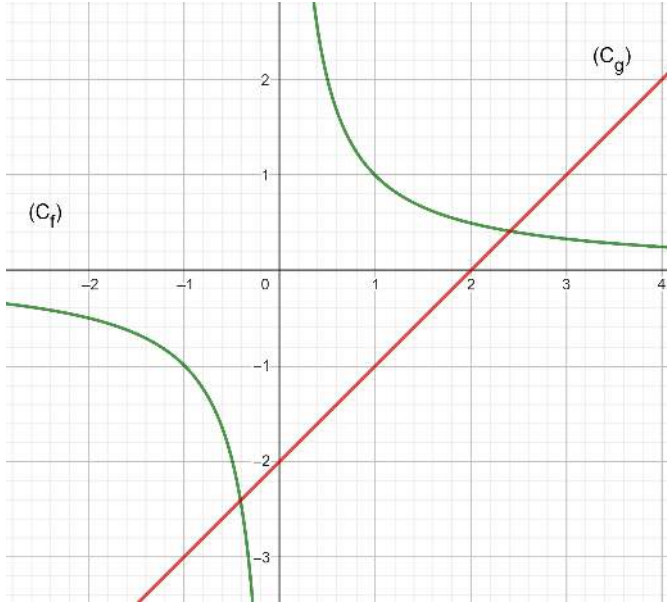


تمرين 01



(i) ليكن (C_f) و (C_g) التمثيلين البيانيين على الترتيب للدالتين f و g في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس.

- 1 بقراءة بيانية عين $f(1)$ ، $f(-1)$ ، $g(3)$ ، $g(1)$
ثم استنتج $(f \circ g)(3)$ ، $(f + g)(1)$ ، $(2f \times g)(1)$.

2 نضع $f(x) = \frac{1}{x}$; $D_f = \mathbb{R} - \{0\}$

$g(x) = x - 2$; $D_g = \mathbb{R}$

(أ) عين $D_{f \circ g}$

(ب) أحسب $(f \circ g)(x)$

(ii) لتكن h دالة معرفة على $\mathbb{R} - \{2\}$ بـ $h(x) = \frac{x-1}{x-2}$ وليكن (C_h) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1 هل الدالتين $f \circ g$ و $h - 1$ متساويتين ؟ علل.

2 بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R} - \{2\}$ لدينا: $h(x) = 1 + \frac{1}{x-2}$.

3 فكك الدالة h إلى دالتين بسيطتين u و v حيث: $h = u \circ v$.

4 أدرس إتجاه تغير الدالة h على المجال $]-\infty; 2[$ ثم على المجال $]2; +\infty[$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.

5 بين أن النقطة $\omega(2; 1)$ مركز تناظر لـ (C_h) .

6 اشرح كيفية رسم (C_h) ثم أرسمه في المعلم $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

بالتوفيق

تمرين 01

(i)

1 $g(1) = -1$ ، $g(3) = 1$ ، $f(-1) = -1$ ، $f(1) = 1$
 $(2f \times g)(1) = (2f)(1) \times g(1) = 0$ ، $(f+g)(1) = f(1) + g(1) = 1 + (-1) = 0$ ، $(f \circ g)(3) = f(g(3)) = f(1) = 1$
 $\bullet 2f(1) \times g(1) = 2 \times 1 \times (-1) = -2$

2 (أ) تعيين $D_{f \circ g}$

$$D_{f \circ g} = \{x \in D_g \text{ et } g(x) \in D_f\}$$

$$D_{f \circ g} = \{x \in \mathbf{R} \text{ et } (x-2) \in \mathbf{R} - \{0\}\}$$

$$D_{f \circ g} = \{x \in \mathbf{R} \text{ et } x-2 \neq 0\}$$

$$D_{f \circ g} = \{x \in \mathbf{R} \text{ et } x \neq 2\}$$

$$D_{f \circ g} = \{x \in \mathbf{R} \text{ et } x \in \mathbf{R} - \{2\}\}$$

$$D_{f \circ g} = \mathbf{R} - \{2\}$$

(ب) حساب $(f \circ g)(x)$

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(x-2) = \frac{1}{x-2}$$

(ii)

1 نعم الدالتين $f \circ g$ و $h-1$ متساويتينالتعليل: لدينا $D_{h-1} = D_h = \mathbf{R} - \{2\}$

$$(h-1)(x) = h(x) - 1 = \frac{x-1}{x-2} - 1 = \frac{x-1}{x-2} - \frac{1(x-2)}{x-2} = \frac{x-1-x+2}{x-2} = \frac{1}{x-2} = (f \circ g)(x)$$

2 بيان أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbf{R} - \{2\}$ لدينا: $h(x) = 1 + \frac{1}{x-2}$

$$1 + \frac{1}{x-2} = \frac{1(x-2)}{x-2} + \frac{1}{x-2} = \frac{x-2+1}{x-2} = \frac{x-1}{x-2}$$

3 تفكيك الدالة h إلى مركب دالتين بسيطتين u و v حيث: $h = u \circ v$

$$x \xrightarrow{v} x-2 \xrightarrow{u} 1 + \frac{1}{x-2}$$

$$\underbrace{\hspace{10em}}_{u \circ v}$$

و منه $f = u \circ v$ حيث $u(x) = 1 + \frac{1}{x}$ ، $v(x) = x-2$ 4 دراسة اتجاه تغير الدالة h على المجال $] -\infty; 2[$: لدينا v دالة تألفية (من الشكل $ax+b$ حيث $a=1$) و منه $a > 0$ إذن الدالة v متزايدة تماماً على المجال $] -\infty; 2[$. (1) ...لدينا $] -\infty; 0[= v(] -\infty; 2[)$ و الدالة v حيث $x \mapsto 1 + \frac{1}{x}$ هي مجموع الدالة مقلوب والعدد الحقيقي 1 لها نفس اتجاه تغير الدالة مقلوب و منه فهي متناقصة تماماً على المجال $] -\infty; 0[$ (2) ...من (1) و (2) وحسب مبرهنة اتجاه تغير مركب دالتين فإن الدالة h متناقصة تماماً على المجال $] -\infty; 2[$.

5 بيان أن النقطة $\omega(2;1)$ مركز تناظر لـ (C_h) :

من أجل كل $x \in D_h$ فإن $(4-x) \in D_h$ لأن لدينا $x \in D_h$ ومنه $x \neq 2$ ومنه $-x \neq -2$ ومنه $4-x \neq -2+4$ ومنه $4-x \neq 2$ ومنه $(4-x) \in D_h$ ومنه $(4-x) \in \mathbb{R} - \{2\}$ ومن جهة أخرى لدينا

$$f(4-x) + f(x) = 1 + \frac{1}{4-x-2} + 1 + \frac{1}{x-2} = 2 - \frac{1}{x-2} + \frac{1}{x-2} = 2 = 2 \times 1 = 2b$$

6 شرح كفية رسم (C_h) :

(C_h) هو صورة بيان الدالة مقلوب بالإنسحاب الذي شعاعه $\vec{v}(2;1)$

