
 $y = \frac{P}{100} \times x$

زيادة x بـ $P\%$
 $y = \left(1 + \frac{P}{100}\right) \times x$

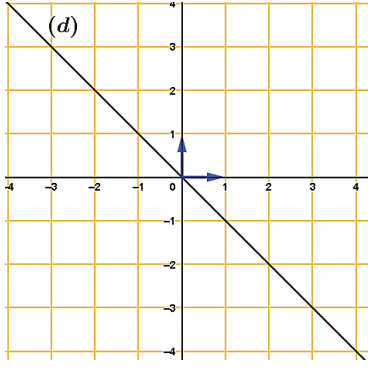
خفض x بـ $P\%$
 $y = \left(1 - \frac{P}{100}\right) \times x$

حساب الكتلة الحجمية لعينة
 $\rho = \frac{m}{v}$

حساب السرعة المتوسطة
 $v = \frac{d}{t}$

حساب الطاقة الكهربائية
 $E = P \times t$

تمارين : الدالة الخطية والتناسبية



تمرين 07

في الشكل المقابل : المستقيم

(d) يمثل دالة خطية f

- اقرأ صورة العدد (-1)

- اقرأ العدد الذي صورته

هي (-3)

- عين معامل الدالة المُمثلة في المعلم

تمرين 08

$f: x \mapsto \frac{3}{4}x$ دالة خطية حيث :

(1) احسب صورة العدد 6

(2) أحسب العدد الذي صورته 21

(3) أحسب العدد الذي صورته $-\frac{1}{2}$

تمرين 09

f دالة خطية حيث : $f(7) = 21$

(1) ماهو المعامل a لدالة الخطية f ؟

(2) أكتب العبارة التي تعبر عن صورة x بالدالة f

تمرين 10

(1) مثل بيانيا في معلم مبدؤه O مايلى :

$$g(x) = -2x \quad ; \quad f(x) = 3x$$

(2) اذكر معامل التوجيه لكل دالة .

تمرين 01

نعتبر الدالة f حيث : $f(x) = -3x$

(1) عين $f(1)$

(2) أحسب العدد الذي صورته (-6)

(3) أحسب صورة العدد 4

(4) عين x بحيث يكون : $f(x) = -15$

تمرين 02

(1) عين الدالة الخطية f بحيث : $f(2) = 5$

(2) احسب صورة العدد 6 بالدالة f

(3) أحسب العدد الذي صورته $\frac{5}{2}$

تمرين 03

f دالة خطية معاملها 2

(1) احسب $f(-1)$

(2) احسب العدد الذي صورته $-\frac{3}{2}$

تمرين 04

f دالة خطية حيث : $f(5) = 15$

(1) ماهو المعامل a للدالة الخطية f ؟

(2) أكتب العبارة التي تعبر عن صورة x بالدالة f

تمرين 05

g دالة خطية معاملها $(-2,5)$

(1) أكتب العبارة التي تعبر عن صورة x بالدالة g

(2) أكمل الجدول :

x	-1	0		4		
$g(x)$			-5		-25	32,5

تمرين 06

f دالة خطية حيث : $f(x) = 3x$

مثل بيانيا الدالة f في معلم مبدؤه O وحدة الطول هي السنتيمتر .

تعريف وترمين الدالة التآلفية

- (1) عندما نرفق كل عدد حقيقي x بعدد حقيقي وحيد $ax + b$.
نقول أننا عرفنا دالة تآلفية حيث معامل توجيهها a .
- (2) نرمز للدالة التآلفية التي معاملها a بالرمز : $x \mapsto ax + b$
ونسُميها بحرف f ، h أو k ونكتب : $f : x \mapsto ax + b$
ونكتب أيضا : $f(x) = ax + b$
- (3) الدالة التآلفية لا تمثل وضعية تناسبية

لحساب صورة عدد بواسطة دالة التآلفية ، نتبع مايلي :

- (1) نعوض قيمة x في عبارة الدالة التآلفية

مثال : أحسب صورة العدد 5 بالدالة $f(x) = 10x + 2$

صورة العدد 5 بالدالة f هي : $f(5) = 10 \times 5 + 2 = 52$
 $f : 5 \mapsto 52$

لتعيين عدد صورته بدالة تآلفية معلومة ، نتبع مايلي :

- (1) نحل المعادلة $f(x) = ax + b$ وإيجاد المجهول x
حيث : $x = \frac{f(x)-b}{a}$

مثال : عين عدد صورته بالدالة التآلفية $f(x) = 5x - 2$ هي 8

لدينا : $f(x) = 5x - 2$ و $f(x) = 8$

أي : $5x - 2 = 8$ ، نجد $x = \frac{8+2}{5} = 2$

العدد الذي صورته بالدالة f : 8 هو العدد 2

لتعيين دالة تآلفية انطلاقا من عددين وصورتيهما

الطريقة الأولى : حل جملة معادلتين من الدرجة الأولى بجهولين

- (1) نحاول إيجاد معامل a و العدد b .

مثال : f دالة تآلفية حيث : $f(6) = 1$ و $f(-2) = -3$
عين الدالة التآلفية f

بما أن f دالة تآلفية فإن f تكتب : $f(x) = ax + b$

$$f(6) = 1 \text{ و } f(6) = 6a + b$$

$$f(-2) = -3 \text{ و } f(-2) = -2a + b$$

$$\begin{cases} 6a + b = 1 \\ -2a + b = -3 \end{cases} \text{ إذن :}$$

بعد تطبيق طريقة الحل بالجمع نتحصل على :

$$b = -2 \text{ و } a = \frac{1}{2}$$

إذن الدالة التآلفية هي : $f(x) = \frac{1}{2}x - 2$

الطريقة الثانية : باستخدام تناسب التغيرات

- (1) نحاول إيجاد معامل a و العدد b ، وذلك بحساب معامل التوجيه المستقيم a أولا .
- (2) بعد ذلك بتعويض قيمة a في الدالة نحسب العدد b .

مثال : نفس المثال السابق

لدينا

$$a = \frac{f(6) - f(-2)}{6 - (-2)} = \frac{1 - (-3)}{8} = \frac{1}{2}$$

ومنه بتعويض a في $6a + b = 1$ نجد :

$$b = -2$$

إذن الدالة التآلفية هي : $f(x) = \frac{1}{2}x - 2$

تعيين العاملين للدالة التآلفية انطلاقاً من تمثيلها البياني

- (1) نختار نقطتين من المستقيم الممثل للدالة التآلفية .
- (2) نكتب إحداثيتي النقطتين على الشكل $f(x) = y$.
- (3) ومنه بعد تعويض كل من x و y في معادلة المستقيم ، نستطيع إيجاد معامل a و العدد b .

مثال : توظيف المثال السابق

بقراءة السابقة لتمثيل البياني هي : $f(4) = 4$ و $f(-2) = 1$

نعلم أن للمستقيم (d) معادلة وهي من الشكل : $y = ax + b$

باختيار طريقة حل جملة معادلتين من الدرجة الأولى ببجولين

$$f(4) = 4 \text{ تعني أن : } -2a + b = 1$$

$$f(-2) = 1 \text{ تعني أن : } 4a + b = 4$$

ومنه بعد إختيار طريقة حل بالجمع نجد :

$$a = \frac{1}{2} \text{ و } b = 2$$

نعوض بقيمتي a و b فجد عبارة الدالة التآلفية :

$$f(x) = \frac{1}{2}x + 2$$

إثبات أن نقطة تنتمي إلى مستقيم الممثل للدالة التآلفية

- (1) نبحث عن العبارة الجبرية للدالة التآلفية التي تمثلها المستقيم ، كما هو موضح في الأمثلة السابقة .
- (2) بعدها نتحقق من أن النقطة تحقق هذه الدالة .

مثال : أثبت أن النقطة $A(3; 4)$ تنتمي إلى المستقيم الممثل لـ f

مما سبق لدينا : $f(x) = \frac{1}{2}x + 2$ أي : $y = \frac{1}{2}x + 2$

و منه بالتعويض $x = 3$ نحصل على : $\frac{1}{2} \times 3 + 2 = 3,5$

و منه نستنتج أن النقطة A لا تنتمي إلى المستقيم

بهعنى آخر : الفاصلة 3 تعطينا الترتيب 3,5

بمستقيم الممثل لدالة التآلفية f وليس 4

ملاحظات

لبرهنة أن مجموعة من النقاط في استقامية واحدة .
يكفي أن نبين أن كل نقطة من هذه النقاط تنتمي إلى نفس
المستقيم الممثل للدالة التآلفية .
و ذلك عبر المراحل المذكورة سابقا

تمثيل الدالة التآلفية بيانيا ، نتبع مايلي :

- (1) نضع $y = f(x)$ حيث تصبح الدالة الخطية $y = ax + b$
- (2) نختار قيمتين لـ x و نعوض في عبارة الدالة التآلفية لإيجاد قيمة y .
- (3) نستنتج إحداثيتي النقطتين $(x; y)$ أو $(x; f(x))$
- (4) نمثلها في معلم و نصل بينهما بخط مستقيم لا يشمل المبدأ .
- (5) نتحصل في الأخير على بيان الدالة التآلفية .

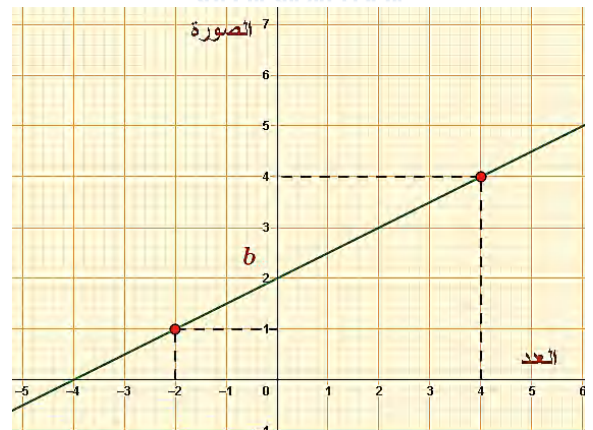
ملاحظات

- (1) $y = ax + b$ هي معادلة مستقيم الذي يمثل بيانيا دالة تآلفية
- (2) هندسيا a معامل الدالة التآلفية تصبح تسميته معامل التوجيه أو ميل المستقيم .
- (3) التمثيل البياني لدالة تآلفية في معلم مبدؤه O هو مستقيم لا يشمل مبدأ المعلم و النقطة A ذات الإحداثيات $(0; b)$.
- (4) b هي ترتيبية نقطة تقاطع المستقيم مع محور الترتيب يدعى العدد b هندسيا بـ : الترتيبية عند المبدأ

لقراءة التمثيل البياني لدالة تآلفية ، نتبع الخصوات التالية :

- (1) نقرأ قيم x على محور الفواصل .
- (2) نقرأ قيم y على محور الترتيب .

مثال : نتبع نفس طريقة قراءة التي تم تطرق إليها في ملخص الخاص بالدالة الخطية



تمارين : الدالة التآلفية



تمرين 07

عين الدالة التآلفية f في كل حالة :

$$f(-1) = 5 ; f(2) = 3 ; f(2) = 5 \text{ و } a = 3$$

تمرين 08

تعطى الدالة f المعرفة بـ : $f(x) = -3x + 5$

(1) احسب صور الأعداد -1 ، $\frac{1}{2}$ ، 4 بواسطة الدالة f

(2) ماهما العددين الذين صورتهما 2 ، -4 بالدالة f ؟

g دالة تآلفية معرفة بـ $g(x) = \frac{3}{2}x - 4$ ، A و B نقطتان من

التمثيل البياني للدالة g .

(1) فاصلة A هي 4 ، ماهو ترتيبها ؟

(2) ماهي فاصلة النقطة B التي ترتيبها $-\frac{5}{2}$ ؟

أرسم في نفس المعلم (d) و (d') التمثيلان البيانيان للدالتين f ، g على الترتيب .

- عين احداثي نقطة التقاطع (d) و (d')

تمرين 09

(1) مثل بيانيا الدوال التآلفية في معلم مبدؤه O

$$f(x) = 3x - 1 ; g(x) = -2x + 3$$

تمرين 01

(1) عين الدالة التآلفية من الدوال التالية :

$$g : x \mapsto -3x^2 ; f : x \mapsto 2x + 3$$

$$h : x \mapsto 3(x - 1) + 2(3x + 1)$$

$$k : x \mapsto x^2 - (x + 1)^2$$

(2) F دالة تآلفية حيث : $F(x) = 3x - 4$

- عين صورة العدد 1 بالدالة F

- عين العدد الذي صورته بالدالة F هي : (-7)

تمرين 02

عين الدالة التآلفية f ، التي تمثيلها البياني هو المستقيم الذي يشمل

النقطتين : $A(0; -2)$ ، $B(2; 4)$

تمرين 03

بين فيما يلي إذا كانت النقاط التالية :

$A(2; 1)$; $B(-3; -14)$; $C(-2; -1)$ تنتمي إلى التمثيل

البياني للدالة المعرفة بـ : $f(x) = 3x - 5$

تمرين 04

تعطى الدالة تآلفية ، ونقطة من المستقيم الممثل لهذه الدالة ،

أحسب قيمة a أو قيمة b في كل حالة من الحالات التالية :

$$M(3; 7) \text{ و } f(x) = 2x + b \quad (1)$$

$$N(5; -13) \text{ و } g(x) = ax + 2 \quad (2)$$

$$K(-2; 1) \text{ و } h(x) = ax - 3 \quad (3)$$

تمرين 05

h دالة تآلفية حيث : $h(x) = 5x - \frac{1}{4}$

(1) أحسب $h(-1)$

(2) احسب العدد x حيث : $h(x) = \frac{3}{4}$

تمرين 06

g دالة تآلفية حيث : $g(x) = ax + b$

عين الدالة التآلفية علماً أن : $g(2) = 1$; $g(0) = -3$.

التعابير الإحصائية

- 1) الإحصاء هو دراسة ظاهرة أو معطيات بطريقة علمية ، ترجمتها وتفسيرها .
- 2) لغة الإحصاء ضرورية للتعامل مع هذا المفهوم فهذه اللغة تتمثل في معرفة بعض التعابير والمفردات الإحصائية الأساسية .

مثال : الالتحاق بمتوسطة حي واد النيل البوني بولاية عنابة

- 209 تلميذ يستعملون النقل العمومي
- 284 تلميذ يأتون راجلين
- 92 تلميذ يأتون في سيارات أولياءهم

- 3) نسمي مجتمعا إحصائيا مجموع الأفراد الذين تخصم الدراسة الإحصائية .

في المثال السابق يشكل تلاميذ متوسطة حي واد النيل البوني عنابة المجتمع الإحصائي ، أفرادهم تلاميذ هذه الأكاديمية و الدراسة الإحصائية تهتم في كيفية التحاق التلاميذ بالمتوسطة

- 4) تسمى التكرار الكلي للسلسلة عدد عناصر هذه السلسلة .

التكرار الكلي : $209 + 284 + 92 = 585$
585 عناصر هذا المجتمع و الذي يهتم في تلاميذ المتوسطة

- 5) نسمي متغيرا إحصائيا أو ميزة إحصائية الشيء الذي تخصه الدراسة الإحصائية و الذي يشمل عدة أنواع مختلفة ، حيث يأخذ كل فرد من المجتمع المدروس نوعا واحد فقط منها .

بالنسبة للمثال السابق المتغير الإحصائي هو طبيعة النقل

- 6) نسمي التكرار المرفق بنوع معين للمتغير الإحصائي عدد مرات ظهور هذا النوع .

تكرار التلاميذ الذين يستعملون النقل العمومي هو 209

- 7) تسمى التواتر التكرار النسبي المرفق بنوع معين للمتغير الإحصائي : حاصل قسمة تكرار هذا النوع على التكرار الكلي

تواتر التلاميذ الذي يستعملون النقل العمومي هو $\frac{209}{585}$
و يعبر عن هذه النتيجة بعدد عشري أو بنسبة مئوية

- 8) نقول عن ميزة أنها كمية عندما تكون ممثلة بعدد .
ونقول عن ميزة غير كمية أنها نوعية : الجنس ، اللون فهذا طبع إحصائي نوعي .

مثلا : العمر ، المسافة ، الهدية ، العلامة هي ميزات كمية

- 9) التكرار المجمع الصاعد لقيمة (أو لفئة) هو مجموع تكرار هذه القيمة (أو الفئة) و تكرارات القيم (أو الفئات)
- 10) التكرار المجمع النازل : لقيمة (أو لفئة) هو مجموع تكرار هذه القيمة (أو الفئة) و تكرارات القيم (أو الفئات)

مثال : لدينا سلسلة إحصائية تتعلق بأطوال الذنهار ، لنعين التكرار المجمع الصاعد و النازل

المتغير	[140;160]	[120;140]	[100;120]	[80;100]	المتغير
40	6	12	10	12	التكرار
40	40	34	22	12	التكرار المجمع الصاعد
6	6	18	28	40	التكرار المجمع النازل

- 11) التواتر المجمع الصاعد : لقيمة (أو فئة) هو مجموع تواتر هذه القيمة (أو الفئة) و تواترات القيم (أو الفئات)
- 12) التواتر المجمع النازل : لقيمة (أو لفئة) هو مجموع تواتر هذه القيمة (أو الفئة) و تواترات القيم (أو الفئات)

مثال : نبقى مع المثال السابق

المتغير	[140;160]	[120;140]	[100;120]	[80;100]	المتغير
40	6	12	10	12	التكرار
6	6	12	10	12	التواتر
40	40	34	22	12	التواتر المجمع الصاعد
6	6	18	28	40	التواتر المجمع النازل

ملاحظات

- (1) عندما يكون عدد القيم كبيرا نلجأ إلى حصرها ضمن مجالات تدعى فئات (كما ورد في المثال السابق)
- (2) مركز الفئة : هو العدد $\frac{a+b}{2}$
- (3) طول الفئة : هو العدد الموجب $b - a$

(13) نسمي الوسط الحسابي لسلسلة إحصائية حاصل قسمة مجموع قيم السلسلة المتوازنة بالتكرارات الموافقة لها على الترتيب التكرار الكلي .

مثال 01 : حساب وسط حسابي لسلسلة علامات التلاميذ في فرض الرياضيات

العلامات	7	8	9	10	11	المجموع
التكرارات	6	3	5	1	2	17

الوسط الحسابي لهذا الطبع الإحصائي المقطوع هو :

$$m = \frac{6 \times 7 + 3 \times 8 + 5 \times 9 + 1 \times 10 + 2 \times 11}{17}$$

$$m \approx 8,41$$

مثال 02 : إذا بوبنا العلامات في فئات : نحصل على السلسلة الإحصائية التالية :

العلامات	[7 ; 10[	[10 ; 13[	[13 ; 16[	المجموع
التكرارات	14	5	6	25
مركز الفئة	8,5	11,5	14,5	

$$m = \frac{14 \times 8,5 + 5 \times 11,5 + 6 \times 14,5}{25}$$

$$m = 10,54$$

ملاحظات

عندما يتطلب الأمر بطبع إحصائي مستمر ، نحسب الوسط الحسابي بتعويض كل فئة $[a; b]$ بحساب مركز فئتهم ثم نحسب الوسط الحسابي .

سبب الانتقال من الوسط إلى الوسيط لسلسلة إحصائية لأن بعض حالات سلاسل إحصائية مرتبة ترتيبا تصاعديا و ان الوسط الحسابي لا يقسم السلسلة إلى جزأين لهما نفس عدد العناصر ، و هذا الأمر يهكّن تحقيقه بحساب الوسيط

- (14) عندما تكون سلسلة إحصائية مرتبة ، الوسيط هي القيمة التي تجزئ هذه السلسلة إلى جزأين لهما نفس التكرار .
- (15) عدد القيم الأصغر من الوسيط يساوي عدد القيم الأكبر منه و نرسم لوسيط السلسلة الإحصائية بالرمز : Med .
- (16) لحساب الوسيط لسلسلة إحصائية نرتبها ترتيبا تصاعديا أو تنازليا إذا لم تكن مرتبة ثم نراعي فردية أو زوجية التكرار الكلي .
- (17) إذا كان N التكرار الكلي فرديا فإن قيمة رتبة $\frac{N+1}{2}$ تمثل الوسيط Médiane .
- (18) إذا كان N التكرار الكلي زوجيا ، فإن نصف مجموع فتي رتبتين $\frac{N}{2} + 1$ و $\frac{N}{2}$ تمثل الوسيط Médiane .

مثال 01 : عين وسيط السلسلة 4,4,5,6,6,7,8,10,3

التكرار الكلي للسلسلة هو عدد فردي و يساوي 9
نرتب السلسلة ترتيبا تصاعديا :
3,4,4,5,6,6,7,8,10
ومنه رتبة الوسيط هي : $\frac{9+1}{2} = 5$
أي ان $Med = 6$

مثال 02 : عين وسيط السلسلة 9,3,4,7,8,7,5,2

التكرار الكلي للسلسلة هو عدد زوجي و يساوي 8
نرتب السلسلة ترتيبا تنازليا :
9,8,7,7,5,4,3,2
ومنه وسيط هو نصف مجموع القيم التي رتبناها : $(\frac{8}{2} ; \frac{8}{2} + 1)$
أي ان $Med = \frac{7+5}{2} = 6$

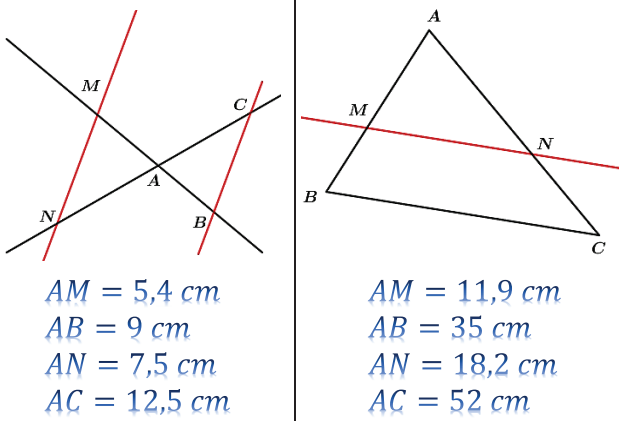


الميدان

أنشطة هندسية



مثال 02 : اثبت أن المستقيمان (MN) و (BC) متوازيان



في الشكل الأول

$$\frac{AM}{AB} = \frac{5,4}{9} = 0,6 \quad \text{و} \quad \frac{AN}{AC} = \frac{7,5}{12,5} = 0,6$$

حسب خاصية طاليس العكسية ، المستقيمان متوازيان

في الشكل الثاني

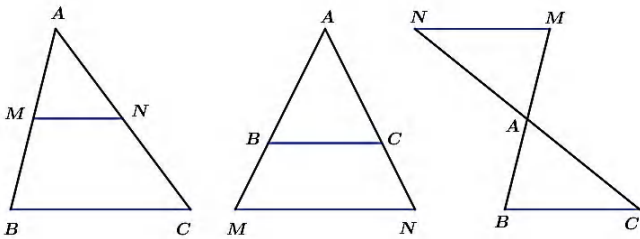
$$\frac{AN}{AC} = \frac{18,2}{52} = 0,35 \quad \text{و} \quad \frac{AM}{AB} = \frac{11,9}{35} = 0,34$$

حسب خاصية طاليس العكسية ، المستقيمان غير متوازيين

خاصية طاليس على المثلث

ليكن ABC مثلث ، M نقطة من الحامل (AB) ، N نقطة من الحامل (AC) ، إذا كان $(MN) \parallel (BC)$ فإن :

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$



خاصية العكسية لطاليس على المثلث

ABC مثلث إذا كانت M نقطة من [AB]

و كانت N نقطة من [AC] و $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$

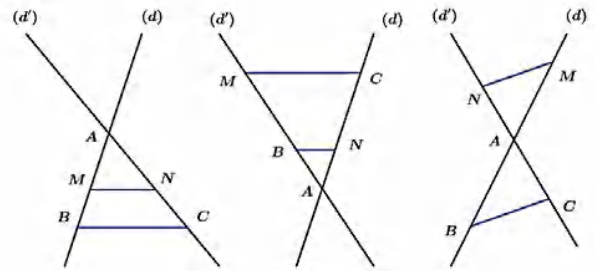
فإن : $(MN) \parallel (BC)$

خاصية لطاليس المباشرة

(d) و (d') مستقيمان متقاطعان في A ، B و M نقطتان من (d) مختلفتان عن A ، C و N نقطتان من (d') مختلفتان عن A ،

إذا كان $(MN) \parallel (BC)$ فإن :

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$



خاصية لطاليس العكسية

(d) و (d') مستقيمان متقاطعان في A

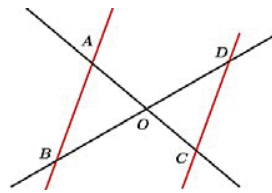
B و M نقطتان من (d) مختلفتان عن A

C و N نقطتان من (d') مختلفتان عن A

إذا كان : $\frac{AN}{AC} = \frac{AM}{AB}$ وكانت النقاط M ، B ، A في استقامة

واحدة و نفس الترتيب مع النقاط N ، C ، A

فإن : $(MN) \parallel (BC)$



مثال 01 : إليك الشكل المقابل حيث :

$(CD) \parallel (AB)$

$OA = 4 \text{ cm} ; OD = 8,4 \text{ cm}$

$OC = 6 \text{ cm} ; AB = 3 \text{ cm}$

أحسب الطولين : OB و CD

من المعطيات لدينا (DB) و (AC) مستقيمان متقاطعان في O

و المستقيمان (CD) و (AB) متوازيان

إذن حسب خاصية طاليس نكتب مايلي : $\frac{OA}{OC} = \frac{OB}{OD} = \frac{AB}{CD}$

أي بعد التعويض نجد : $OB = 5,6 \text{ cm}$ و $CD = 4,5 \text{ cm}$

تمارين : خاصة طالب

التمرين 04

المثلث MNP فيه :

$$MP = 8 \text{ cm} , PN = 12 \text{ cm} , MN = 15 \text{ cm}$$

النقطة A تنتمي إلى القطعة [MP] بحيث : $PA = 4,8 \text{ cm}$

- المستقيم الموازي للمستقيم (PN) و المار من A يقطع (MN) في نقطة B

- المستقيم الموازي للمستقيم (MP) و المار من B يقطع (NP) في نقطة C

لـ انجز الشكل .

لـ أثبت ان الرباعي ABCP متوازي أضلاع .

لـ احسب AB.

لـ حدد طبيعة متوازي الأضلاع ABCP.

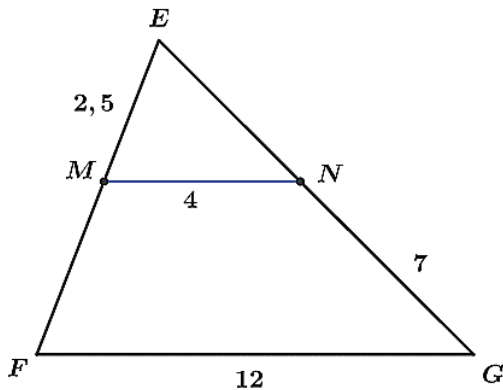
التمرين 05

الشكل المقابل غير معطى بأبعاده الحقيقية .

المستقيمين (NM) و (FG) متوازيين ، وحدة الطول هي cm
تعطى الأطوال التالية :

$$EM = 2 ; MN = 4 ; NG = 7 ; FG = 12$$

- يطلب حساب الطولين MF و EN .



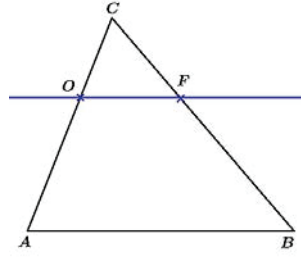
التمرين 01

في الشكل المقابل ، يعطى :

$$AC = 5 \text{ cm} , OC = 3 \text{ cm}$$

$$CB = 8 \text{ cm}$$

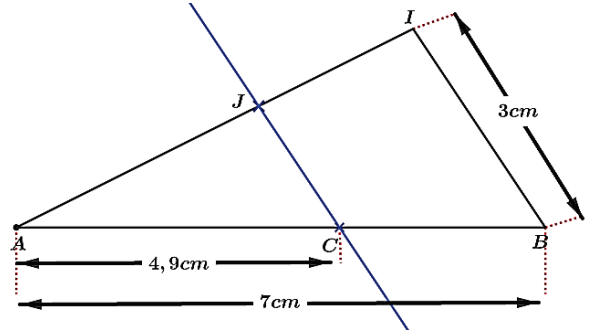
ايضا نعلم أن : $(OF) \parallel (AB)$
- أحسب CF مع التعليل



التمرين 02

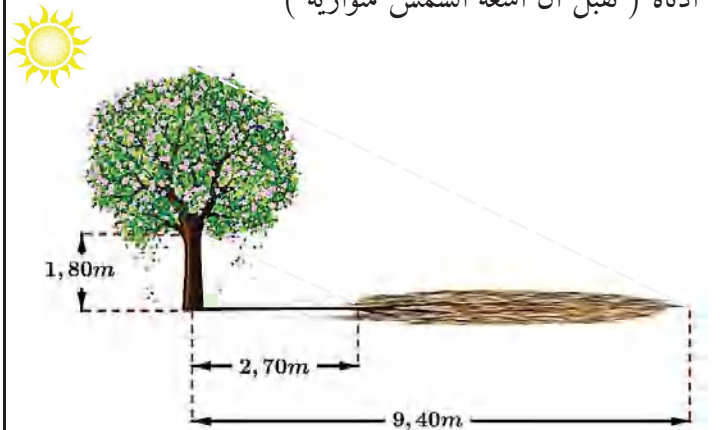
في الشكل المقابل يعطى : $AC = 4,9 \text{ cm} , IB = 3 \text{ cm}$

و $AB = 7 \text{ cm}$ ، المستقيمين (JC) و (IB) متوازيين .- أثبت
أن المثلث JCB متساوي الساقين .



التمرين 03

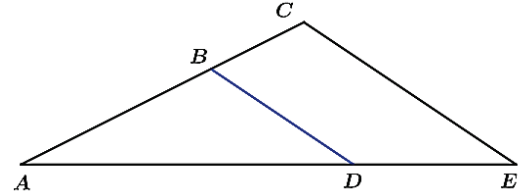
وحدة الطول هي المتر ، احسب ارتفاع الشجرة الموضحة في الشكل
أدناه (تقبل أن أشعة الشمس متوازية)



تمارين : خاصة طالس

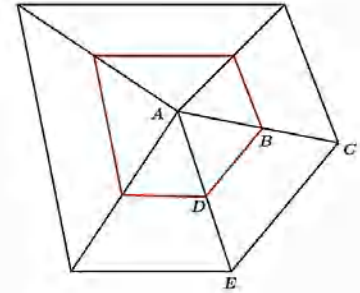
التمرين 06

وحدة الطول هي السنتيمتر ، إليك الشكل الآتي حيث :
 $AB = 5$; $BC = 3$; $AE = 16,8$; $DE = 6,3$
 - هل المستقيمين (BD) و (CE) متوازيين ؟ علّل إجابتك



التمرين 07

الشكل المقابل يمثل شبكة عنكبوت
 النقطة A ، B ، C من جهة و النقطة D ، E من جهة أخرى (و بهذا الترتيب) على استقامة واحدة .
 وحدة الطول هي cm ، يُعطى : $AB = 16$ ، $BC = 14,4$ ، $AD = 10$ ، $AE = 19$
 - هل المستقيمين (BD) و (CE) متوازيين ؟ علّل إجابتك



التمرين 08

وحدة الطول هي السنتيمتر
 أنشئ مثلثا ABC بحيث : $AB = 8$ ، $AC = 10$ ، $BC = 7$
 عين النقطة D على القطعة [AB] حيث : $AD = 3,2$
 المستقيم الموازي للمستقيم (BC) والمار من D يقطع [AC] في نقطة M .

- (1) احسب AM مستنتجاً CM
- (2) عين النقطة N على القطعة [BC] حيث : $CN = 4,2$
- (3) بين أن المستقيمين (AB) و (MN) متوازيين .

التمرين 09

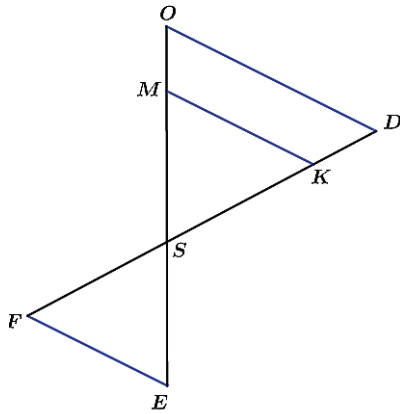
الشكل المقابل فيه :
 المستقيمين (MK) و (OD) متوازيين
 النقطة O ، S ، M ، E على استقامة واحدة و بهذا الترتيب
 النقطة F ، S ، K ، D على استقامة واحدة و بهذا الترتيب
 وحدة الطول هي cm ، يُعطى مايلي :

$$SO = 6 ; SD = 10$$

$$SM = 4,8 ; SE = 2 ; SF = 3$$

(1) أحسب SK

(2) هل المستقيمين (OD) // (EF) ؟ علّل إجابتك



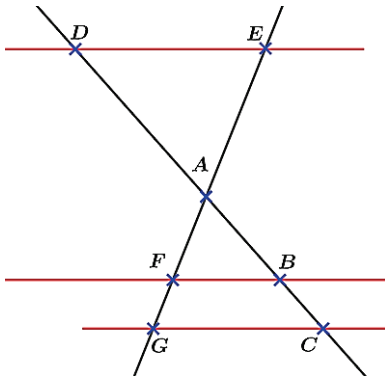
التمرين 10

وحدة الطول هي السنتيمتر ، الشكل المقابل فيه : المستقيمين (CG) ، (BF) متوازيين ، تُعطى :

$$AB = 5 ; BC = 4 ; AF = 3$$

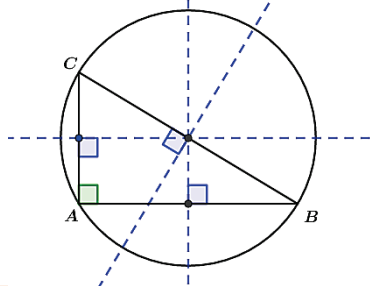
(1) أحسب AG ثم FG

ليكن : $AE = 4,2$ و $AD = 7$ ، أثبت أن : (ED) // (BF)

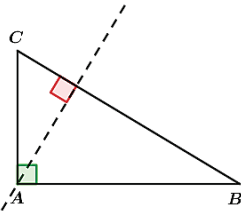


تذكير بالمكتسبات القبلية

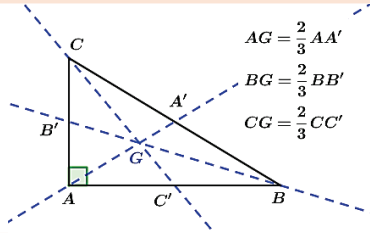
- (1) مجموع قيسي الزاويتين الحادتين في مثلث القائم يساوي 90°
- (2) محاور مثلث القائم هي محاور أضلاعه حيث تتقاطع في منتصف الوتر الذي يمثل مركز الدائرة المحيطة .



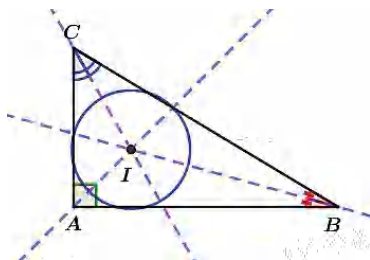
- (3) الارتفاع في المثلث القائم هو المستقيم الذي يشمل رأس الزاوية القائمة ويعامد الوتر .



- (4) المتوسط في المثلث هو المستقيم الذي يشمل رأس و منتصف الضلع المقابل لهذا الرأس .



- (5) المنصف الداخلي لمثلث هو منتصف احدى زواياه الداخلية . نقطة تقاطع المنصفات الداخلية لزاويا مثلث هي مركز الدائرة الداخلية له .



في مثلث قائم

- (1) $\cos$ زاوية حادة يساوي حاصل قسمة طول الضلع المجاور للزاوية على طول الوتر .
- (2) $\sin$ زاوية حادة يساوي حاصل قسمة طول الضلع المقابل للزاوية على طول الوتر .
- (3) $\tan$ زاوية حادة يساوي حاصل قسمة طول الضلع المقابل للزاوية على طول الضلع المجاور للزاوية .

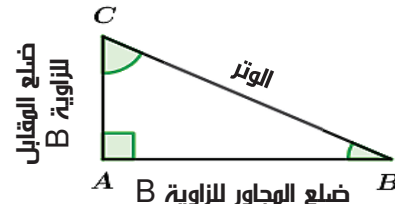
ملاحظات

$\cos$ و $\sin$ زاوية محصورة بين 0 و 1

$\tan$ زاوية حادة و هو عدد موجب

مثال : من أجل المثلث ABC القائم في A

$$\cos \hat{B} = \frac{AB}{BC} ; \sin \hat{B} = \frac{AC}{BC} ; \tan \hat{B} = \frac{AC}{AB}$$



علاقات حساب في المثلثات القائمة

في مثلث قائم ، x تمثل قياس الزاوية الحادة

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x} \text{ و } \cos^2 x + \sin^2 x = 1$$

مثال : علما أن : $\cos x = \frac{3}{5}$ ، أحسب $\sin x$ و $\tan x$

$$\cos^2 x + \sin^2 x = 1 \text{ باستعمال العلاقة}$$

$$\sin^2 x = 1 - \cos^2 x \text{ لدينا}$$

$$\sin^2 x = \frac{16}{25} \text{ أي : } \sin^2 x = 1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2 \text{ ومنه : } \sin x = \frac{4}{5}$$

$$\sin x = \frac{4}{5} \text{ أي :}$$

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x} \text{ باستعمال العلاقة}$$

$$\tan x = \frac{4}{5} \div \frac{3}{5} = \frac{4}{3} \text{ ومنه :}$$

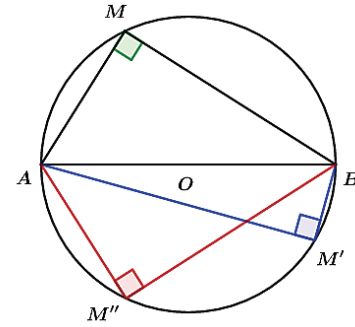
(6) المثلث القائم و الدائرة

للمثلث القائم إذا كانت M نقطة و تنتمي للدائرة التي قطرها [AB]

فإن المثلث AMB قائم في M

للمثلث القائم إذا كان المثلث AMB قائم ، فإن M نقطة تنتمي للدائرة

التي قطرها [AB] و مركزها منتصف [AB]



(7) خاصية فيثاغورس : إذا كان المثلث ABC قائم في A فإن :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

مثال : المثلث القائم في A ، حيث :

$$AC = 4 \text{ cm و } AB = 3 \text{ cm}$$

أحسب BC طول الوتر [BC]

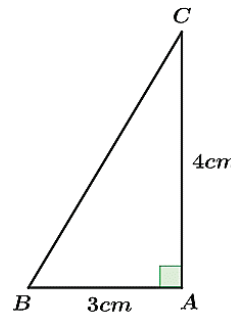
لدينا المثلث ABC قائم في A و حسب

خاصية فيثاغورس نكتب المساواة التالية :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

$$BC^2 = 3^2 + 4^2$$

$$BC = 5 \text{ cm و منه } BC^2 = 25$$



(8) خاصية العكسية لفيثاغورس : إذا كان المثلث ABC مثلث حيث

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 \text{ فإن المثلث ABC قائم في A}$$

مثال : المثلث ، حيث :

$$BC = 7 \text{ cm و } AC = 4 \text{ cm و } AB = 5 \text{ cm}$$

تحقق من أن المثلث ABC مثلث قائم

بما أن BC أكبر طول إذا نكتب مايلي : $BC^2 = AC^2 + AB^2$

و منه بعد تحقق من صحة المساواة نستنتج أن المثلث ABC

ليس بمثلث قائم

استعمال الآلة الحاسبة لتعيين قيمة مقربة لكل من جيب ،

جيب التمام وحصل زاوية حادة

(1) نتحقق أن الآلة في وضعية Degée

(2) نكتب من اليسار إلى اليمين :

في حالة القيم أعداد طبيعية أو أعداد عشرية

القيمة + cos أو القيمة + sin أو القيمة + tan

في حالة القيم أعداد ناطقة :

مثلا لكافة الكسر $\frac{2}{7}$ cos ، نتبع مايلي :

اضغط على زر cos

ثم اضغط رقم 2 ثم على $a/b/c$ ثم على رقم 7

cos 2.7
0.999987566

في حالة الجذور التربيعية

مثلا لكافة الكسر $\frac{\sqrt{2}}{7}$ cos ، نتبع مايلي :

اضغط على زر cos ثم اضغط على الزر $\sqrt{\quad}$ ثم رقم 2

ثم على $a/b/c$ ثم على رقم 7

cos $\sqrt{2}$.7
0.999956483

استعمال الآلة الحاسبة لتعيين قياس زاوية حادة بمعرفة كل من

جيب ، جيب التمام أو حاصل زاوية حادة

(1) نتحقق أن الآلة في وضعية Degée

(2) نكتب من اليسار إلى اليمين :

في حالة القيم أعداد طبيعية أو أعداد عشرية

نضغط على زر shift أولا ثم نعيد نفس الخطوات السابقة

في حالة القيم أعداد ناطقة :

نضغط على زر shift أولا ثم نعيد نفس الخطوات السابقة

في حالة الجذور التربيعية

نضغط على زر shift أولا ثم نعيد نفس الخطوات السابقة

تمارين : حساب المثلثات في المثلث القائم

التمرين 01

وحدة الطول هي السنتيمتر

ABC مثلث حيث : $AB = 6,9$ ، $BC = 9,2$ ، $AC = 11,5$

(1) بين أن المثلث ABC قائم

(2) أحسب قياس الزاوية $\widehat{ACB}$ ثم استنتج قياس $\widehat{BAC}$

(3) لتكن D نظيرة B بالنسبة للمستقيم (AC)

أحسب مساحة الرباعي ABCD

التمرين 02

ارسم دائرة ذات المركز O ونصف القطر 5 cm ، وليكن [AB]

قطرا لها . لتكن M نقطة من [OA] حيث : $OM = 1,7$ cm .

المستقيم العمودي على (AB) و المار من M يقطع الدائرة في

النقطتين C و D .

(1) أحسب طول القطعة [OC]

(2) أحسب قياس الزاوية $\widehat{MOC}$ ثم استنتج قياس $\widehat{BOC}$

(3) بين أن قياس الزاوية $\widehat{MBC}$ هو 35°

(4) مانوع المثلث ABC ؟ برر إجابتك

(5) أحسب طول AC

التمرين 03

نعتبر الدائرة (C) ذات المركز O ونصف القطر 6cm ، وليكن

[AB] قطرا لها ، لتكن M نقطة من الدائرة (C) حيث :

$\widehat{MAB} = 36^\circ$

(1) بين أن المثلث ABM قائم

(2) أحسب AM

(3) أنشئ المستقيم (D) المماس للدائرة (C) في B ، لتكن P

نقطة من المستقيم (D) حيث : $AP = 14$ cm

(4) بين أن المثلث ABP قائم

(5) أحسب طول PB ، بالتقريب للوحدة .

التمرين 04

إليك الشكل المقابل

أحسب الارتفاع CD

بالتدوير للوحدة ، علما أن :

$\widehat{CAD} = 32^\circ$; $AB = 7,2$ cm

التمرين 05

وحدة الطول هي السنتيمتر

ABC مثلث قائم في A حيث : $AC = 5$ و $BC = 13$

(1) احسب AB

(2) بين أن قياس الزاوية $\widehat{ABC}$ بالتدوير إلى الوحدة هو 23°

(3) ارسم الدائرة (C_1) المحيطة بالمثلث ABC و ليكن O مركزها ،

حدد وضعية النقطة O .

(4) أحسب قياس الزاوية $\widehat{AOC}$ بالتدوير للوحدة ، علل

(5) الدائرة (C_2) ذات المركز A و المار من C تقطع الدائرة (C_1)

في النقطة E . احسب قياس الزاوية $\widehat{AEC}$

التمرين 06

ليكن ABC مثلث متقايس الأضلاع ، طول ضلعه 1 .

[AH] ارتفاع المثلث .

(1) أحسب AH و BH

(2) ماهو قياس الزاوية $\widehat{ABH}$ ؟

استنتج قياس $\widehat{BAH}$

(3) أحسب sin و cos الزاويتين $\widehat{ABH}$ و $\widehat{BAH}$

(4) استنتج tan الزاويتين $\widehat{ABH}$ و $\widehat{BAH}$

التمرين 07

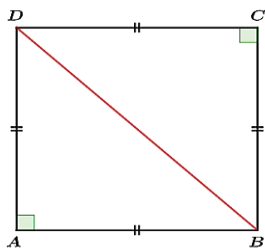
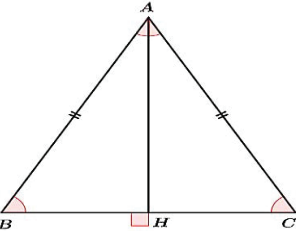
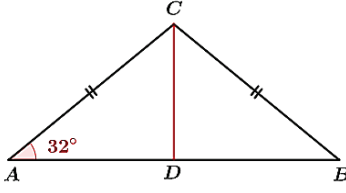
ليكن المربع ABCD طول ضلعه 1

(1) أحسب BD

(2) ماهو قياس الزاوية $\widehat{ABD}$ ؟

(3) أحسب sin و cos

ثم استنتج tan لهذه الزاوية



تمارين : حساب المثلثات في المثلث القائم

التمرين 08

وحدة الطول هي cm

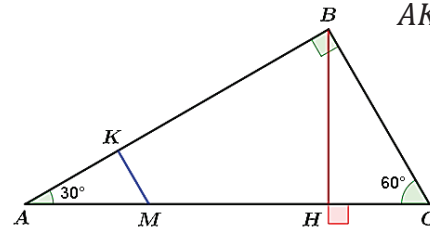
- ارسم قطعة مستقيم $[AB]$ حيث : $AB = 12$ ، عين النقطة M من القطعة $[AB]$ حيث : $AM = 1$.
أرسم نصف الدائرة ذات القطر $[AB]$ ، والمستقيم (d) العمودي على (AB) في النقطة M يتقاطعان في النقطة C
- ماهي طبيعة المثلث ABC ؟
- عبر بطريقتين عن جيب تمام الزاوية $\widehat{BAC}$ ، ثم استنتج أن $AC = 2\sqrt{3}$
- اعطِ قيس الزاوية $\widehat{BAC}$

التمرين 09

ABC مثلث قائم في B ، ارتفاعه $[BH]$ ، حيث :

$$ACB = 60^\circ ; BH = 4 \text{ cm} ; AB = 8 \text{ cm}$$

- احسب طولي $[AH]$ و $[HC]$
- لتكن M نقطة من $[AC]$ حيث : $\frac{AM}{AC} = \frac{1}{4}$ ، المستقيم المار من النقطة M والموازي للمستقيم (BC) يقطع القطعة $[AB]$ في النقطة K
- بين أن $AK = 2 \text{ cm}$



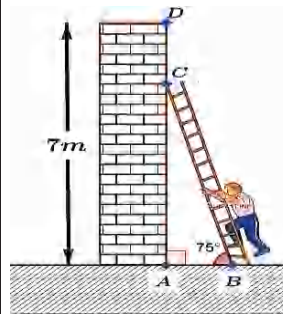
التمرين 10

سلم طوله 6 متر موضوع على جدار عمودي ارتفاعه 7 m ولتكن الزاوية التي يحدّها السلم مع الأرض قيسها 75°

(تعطى النتائج بالتدوير إلى الوحدة)

(1) احسب المسافة AB بين قاعدة السلم والجدار

(2) احسب المسافة CD



التمرين 11

وحدة الطول هي السنتيمتر

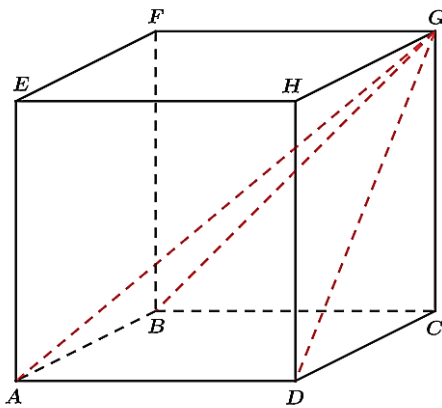
- ارسم ثلاثة نقط E ، B ، M على استقامة واحدة وبهذا الترتيب بحيث : $MB = 9$ و $BE = 6$.
أنشئ الدائرة (C) ذات القطر $[BE]$ ، نرسم بـ O لمركزها عين على الدائرة (C) النقطة A حيث : $BA = 5$
أرسم المستقيم الموازي لـ (AE) المار من النقطة M والذي يقطع المستقيم (AB) في النقطة D .
- أحسب الطول BD
- ماهي طبيعة المثلث ABE ؟ بر إجابتك
- أحسب قيس الزاوية $\widehat{BEA}$ ثم عين قيس $\widehat{BOA}$

التمرين 12

ABCDEFGH مكعب قائم قاعدته مربع ، يُعطى $AD = 3 \text{ cm}$

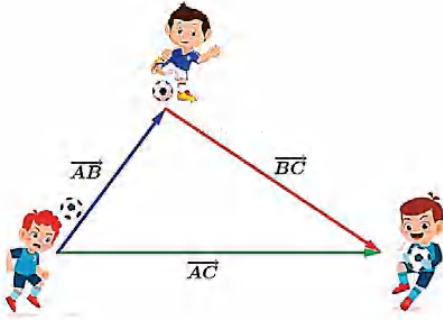
$$CG = 4 \text{ cm}$$

- أحسب بـ cm^3 حجم الهرم ذو الرأس G والقاعدة ABCD
- احسب DG . نقبل أن المثلث ADG قائم في D
- احسب قيس الزاوية $\widehat{AGD}$
- احسب الطول AG



مركب إنسحابين

إذا تحول الشكل 1 إلى الشكل 2 بالإنسحاب ذي الشعاع $\overrightarrow{AB}$
و تحول الشكل 2 إلى الشكل 3 بالإنسحاب ذي الشعاع $\overrightarrow{BC}$.
فإن الشكل 1 يتحول إلى الشكل 3 بالإنسحاب ذي الشعاع $\overrightarrow{AC}$.

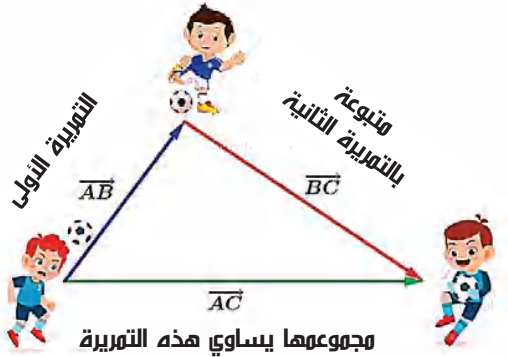


مجموع شعاعين

باستعمال علاقة شال

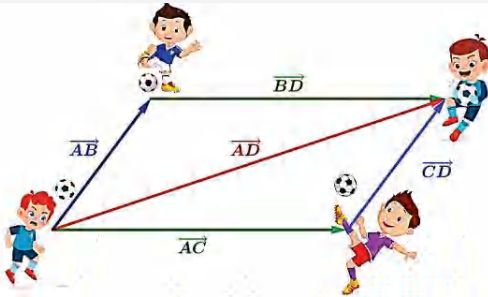
تركيب الإنسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AB}$ متبوعا بالإنسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{BC}$ هو الإنسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AC}$

من الرسم السابق نكتب هابلي : $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$



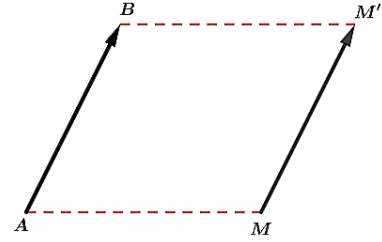
باستعمال علاقة متوازي النضلاع

إذا كان متوازي الأضلاع ABDC فإن : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD}$
محصلة مجموع شعاعين لهما نفس المبدأ هي قطر متوازي الأضلاع



خواص الأشعة و الإنسحاب

- (1) صورة M' صورة M بالإنسحاب الذي يحول A إلى B معناه :
 $ABM'M$ متوازي الأضلاع
- (2) $\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{AB}$ ، معناه الإنسحاب الذي يحول M إلى M' .
أي أن لهما نفس : المنحى و الإتجاه و الطول ﴿ الطويلة ﴾



منتصف قطعة مستقيمة

إذا كانت I منتصف القطعة $[AB]$ فإن : $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{IB}$
العكس صحيح

الأشعة و متوازي الأضلاع

إذا كان I و J و K و L نفس المنتصف فإن :
 $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{BK}$ و $\overrightarrow{AJ} = \overrightarrow{CL}$ ﴿ العكس صحيح ﴾

لإثبات أن شعاعين متساويين ، نتبع إحدى الخصائص التالية :

- (1) إثبات أن القطعتين المستقيمتين لهما نفس المنتصف
- (2) إثبات أن الرباعي $ABCD$ متوازي الأضلاع

مثال : BDS مثلث و I منتصف القطعة $[SD]$
 H نظيرة النقطة B بالنسبة إلى النقطة I

﴿ في هذا المثال ، يكفي تبين أن $MNSR$ متوازي الأضلاع ﴾
من المعطيات لدينا : H نظيرة B بالنسبة إلى I ، يعني : $\overrightarrow{BI} = \overrightarrow{IH}$
و بما أن I منتصف $[SD]$ ، يعني : $\overrightarrow{SI} = \overrightarrow{ID}$
و منه قطري الرباعي يتناصفان في I ، إذن الرباعي $BDHS$
متوازي الأضلاع و منه نستنتج أن : $\overrightarrow{HD} = \overrightarrow{SB}$

إذا كان $AD = BC$ و $AB = CD$ فإن :

الرباعي ABCD متوازي أضلاع

إذا كان $AB = CD$ و $(AB) \parallel (DC)$ فإن :

الرباعي ABCD متوازي أضلاع

خواص الإنسحاب

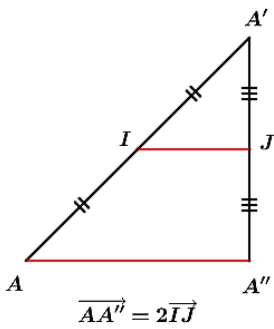
لـ يحفظ الأطوال ، المساحات ، الزوايا و استقامية النقط.

لـ صورة مستقيم هي مستقيم يوازيه .

لـ صورة قطعة مستقيم هي قطعة مستقيم تقايسها و توازيه .

لـ صورة دائرة هي دائرة لها نفس القطر .

إضافة من الجيل الأول، تركيب تناظرين مركبين



$$\overrightarrow{AA''} = 2\overrightarrow{IJ}$$

I ، J نقطتين من المستوي
إجراء التناظر الذي مركزه I ،
متبوعا بإجراء التناظر الذي
مركزه J يؤول إلى إجراء
الإنسحاب الذي شعاعه
(IJ + IJ) ، الشعاع (IJ + IJ)
(IJ) نمرز إليه بـ $2IJ$ معناه :
 A' نظيرة A بالنسبة إلى I
 A'' نظيرة A' بالنسبة إلى J

فيكون لدينا : $\overrightarrow{AA'} = 2\overrightarrow{IA'}$ و $\overrightarrow{A'A''} = 2\overrightarrow{A'J}$

$$\overrightarrow{AA''} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{A'A''}$$

$$\overrightarrow{AA''} = 2\overrightarrow{IA'} + 2\overrightarrow{A'J}$$

$$\overrightarrow{AA''} = 2(\overrightarrow{IA'} + \overrightarrow{A'J})$$

$$\overrightarrow{AA''} = 2\overrightarrow{IJ}$$

يؤكد الوصول لهذه النتيجة باستعمال خاصية

مستقيم المنتصفين في المثلث

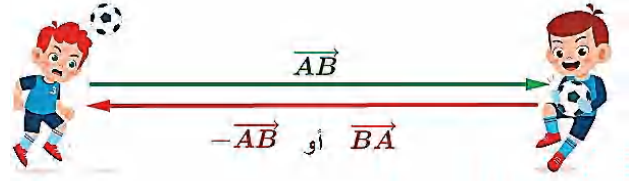
الشعاعان المتعاكسان

يكون الشعاعان متعاكسين إذا كان مجموعهما شعاع معدوما

لهما نفس المنحى ، نفس الطول و اتجاهين متعاكسين

إذا كان $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{BA}$ متعاكسان و نكتب : $\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{BA}$

ونقول أن الشعاع $\overrightarrow{BA}$ هو معاكس الشعاع $\overrightarrow{AB}$



مجموع شعاعين متعاكسين يساوي شعاع معدوم

نرمز له : $\vec{0}$ ، هو الشعاع الذي بدايته هي نهايته

المثال السابق : حسب علاقة شال

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{AA} = \vec{0}$$

$$\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BB} = \vec{0}$$

تذكير بالمكتسبات القبلية

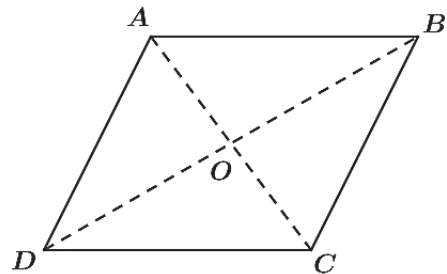
ABCD رباعي :

لـ إذا كان $(AB) \parallel (DC)$ و $(AD) \parallel (BC)$ فإن :

الرباعي ABCD متوازي أضلاع .

لـ إذا تقاطع القطران [AB] و [BD] في منتصفهما فإن :

الرباعي ABCD متوازي أضلاع .





التمرين 07

BSD مثلث و I منتصف [SD]

(1) أنشئ النقطة H نظيرة B بالنسبة إلى I

(2) بين أن : $\overrightarrow{HD} = \overrightarrow{SB}$

التمرين 08

ABC مثلث

(1) أعط في كل حالة ممثل :

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} ; \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC} ; \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB} ; \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$$

(1) أنشئ ممثل مبدأه A لـ $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ ، ثم الممثل الذي مبدأه

C بنفس الشعاع $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$

التمرين 09

IJK مثلث

(1) أعط ممثلاً لـ : $\overrightarrow{IJ} + \overrightarrow{JK}$

(2) عين النقطة S بحيث : $\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{KS}$

(3) استنتج أن : $\overrightarrow{JK} + \overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{JS}$

التمرين 10

VECT متوازي الأضلاع مركزه I على أشكال مختلفة

(1) أنشئ النقطة A بحيث : $\overrightarrow{TA} = \overrightarrow{TC} + \overrightarrow{VT}$

(2) أنشئ النقطة B بحيث : $\overrightarrow{VB} = \overrightarrow{CT} + \overrightarrow{VI}$

التمرين 11

(1) أنقل و أتمم مايلي :

$$\dots + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{RA} ; \overrightarrow{IJ} + \dots = \overrightarrow{IE}$$

$$\overrightarrow{AB} + \dots = \overrightarrow{O} ; \dots + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AS}$$

التمرين 12

أنشئ المثلث ABD بحيث :

$$BD = 7 \text{ cm} ; AD = 6 \text{ cm} ; AB = 5 \text{ cm}$$

(1) أنشئ النقطة E صورة A بالإنسحاب ذي الشعاع $\overrightarrow{BD}$

(2) أنشئ النقطة F بحيث : $\overrightarrow{BF} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD}$

(3) بين أن D منتصف [EF]

التمرين 01

ليكن المثلث ABC ، ولتكن M نقطة لا تنتمي إلى المثلث

(1) أنشئ النقطة K بحيث يكون : $\overrightarrow{MK} = \overrightarrow{BA}$

(2) أنشئ النقطة P بحيث يكون : $\overrightarrow{MP} = \overrightarrow{BC}$

(3) بين أن : $\overrightarrow{KP} = \overrightarrow{AC}$

التمرين 02

(1) أنشئ المعين ABCD ، أنشئ النقطة E صورة B بالإنسحاب

الذي شعاعه $\overrightarrow{AC}$ والنقطة F صورة D بالإنسحاب الذي

شعاعه $\overrightarrow{AC}$

(2) بين أن النقطة C هي منتصف القطعة [DE]

(3) ما نوع الرباعي BDFE ؟

التمرين 03

(1) ارسم قطعة مستقيمة [AB] ، ثم أنشئ النقطة C بحيث :

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC}$$

(2) ماذا تمثل النقطة B بالنسبة للقطعة [AC]

(3) أنشئ النقطة D بحيث : $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{CA}$

التمرين 04

أنشئ مثلث ABC ثم أنشئ النقط F ، E ، D بحيث :

$$\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{ED} ; \overrightarrow{EC} = \overrightarrow{CB} ; \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{CB}$$

التمرين 05

ABCD متوازي الأضلاع مركزه O

أنقل و أتمم :

$$\overrightarrow{AD} = \dots ; \overrightarrow{AB} = \dots ; \overrightarrow{AO} = \dots ; \overrightarrow{OB} = \dots$$

التمرين 06

$\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{MN}$ و O منتصف القطعة [EN]

(1) أنشئ الشكل

(2) بين أن M تنتمي إلى الدائرة التي مركزها O وتشمل F

تساوي الشعاعين

(1) يتساوى شعاعان إذا كان لهما نفس مركبتي في المعلم

مثال : نعتبر النقط $A(1; 2)$ ، $B(2; 4)$ ، $C(1; -3)$
أوجد حسابيا إحداثيا النقطة C' صورة C بالإنسحاب ذي الشعاع $\overrightarrow{AB}$

C' صورة C بالإنسحاب ذي الشعاع $\overrightarrow{AB}$ ، أي $\overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{AB}$

نضع $C'(x; y)$ أي : $\overrightarrow{CC'} \left(\begin{smallmatrix} x-1 \\ y+3 \end{smallmatrix} \right)$ و $\overrightarrow{AB} \left(\begin{smallmatrix} 1 \\ 2 \end{smallmatrix} \right)$

ومنه نتحصل على الجملة التالية : $\begin{cases} x-1=1 \\ y+3=2 \end{cases}$

بعد حل الجملة نجد إحداثيا النقطة : $C'(2; -1)$

مجموع شعاعين

إذا كان $\overrightarrow{CD} \left(\begin{smallmatrix} x_D-x_C \\ y_D-y_C \end{smallmatrix} \right)$ و $\overrightarrow{AB} \left(\begin{smallmatrix} x_B-x_A \\ y_B-y_A \end{smallmatrix} \right)$

فإن مركبتي الشعاع $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$ هما :

$$\left(\begin{smallmatrix} x_B - x_A + x_D - x_C \\ y_B - y_A + y_D - y_C \end{smallmatrix} \right) \Leftrightarrow \left(\begin{smallmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{smallmatrix} \right) + \left(\begin{smallmatrix} x_D - x_C \\ y_D - y_C \end{smallmatrix} \right)$$

تابع للمثال السابق : أحسب إحداثيات النقطة D

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD} \quad \text{علما أن :}$$

نضع $D(x; y)$ ثم نكتب مركبتي كل من الأشعة الثلاثة

$$\overrightarrow{AB} \left(\begin{smallmatrix} 1 \\ 2 \end{smallmatrix} \right) ; \overrightarrow{AC} \left(\begin{smallmatrix} 0 \\ -5 \end{smallmatrix} \right) ; \overrightarrow{AD} \left(\begin{smallmatrix} x-1 \\ y-2 \end{smallmatrix} \right)$$

و منه بالتعويض في العبارة $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD}$ نجد :

$$\left(\begin{smallmatrix} 1+0 \\ 2+(-5) \end{smallmatrix} \right) = \left(\begin{smallmatrix} x-1 \\ y-2 \end{smallmatrix} \right)$$

ومنه نتحصل على الجملة التالية : $\begin{cases} x-1=1 \\ y-2=-3 \end{cases}$

بعد حل الجملة نجد إحداثيا النقطة : $D(2; -5)$

لحساب مركبتي شعاع $\overrightarrow{AB}$ في معلم منسوب إلى مستو

إذا كانت إحداثيا النقطتين $A(x_A; y_A)$ و $B(x_B; y_B)$

في المعلم $(O; \vec{i}; \vec{j})$ فإن مركبتي الشعاع $\overrightarrow{AB}$ هما :

$$\overrightarrow{AB} \left(\begin{smallmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{smallmatrix} \right)$$

مثال : لدينا $A(-3; 4)$ و $B(5; 3)$

أحسب مركبتي الشعاع $\overrightarrow{AB}$

$$\overrightarrow{AB} \left(\begin{smallmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{smallmatrix} \right) \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} \left(\begin{smallmatrix} 5 - (-3) \\ 3 - 4 \end{smallmatrix} \right) \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} \left(\begin{smallmatrix} 8 \\ -1 \end{smallmatrix} \right)$$

ملاحظة

مركبتي الشعاع $\overrightarrow{OM}$ هما إحداثيتي النقطة M في المعلم $(O; \vec{i}; \vec{j})$

حيث النقطة O هي مبدأ هذا المعلم

القرأة البيانية لمركبتي شعاع ، نتبع الخصوات التالية :

(1) ننقل أفقيا بالتوازي مع محور الفواصل ، من بداية الشعاع

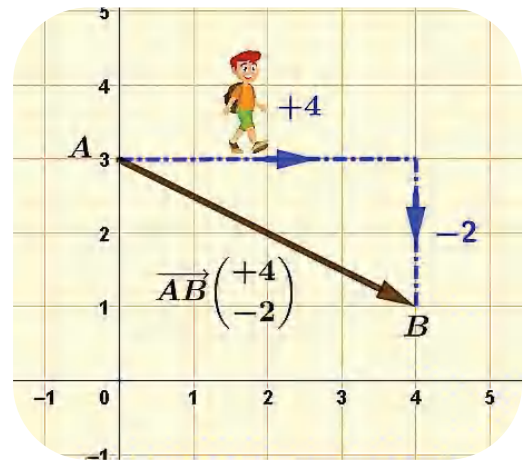
إلى نهايته ، و عدد الوحدات المقروءة تمثل **مركبة الأولى** .

(2) ننقل عموديا بالتوازي مع محور الترتيب ، من بداية الشعاع

إلى نهايته ، و عدد الوحدات المقروءة تمثل **مركبة الثانية** .

(3) تُعطى الإشارة (+) أو (-) لكل من **مركبة 1** و **مركبة 2**

إذا تم الانتقال في الاتجاه موجب أو السالب للمعلم



المسافة بين نقطتين من المستوى في معلم $(O; \vec{i}; \vec{j})$

إذا كانت $(x_A; y_A)$ ، $(x_B; y_B)$ إحداثيا النقطتان A و B في معلم متعامد و متجانس فإن المسافة AB تعطى بالعلاقة :

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

أو يمكن أن نكتب هكذا :

$$AB^2 = (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2$$

مثال $A(-1; 2)$ و $B(-3; 5)$: احسب AB

$$AB^2 = ((-3) - (-1))^2 + (5 - 2)^2$$

$$AB^2 = 4^2 + 3^2$$

$$AB = \sqrt{25} = 5 \text{ cm}$$

تذكير بالمكتسبات القبلية

إحداثيا نقطة في المستوى

يمكن تحديد موضع نقطة من المستوى بواسطة الثنائية $(x; y)$

عدان نسميها إحداثيا هذه النقطة في المعلم $(O; \vec{i}; \vec{j})$

x : تسمى بالفاصلة ، y تسمى بالترتيبة

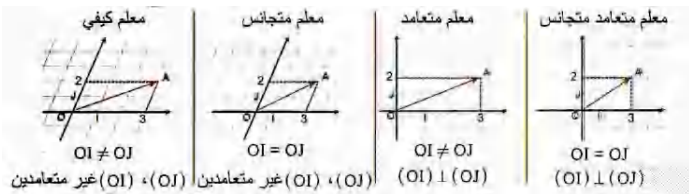
أنواع الهعالم

الشكل 1 : معلم كفي

الشكل 2 : معلم متعامد و غير متجانس

الشكل 3 : معلم متجانس و غير متعامد

الشكل 4 : معلم متعامد و متجانس



تعيين إحداثيتي النقطة منتصف قطعة مستقيمة

A و B نقطتان إحداثيها $(x_A; y_A)$ و $(x_B; y_B)$ في المعلم M منتصف القطعة [AB] ، حيث إحداثيا M في المعلم $(O; \vec{i}; \vec{j})$

$$x_M = \frac{x_A + x_B}{2} ; y_M = \frac{y_A + y_B}{2}$$

مثال : لدينا $A(-3; 4)$ و $B(5; 3)$

أحسب إحداثيا M منتصف [AB]

بما أن M منتصف [AB] ، فإن :

$$x_M = \frac{(-3) + 5}{2} = 1 \text{ و } y_M = \frac{4 + 3}{2} = 3,5$$

إذا إحداثيا النقطة M هما : $(1; 3,5)$

لإثبات أن النقطة M هي منتصف القطعة مستقيمة [AB] ،

نتبع إحدى الطرق التالية :

- (1) نين أن : $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{MB}$
- (2) نحسب إحداثيا النقطة M منتصف القطعة مستقيمة .
- (3) نتحقق من أن $AB = AM + MB$ ، بعد حساب المسافات

مثال : M نقطة من القطعة [AB]

حيث : $A(-3; 4)$ ، $B(5; 3)$ و $M(1; 3,5)$

أثبت أن M منتصف هذه القطعة

نختار الطريقة الأولى ، أي نين أن : $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{MB}$

$$\overrightarrow{AM} \begin{pmatrix} 1 - (-3) \\ 3,5 - 4 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} \begin{pmatrix} 4 \\ -0,5 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{MB} \begin{pmatrix} 5 - 1 \\ 3 - 3,5 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \overrightarrow{MB} \begin{pmatrix} 4 \\ -0,5 \end{pmatrix}$$

ومنه نستنتج أن النقطة M منتصف [AB]

إذا اتبعنا الطريقة الثانية ، سنعيد نفس مراحل المتبعة في المثال

السابق لحساب إحداثيا نقطة منتصف قطعة مستقيمة

تمارين : الأهمية في المعالم

التمرين 01

في المستوى المزود بمعلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$

﴿ وحدة الطول هي السنتيمتر في جميع التمارين ﴾

(1) علم النقط : $A(4; 5)$ ، $B(-3; 3)$ ، $C(2; -2)$

(2) ما نوع المثلث ABC ؟

(3) لتكن D صورة B بالإنسحاب الذي شعاعه $\vec{AC}$

(4) احسب إحداثيات النقطة D

(5) ما نوع الرباعي ABDC ؟

التمرين 02

في المستوى المزود بمعلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

تعطى النقط $A(1; -3)$ ، $B(-3; 5)$ ، $C(3; 3)$.

(1) علم النقط A ، B ، C

(2) احسب الأطوال AB ، AC ، BC

(3) بين أن المثلث ABC قائم و متساوي الساقين . مع التبرير

(4) بين أن $(-1; 1)$ هما إحداثيات النقطة M منتصف $[AB]$

(5) أحسب مركبتي الشعاع $\vec{CM}$

(6) أنشئ النقطة D حيث : $\vec{MD} = \vec{CM}$ ، مينا أن النقطة D

هي نظيرة النقطة C بالنسبة إلى M

(7) ما نوع الرباعي ADBC ؟

(8) أنشئ النقطة A' ، B' ، D' نظائر النقط A ، B ، D بالنسبة

إلى C (على الترتيب)

(9) مانوع الرباعي A'D'B'C ؟

التمرين 03

في المستوى المزود بمعلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$ ،

(1) علم النقطتين $A(-1; 3)$ ، $B(3; 2)$

مثل النقطة G صورة المبدأ O بالإنسحاب الذي شعاعه $\vec{AB}$

(3) احسب المسافة AB

التمرين 04

في المستوى المزود بمعلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

(1) علم نقط : $A(2; 1)$ ، $B(5; 5)$ ، $C(6; 2)$

(2) احسب مركبتي الشعاع $\vec{AB}$

(3) أحسب المسافة AB .

(4) ارسم النقطة D بحيث يكون الرباعي ABCD متوازي

الأضلاع .

(5) اعط إحداثيات النقطة M .

(6) احسب إحداثيات النقطة M مركز التناظر متوازي الأضلاع

التمرين 05

في المستوى المزود بمعلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

(1) علم النقط التالية :

$A(2; 6)$ ، $B(-4; 2)$ ، $C(-2; -1)$ ، $D(4; 3)$

(2) احسب مركبتي الشعاعين $\vec{AB}$ و $\vec{DC}$

(3) هل الرباعي ABCD متوازي الأضلاع ؟ برر إجابتك

(4) أحسب بدقة المسافتين AC و BD

(5) بين أن ABCD مستطيل

التمرين 06

في المستوى المزود بمعلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$

(1) علم النقطتين : $A(-5; 1)$ و $B(1; 5)$

(2) احسب مركبتي الاشعة : $\vec{OA}$ ؛ $\vec{OB}$ ؛ $\vec{AB}$.

(3) أثبت أن المثلث OAB قائم و متساوي الساقين

(4) لتكن (C) الدائرة المحيطة بالمثلث AOB ،

- أحسب نصف قطرها وإحداثيات مركزها .

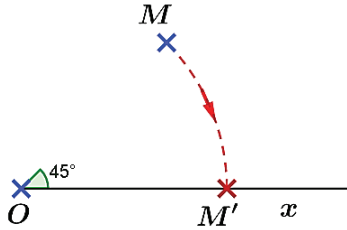
(5) مثل النقطة E صورة A بالإنسحاب الذي شعاعه $\vec{OB}$ ،

ماهي طبيعة الرباعي AEBO ؟

كيفية إنشاء صور أشكال بسيطة بالدوران

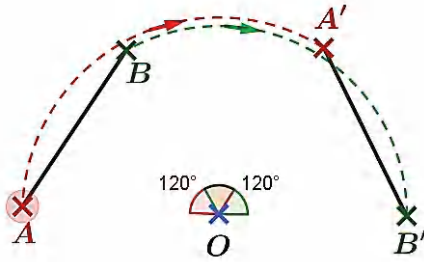
إنشاء النقطة M' صورة M بالدوران الذي مركزه O

- (1) إنشاء نصف المستقيم $[Ox)$ ، مع الانتباه لجهة الدوران
- (2) إنشاء النقطة M' على $[Ox)$ حيث $OM' = OM$



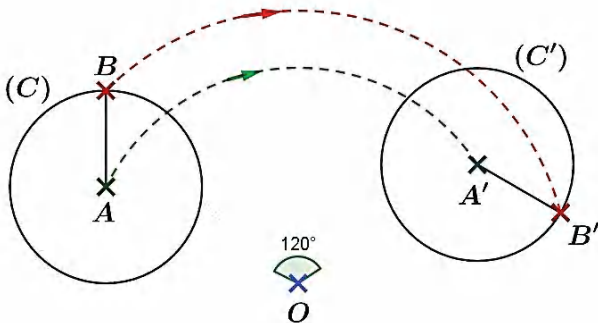
إنشاء صورة القطعة المستقيمة $[AB]$ بالدوران الذي مركزه O

- (1) إنشاء الصورتين A' و B' للنقطتين A و B بهذا الدوران
- و تكون $[A'B']$ هي : $[AB]$



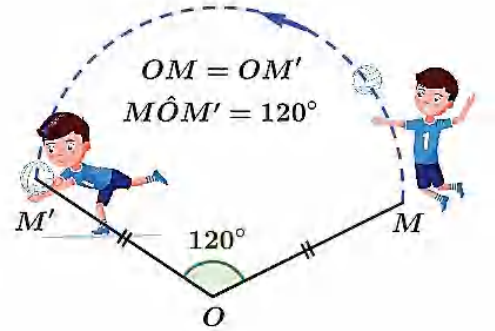
إنشاء صورة دائرة مركزها A بالدوران الذي مركزه O

- (1) إنشاء الصورة A' للنقطة A بهذا الدوران و تكون صورة الدائرة المعطاة هي الدائرة التي مركزها A' ولها نفس نصف القطر الدائرة الأولى



مفاهيم تجريبية للدوران

- إذا قمنا بدوران حول نقطة O بزاوية قياسها α .
- فإن الشكل 1 يتوقع على الشكل 2 .
- نقول أن الشكل 1 هو صورة الشكل 2 بالدوران الذي مركزه O و الزاوية التي قياسها α في اتجاه المختار .



خواص الدوران

- الدوران يحفظ
- الأطوال ، الإستقامة ، الزوايا والمساحات

صور أشكال بواسطة دوران

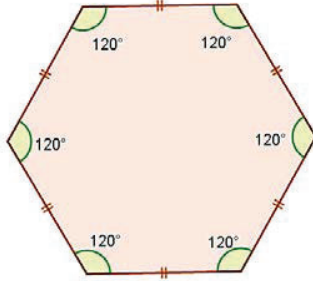
- صورة مستقيم هي مستقيم
- صورة قطعة مستقيمة هي قطعة مستقيمة تقايسها
- صورة نصف مستقيم هو نصف مستقيم
- صورة الدائرة التي مركزها I هي الدائرة التي لها نفس نصف القطر و مركزها I' صورة النقطة I .

ملاحظات

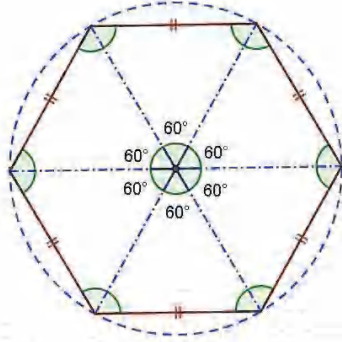
- صورة مستقيمان متعامدان هما مستقيمان متعامدان
- صورة مستقيمان متوازيان هما مستقيمان متوازيان
- صورة مثلث قائم هو مثلث قائم

المضلعات المنتظمة

المضلع المنتظم هو مضلع أضلاعه متقايسة و زواياه لها نفس القيس .



توجد دائرة مارة على جميع رؤوس المضلع المنتظم نقول أن هذه :
الدائرة المحيطة بالمضلع المنتظم و مركزها هو مركز المضلع المنتظم



حساب قيس الزاوية $\hat{AOB}$ لمضلع منتظم مركزه O ، A ، B

رأمان متتاليان للمضلع وعدد أضلاعه n

نقسم الزاوية 360° على n بمعنى : $\hat{AOB} = \frac{360^\circ}{n}$

حساب قيس الزاوية $\hat{ABC}$ لمضلع منتظم مركزه O ، A ، B ، C

هي رؤوس المضلع

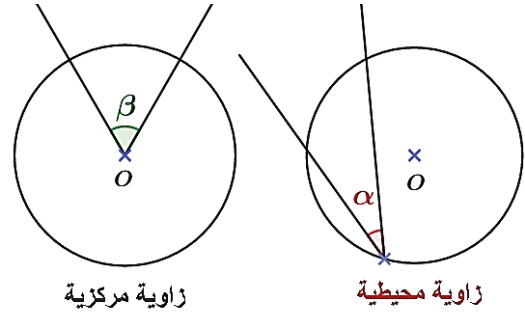
(1) نعين الزاوية المركزية $\hat{AOC}$ التي نرسم نفس القوس التي ترسمه
الزاوية المحيطية $\hat{ABC}$

(2) نستعمل خاصية قيس الزاوية المحيطية $\hat{ABC} = \frac{1}{2} \hat{AOC}$

الزاوية المحيطية والزاوية المركزية

(1) الزاوية المحيطية في دائرة : هي الزاوية المشكلة من وترين للدائرة يلتقيان في نقطة منها .

(2) الزاوية المركزية في دائرة : هي الزاوية التي رأسها هو مركز هذه الدائرة .

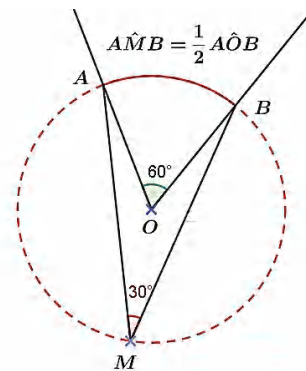


خاصية قيس الزاوية المحيطية

قيس الزاوية المحيطية في دائرة يساوي نصف قيس الزاوية المركزية التي تحصر معها نفس القوس

نقول أن الزاوية $\hat{AOB}$ هي الزاوية المركزية المشتركة مع الزاوية المحيطية $\hat{AMB}$ يعني أنهما يحصران نفس القوس $\widehat{AB}$

$$\hat{AMB} = \frac{1}{2} \hat{AOB}$$



الزاويتان المركزيتان اللتين تحصران نفس القوس متقايسان

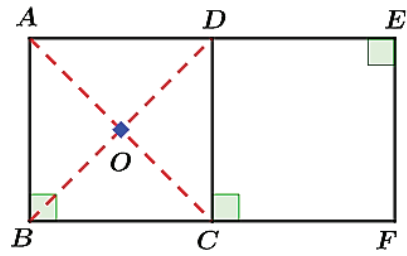
تمارين : الدوران و الزوايا و المضلعات المنتظمة

التمرين 01

- O ، A نقطتان متميزتان من المستوي
- 1) أنشئ النقطة B صورة A بالدوران ذو المركز O و الزاوية 30°
 - 2) أنشئ النقطة C نظيرة النقطة B بالنسبة إلى (OA)
 - 3) برهن أن المثلث BOC متقايس الأضلاع

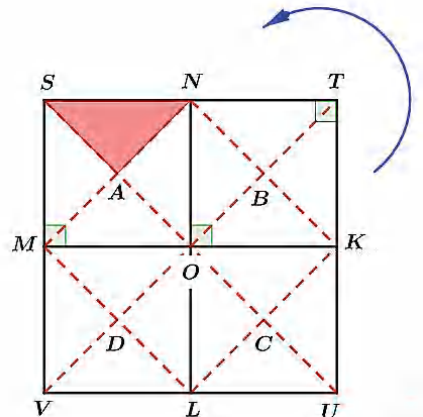
التمرين 02

- 1) الشكل المقابل فيه ABCD ، CDEF مُربعين
- 2) انقل الشكل و أنشئ النقطة G صورة E بالدوران ذو المركز O و الذي يُحول النقطة D إلى A
- 3) استنتج أن : $DE = AG$
- 4) بين أن : $(DE) \perp (AG)$



التمرين 03

- STUV مربع مركزه O ، M ، N ، K ، L منتصفات أضلاعه
- ماهي صورة المثلث ANS (دون تعليل) :
- 1- بالتناظر ذو المركز O
 - 2- بالدوران ذو المركز O و الزاوية 90° (الإتجاه المباشر)
 - 3- بالدوران ذو المركز O و الزاوية 180°
 - 4- بالتناظر بالنسبة للمستقيم (VT)
 - 5- بالإنسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{ML}$



التمرين 04

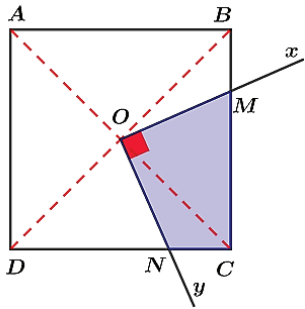
[AB] و [A'B'] قطعتين مستقيمتين لهما نفس الطول
لأن أنشئ النقطة O مركز الدوران الذي يُحول [AB] إلى [A'B']

التمرين 05

- ABC مثلث قائم في A حيث : $AB = 4 \text{ cm}$
و $\widehat{ABC} = 60^\circ$ ، الدائرة ذات المركز B و نصف القطر AB تقطع (AC) في النقطة M .
- 1) أنشئ المثلث ABC ثم صورته بالدوران الذي مركزه B و زاويته 30° (الإتجاه المباشر)

التمرين 06

- ABCD مربع مركزه O ، M نقطة داخل المربع
- 1) أنشئ النقطة N نظيرة M بالنسبة إلى O
 - 2) نعتبر الدوران ذو مركز O و الزاوية 90° و الذي يُحول النقطة B إلى A . هذا الدوران يُحول أيضا M ، N إلى النقطتين E ، F على الترتيب .
 - 3) أنشئ النقطتين E ، F
 - 4) ما هي طبيعة الرباعي MENF ، علل إجابتك



التمرين 07

- الشكل المقابل في المربع ABCD مساحته 32 cm^2 ، و نصفي المستقيمين [Ox) و [Oy) .
الذين يقطعان على الترتيب القطعتين [BC] و [CD]
- في النقطتين M و N ، فنحصل على الزاوية $\widehat{MON}$ القائمة في O
- 1) أحسب المساحة الملونة عندما تدور $\widehat{MON}$ حول النقطة O
 - 2) ما هي صورة المثلث OMB بالدوران الذي مركزه O و زاويته قيسها 90° (الإتجاه المعاكس)
 - 3) بين أن المساحة الملونة تساوي مساحة المثلث OBC .

تمارين : الدوران و الزوايا و المضلعات المنتظمة

التمرين 08

ABC مثلث قائم في B ، O منتصف وتر هذا المثلث بحيث :

$$\widehat{BAC} = 30^\circ$$

(1) ارسم الدائرة المحيطة بالمثلث ABC

(2) لتكن G نقطة من القوس (الصغرى) $\widehat{AB}$ ، أحسب

قيس الزاوية $\widehat{AGB}$

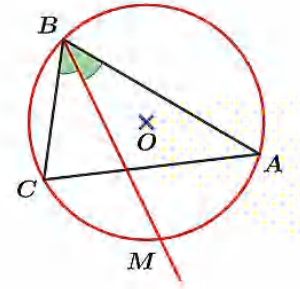
التمرين 09

الشكل المقابل فيه :

النقطة O هي مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC . منتصف الزاوية

$\widehat{ABC}$ يقطع الدائرة في النقطة M .

• ما نوع المثلث AMC ؟ برر إجابتك

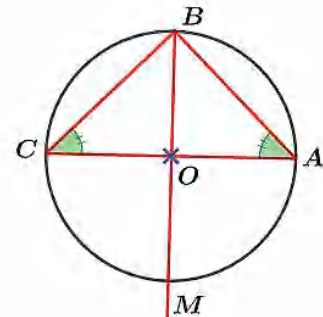


التمرين 10

ABC مثلث قائم في B و متساوي الساقين

لتكن M نقطة من القوس $\widehat{AC}$ الذي لا يشمل النقطة B

• بين ان (BM) منتصف الزاوية $\widehat{AMC}$



التمرين 11

ABC مثلث ، (C) الدائرة المحيطة بهذا المثلث. المستقيم (d)

هو محور القطعة [AB] ، والذي يقطع (C) في النقطة E

من القوس $\widehat{AB}$ الذي لا يشمل النقطة C .

(1) بين أن : $\widehat{ACE} = \widehat{ABE}$

(2) ما نوع المثلث AEB

(3) بين أن المستقيم (EC) هو منتصف الزاوية $\widehat{ACB}$

التمرين 15

في المستوي المزود بمعلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ ،

وحدة الطول هي السنتيمتر .

(1) علم النقط : $A(2; 3)$ ، $B(5; 6)$ ، $C(7; 4)$

(2) نقبل أن $AB = 3\sqrt{2}$ ، $BC = 2\sqrt{2}$

أحسب المسافة AC ، ثم أثبت أن المثلث ABC قائم في B

(3) مثل النقطة D ، صورة النقطة A بالدوران ذو المركز B

و الزاوية 90° ، في اتجاه عكس عقارب الساعة .

مثل النقطة M حيث : $\vec{BM} = \vec{BC} + \vec{BA}$

ما هي طبيعة الرباعي ABCM ؟

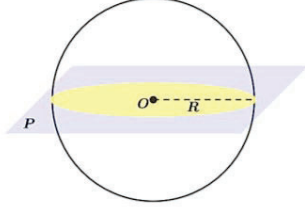
(4) مثل النقطة N صورة D بالإنسحاب الذي شعاعه $\vec{BA}$

(5) بين أن النقط B ، C ، D على استقامة واحدة . علل

(6) اثبت النقط A ، B ، M على استقامة واحدة

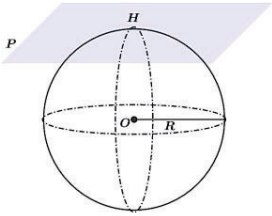
الحالة 02 : $OH = 0$

الدائرة الناتجة من قطع الكرة بمستوي P ، لها للكرة نفس المركز O و نفس نصف القطر R للكرة نقول أنها : أكبر دائرة للكرة



الحالة 03 : $OH = R$

الدائرة الناتجة عن قطع الكرة بالمستوي P لها مركز S أو N و نصف قطر يساوي الصفر .
نقول أن : المستوي P مماس للكرة في S أو N



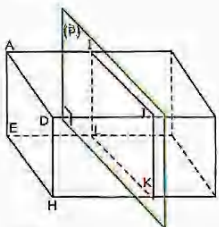
ملاحظة

إذا كان $OH > R$ فإن المستوي P لا يقطع الكرة

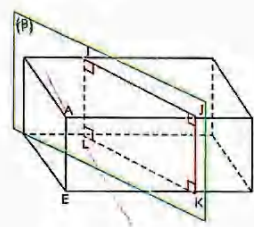
مقطع لمتوازي المستطيلات

مقطع متوازي مستطيلات بمستوي :

- (1) يوازي أحد أوجهه هو مستطيل له نفس بعدي الوجه الموازي .
- (2) يوازي أحد أحرفه هو مستطيل طوله أو عرضه يساوي طول ذلك الحرف .



مقطع موازي لأحد الوجه
(وجه الجانبي)



مقطع موازي لأحد الأحرف

تعريف بالكرة والجلة

الكرة التي مركزها O و نصف قطرها R ، هي مجموعة النقط M

بحيث : $OM = R$

الجلة التي مركزها O و نصف قطرها R ، و هي مجموعة النقط M

بحيث : $OM \leq R$



مساحة الكرة وحجم الجلة

مساحة الكرة	حجم الجلة
$A = 4\pi R^2$	$V = \frac{4}{3}\pi R^3$

مقطع لكرة بمستوي

مقطع كرة بمستوي هو دائرة

ملاحظة

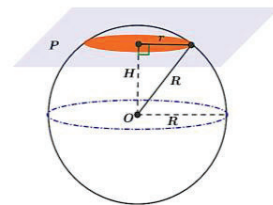
[NS] قطر كرة مركزها O ، P هو المستوي العمودي على [NS]

في H نقول ان : OH هي المسافة بين O و P المستوي .

الحالة 01 : $0 < OH < R$

- (1) الدائرة الناتجة من قطع الكرة بمستوي P مركزها H . من أجل كل نقطة من هذه الدائرة ، المثلث قائم في تلك النقطة
- (2) في الدائرة نصف قطرها r .

يعطى بالقاعدة : $r = \sqrt{R^2 - OH^2}$



تكبير أو التصغير بالنسبة K

- (1) تكبير مجسم معناه : ضرب كل أبعاده بالنسبة K بحيث :
 $K > 1$
- (2) تصغير مجسم معناه : ضرب كل أبعاده بالنسبة K بحيث :
 $0 < K < 1$
- (3) تكبير و تصغير مجسمات لا يغيران طبيعتها .
- (4) أثناء التكبير أو التصغير أبعاد المجسم بالنسبة K فإن :
مساحته تضرب بالنسبة K^2 و حجمه يضرب بالنسبة K^3

تذكير بالمكتسبات القبلية

متوازي المستطيلات

الحجم	المساحة
$V = a \times b \times h$	$S = 2(a \times b + a \times h + b \times h)$

مكعب

الحجم	المساحة
$V = a^3$	$S = 6 \times a^2$

أسطوانة الدوران

الحجم	المساحة
$V = \pi \times R^2 \times h$	$S = 2 \times \pi \times R (h + R)$

الهرم

الحجم	المساحة
$V = B \times h$	$S = B \times \left(\text{عدد أوجه} \times \frac{a \times c}{2} \right)$

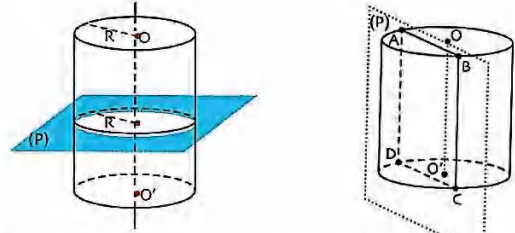
B مساحة القاعدة

المخروط الدوران

الحجم	المساحة
$V = \frac{1}{3} \times h \times \pi \times R^2$	$S = \pi \times R \times h + \pi \times R^2$

مقطع لأسطوانة دورانية

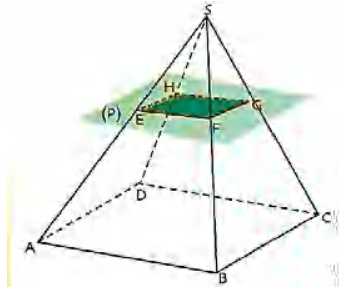
- (1) مقطع أسطوانة نصف قطرها R بمستوي عمودي على المحور : هو دائرة نصف قطرها R مركزها ينتمي إلى المحور . $\Rightarrow$ مواز و مطابق لقاعدته $\Rightarrow$
- (2) موازي للمحور : هو مستطيل طوله أو عرضه يساوي إرتفاع الأسطوانة .



المستوي موازي لمحور الأسطوانة المستوي عمودي على محور الأسطوانة

مقطع لهرم

- مقطع هرم بمستوي موازي لقاعدته هو تصغير لقاعدته
- أضلاعها موازي لأضلاع قاعدة الهرم



مقطع لمخروط دوراني

- مقطع مخروط دوراني بمستوي موازي لقاعدته هو دائرة مصغرة لقاعدته ، مركزها ينتمي إلى إرتفاع المخروط

