

الرابعة متوسط



$$E=mc^2$$

# الرياضيات

## دروس وملخصات

الأستاذ عباسي للرياضيات



ABC

## ① جمع عددين نسيين

### لجمع عددين من نفس الإشارة:

نجمع مسافتهم إلى لصفر ونضع أمام النتيجة الإشارة المشتركة.

مثال

$$(-4.2) + (-8) = -12.2 \quad \leftarrow \text{(نجمع القيمتين ونأخذ الإشارة المشتركة السالبة) -}$$

$$(+4.2) + (+8) = +12.2 \quad \leftarrow \text{(نجمع القيمتين ونأخذ الإشارة المشتركة الموجبة) +}$$

### لجمع عددين من إشارتين مختلفتين:

نطرح المسافة الأصغر إلى الصفر من المسافة إلى الأكبر ونضع أمام النتيجة إشارة العدد الذي له أكبر مسافة إلى الصفر:

مثال

$$(-2) + (+9) = +7 \quad \leftarrow \text{(لطح القيمة الصغرى من الكبرى ونأخذ إشارة أكبرهما) +}$$

$$(+2.5) + (-9) = -6.5 \quad \leftarrow \text{(لطح القيمة الصغرى من الكبرى ونأخذ إشارة أكبرهما) -}$$

## ② طرح عددين نسيين

### لطرح عددين نسبين:

نجمع العدد الأول ومعاكس العدد الثاني (بتطبيق قاعدة الجمع)

مثال

$$(+13) - (-9) = (+13) + (+9) = +22$$

$$(-8) - (+5.5) = (-8) + (-5.5) = -13.5$$

## ③ جمع وطرح عددين ناطقين

### لجمع أو (طرح) عددين ناطقين لهما نفس المقام:

نجمع (أو نطرح) بسطيهما ونحتفظ بنفس المقام.

$a, b, c$  أعداد نسبية حيث  $c \neq 0$

$$\frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c}$$

أو

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

مثال

$$-\frac{1}{5} + \frac{4}{5} = \frac{-1+4}{5} = \frac{3}{5} \quad \leftarrow \text{(نجمع البسطين ونحتفظ بالمقام 5)}$$

$$\leftarrow \frac{8}{7} - \frac{12}{7} = \frac{8-12}{7} = \frac{-4}{7}$$

لجمع أو طرح عددين ناطقين لهما مقامان مختلفان:

نكتبهما بنفس المقام (نوجد مقاميهما) ونطبق عندئذ القاعدة السابقة.

مثال

$$\leftarrow -\frac{2}{3} - \frac{1}{6} = -\frac{4}{6} - \frac{1}{6} = \frac{-4-1}{6} = \frac{-5}{6}$$

$$-5 + \frac{3}{2} = \frac{-5 \times 2}{1 \times 2} + \frac{3}{2} = \frac{-10}{2} + \frac{3}{2} = \frac{-10+3}{2} = \frac{-7}{2}$$

#### 4 ضرب وقسمة عددين ناطقين

لضرب عددين ناطقين:

نقوم بضرب بسط العدد الأول في بسط العدد الثاني ومقام العدد الأول في مقام العدد الثاني مع مراعاة إشارتهما:  
 $a, b, c, d$  أعداد نسبية حيث:  $c \neq 0$  و  $d \neq 0$

$$\frac{a}{c} \times \frac{b}{d} = \frac{a \times b}{c \times d}$$

مثال

$$4 \times \frac{11}{7} = \frac{4 \times 11}{7} = \frac{44}{7} \quad , \quad -\frac{1}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{-1 \times 4}{3 \times 5} = \frac{-4}{15}$$

لقسمة عددين ناطقين:

نقوم بضرب العدد الناطق الأول في مقلوب العدد الثاني ونطبق قاعدة الضرب.  
 $a, b, c, d$  أعداد نسبية حيث:  $c \neq 0$  و  $d \neq 0$

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{a \times d}{b \times c}$$

مثال

$$\leftarrow \frac{-2}{3} \div \frac{5}{4} = \frac{-2}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{-2 \times 4}{3 \times 5} = \frac{-8}{15}$$

(نضرب الكسر الأول  $\frac{-2}{3}$  في مقلوب الكسر الثاني، أي  $\frac{4}{5}$ )

### ٥ قوى عدد نسبي:

قواعد الحساب على قوى عدد نسبي:

$a$  ،  $b$  عددان غير معدومين و  $m$  و  $n$  عددان صحيحان نسبيا:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n} \cdot (ab)^n = a^n \times b^n \cdot (a^m)^n = a^{m \times n} \cdot \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \cdot a^m \times a^n = a^{m+n}$$

أمثلة

$$7^2 \times 7^{-5} = 7^{2-5} = 7^{-3}$$

$$\frac{5^{10}}{5^2} = 5^{10-2} = 5^8$$

$$\frac{7^3}{7^{-2}} = 7^{3+2} = 7^5$$

$$(13^2)^{-5} = 13^{2 \times (-5)} = 13^{-10}$$

$$6^5 \times 5^5 = (6 \times 5)^5 = 30^5$$

ملاحظات

☆ قوة عدد نسبي موجب هي عدد موجب دوما.

☆ قوة عدد نسبي سالب هي عدد موجب إذا كان الأس عدد زوجيا، وهي عدد سالب إذا كان الأس عددا فرديا.

مثال

$$(-5)^4 = 625 \quad \leftarrow \text{عدد موجب لأن الأس 4 عدد زوجي}$$

$$(-5)^5 = -3125 \quad \leftarrow \text{عدد سالب لأن الأس 4 عدد فردي}$$

⊗ العبارات الحرفية

أمثلة

$$5y + 2y = (5 + 2)y = 7y$$

$$12x + 5x - 3x = (12 + 5 - 3)x = 14x$$

$$3x \times 4x = (3 \times 4)(x \times x) = 12x^2$$

تبسيط عبارة مجموع:

لتبسيط عبارة مجموع يشترط تشابه الحدود.

تبسيط عبارة جداء:

لتبسيط عبارة جداء ضرب المعامل في المعامل.

## مثال

$$E = x^2 + 2x + 3 \text{ من أجل } x = 2$$

$$E = (2)^2 + 2 \times 2 + 3 = 4 + 4 + 3 = 11$$

## أمثلة

$$a(b + c - d) = ab + ac - ad$$

$$(a + b)(c - d) = ac - ad + bc - bd$$

$$2(3x^2 + 2x - 3) = 6x^2 + 4x - 6$$

$$(2x - 3)(3x + 1) = 6x^2 + 2x - 9x - 3$$

$$= 6x^2 - 7x - 3$$

## أمثلة

$$x + 6 = 30 \text{ ومنه } x + 6 = 24 + 6 \leftarrow x = 24$$

$$x - 3 = -7 \text{ ومنه } x - 4 = -4 - 3 \leftarrow x = -3$$

## أمثلة

$$3x = 9 \text{ ومنه } 3x = 3 \times 3 \leftarrow x = 3$$

$$\frac{x}{3} = 1 \text{ ومنه } \frac{x}{3} = \frac{3}{3} \leftarrow x = 3$$

## أمثلة

$$x < 7 \text{ ومنه } x + 4 < 3 + 4 \leftarrow x < 3$$

$$x > 7 \text{ ومنه } x + 4 > 3 + 4 \leftarrow x > 3$$

## حساب قيمة عبارة حرفية:

لحساب قيمة عبارة حرفية من أجل قيمة للمتغير نعوض القيمة في المتغيرات.

## تشر عبارة حرفية:

النشر هو كتابة الجداء على شكل مجموع (توزيع الضرب على الجمع أو الطرح)

## ✳️ المساويات والعمليات

## المساويات والجمع والطرح:

إذا كان  $a = b$  فإن:  $a + c = b + c$  و  $a - c = b - c$  (لا تتغير المساواة)

## المساويات والضرب والقسمة:

إذا كان  $a = b$  فإن:  $a \times c = b \times c$  و  $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$  (لا تتغير المساواة)

## ✳️ المتباينات والعمليات

## المتباينات والجمع والطرح:

★ إذا كان  $a > b$  فإن:  $a + c > b + c$  و  $a - c > b - c$

★ إذا كان  $a < b$  فإن:  $a + c < b + c$  و  $a - c < b - c$

### أمثلة

$$\begin{aligned} -3x > -9 \quad \text{و} \quad 3x < 9 &\iff x < 3 \\ -3x < -9 \quad \text{و} \quad 3x > 9 &\iff x > 3 \\ \frac{-x}{3} < -1 \quad \text{و} \quad \frac{x}{3} > 1 &\iff x > 3 \\ \frac{-x}{3} > -1 \quad \text{و} \quad \frac{x}{3} < 1 &\iff x < 3 \end{aligned}$$

### المتباينات والضرب والقسمة:

☆ إذا كان  $a < b$  و  $c > 0$  فإن:  $a \times c < b \times c$  و  $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$   
 ☆ إذا كان  $a < b$  و  $c < 0$  فإن:  $a \times c > b \times c$  و  $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$   
 إذا ضربنا طرفي المتباينة في عدد موجب فإن المتباينة لا تتغير، أما إذا ضربنا طرفي المتباينة في عدد سالب فإن المتباينة تتغير.

### المثلثات

### مستقيم المنتصفين في المثلث

#### خاصية 01

إذا شمل مستقيم منتصفي ضلعين فإنه يوازي المستقيم المقابل

#### خاصية 02

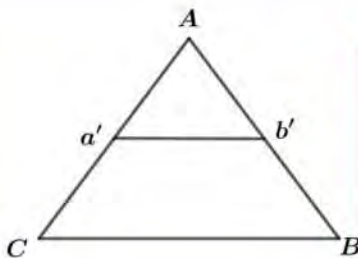
طول القطعة الواصلة بين منتصفي ضلعين تساوي نصف طول الضلع المقابل

#### خاصية 03 (العكسية)

إذا شمل مستقيم نصف ضلع واحد ويوازي الضلع المقابل فإنه يقطع الضلع الآخر في المنتصف.

### ☆ تناسية الأطوال في المثلث (خاصية طالس)

### مثال



$a'$  نقطة من  $[AC]$  و  $b'$  نقطة من  $[AB]$   
 $(a'b') \parallel (CB)$   
 إذن  $\frac{Aa'}{AC} = \frac{Ab'}{AB} = \frac{a'b'}{CB}$

إذا كان مستقيم يقطع المثلث في نقطتين ويشكل مثلث آخر فإن أطوال المثلثين متناسبة على الترتيب.

## ☆ استخدام نظرية طالس

تستخدم نظرية طالس لقياس الأطوال المجهولة في المثلث

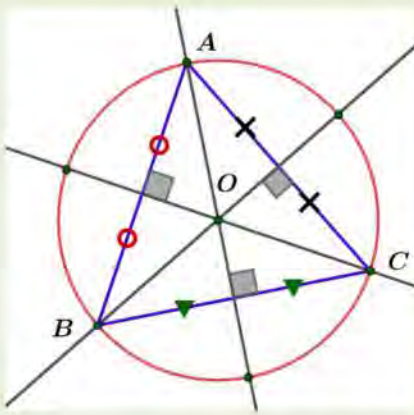
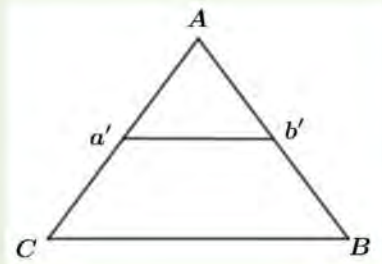
$$(a'b') // (CB) \text{ و } CB = 12, Ab' = 3, AB = 6$$

☆ حساب الطول  $a'b'$ 

$$\text{☆ حسب نظرية طالس فإن: } \frac{Aa'}{AC} = \frac{Ab'}{AB} = \frac{a'b'}{CB}$$

$$\text{نأخذ النسبة } \frac{Ab'}{AB} = \frac{a'b'}{CB} \text{ ومنه } \frac{3}{6} = \frac{a'b'}{12} \text{ إذن: } a'b' = \frac{12 \times 3}{6} \text{ ومنه } a'b' = 6$$

## ☆ المحاور



المحور في المثلث هو مستقيم يعامد الضلع في منتصفه تتقاطع محاور المثلث الثلاثة في نقطة هي مركز الدائرة المحيطة بالمثلث.

## سأتعلم في هذا المقطع

- ❖ حساب جُداء عددين نسبيين
- ❖ حساب حاصل قسمة عددين نسبيين

## المعارف

### 1. جداء عددين نسبيين

لضرب عددين نسبيين

أ. نحدد إشارة الجداء :

- إذا كان للعددين نفس الإشارة فإن جداءهما موجب

- إذا كان للعددين إشارتين مختلفتين فإن جداءهما سالب

ب. ثم نضرب مسافتيهما إلى الصفر .

### ملاحظة :

مهما يكن العدد النسبي  $x$  ،

$$x \times 0 = 0 \text{ و } 0 \times x = 0 , x \times 1 = x \text{ و } 1 \times x = x$$

عند ضرب عدد نسبي في  $-1$  نحصل على معاكسه

$$x \times (-1) = -x , \text{ مهما يكن العدد النسبي } x$$

### تطبيق

1. دون إجراء حسابات حدد إشارة كل جُداء مما يأتي :

$$\begin{array}{l|l} C = (-42,83) \times (-491,7) & A = 5,1 \times (-76,9) \\ D = 4,5 \times 13 & B = -2,7 \times 97,4 \end{array}$$

2. احسب الجداءات الآتية :

$$\begin{array}{l|l} (-9) \times (+5) & (+5) \times (+2) \\ -5 \times 4 & 4 \times (-6) \\ (-7) \times (-2) & (+3) \times (-4) \\ -0,1 \times 0,2 & 9,56 \times (-10) \end{array}$$

## 2. إشارة جُداء أعداد نسبية

- إذا تضمن الجُداء عددا فرديا من العوامل السالبة يكون سالبا
- إذا تضمن الجُداء عددا زوجيا من العوامل السالبة يكون موجبا
- عند ضرب عدة أعداد نسبية ، يُمكن إجراء الحساب بأي ترتيب نشاء للعوامل .

### تطبيق

أحسب بدون استعمال حاسبة

$$A = (-4) \times (+0,27) \times (-25)$$

$$B = (-1) \times 4 \times (-5) \times (-0,25)$$

### 3. قسمة عددين نسبيين

- حاصل قسمة العدد النسبي  $a$  على العدد النسبي غير معدوم  $b$

هو العدد الذي إذا ضربناه في  $b$  نحصل على  $a$  . ونرمز إليه بـ  $\frac{a}{b}$

- لحساب حاصل قسمة عددين نسبيين ، نستعمل نفس قواعد

الإشارات الخاصة بالضرب و نقوم بقسمة المسافتين إلى الصفر .

### ملاحظة

مهما يكن العدد النسبي  $x$

$$\frac{x}{x} = 1 \text{ و } \frac{0}{x} = 0 , x \neq 0 , \text{ إذا كان } \frac{x}{-1} = -x ; \frac{x}{1} = x$$

### تطبيق

أحسب مايلي :

$$\frac{-27}{-2} ; \frac{2}{-3} ; \frac{18}{6} ; \frac{(-5,2)}{4}$$

#### 4. مقلوب عدد نسبي غير معدوم

- إذا كان جُداء عددين نسبيين **مساويا لـ 1** ، نقول إن أحدهما مقلوب الآخر .

- مقلوب عدد نسبي غير معدوم  $x$  هو **حاصل قسمة 1 على  $x$**  ، ونرمز له بالرمز  $\frac{1}{x}$  .

- قسمة عدد نسبي  $a$  على عدد نسبي غير معدوم  $b$  تعني **ضرب  $a$  في مقلوب  $b$**

#### تطبيق

احسب ذهنيا حاصل القسمة في كل مما يأتي :

$$\frac{2,3}{-0,1} ; \frac{-6}{0,2} ; \frac{-17}{0,5}$$

#### 5. القيمة المضبوطة و القيم المقربة لحاصل قسمة

- إذا كان حاصل قسمة ليس عددا عشريا ، يمكن إعطاء قيمة مقربة له .

#### تطبيق

1. اعط القيمة المضبوطة لحاصل القسمة  $\frac{-9,2}{4}$

2. ماهي إشارة حاصل قسمة 2 على -3 ؟

3. أنجز القسمة العشرية للعدد 2 على 3 ، هل يُمكن كتابة حاصل قسمة 2 على 3 كتابة عشرية ؟

4. استنتج قيمة مقربة بالنقصان و أخرى بالزيادة إلى الجزء من عشرة لحاصل قسمة 2 على 3 .

5. استنتج قيمة مقربة بالنقصان و أخرى بالزيادة إلى الجزء من عشرة لحاصل قسمة 2 على -3 .

## سأتعلم في هذا المقطع

- ❖ مفهوم العدد الناطق ، و العمليات على الكسور و الأعداد الناطقة .
- ❖ مقارنة عددين ناطقين .
- ❖ تعيين مقلوب عدد غير معدوم .

## المعارف

### 1. العدد الناطق

نُسمي عددا ناطقا ، حاصل قسمة عدد نسبي  $a$  على عدد نسبي غير معدوم  $b$  .

### 2. مقارنة عددين ناطقين

$a$  و  $b$  عددان نسيبان حيث :  $b \neq 0$

$$\frac{a}{-b} = \frac{-a}{b} = -\frac{a}{b} ; \quad \frac{-a}{-b} = \frac{a}{b}$$

- لا يتغير حاصل قسمة عددين نسيبين إذا ضربنا (أو قسمنا) كلا من البسط و المقام في نفس (على نفس) العدد غير المعدوم.

لـ  $a, b, k$  أعداد نسبية حيث :  $b \neq 0$  و  $k \neq 0$

$$\frac{a}{b} = \frac{a \div k}{b \div k} \quad \text{و} \quad \frac{a}{b} = \frac{(a \times k)}{b \times k}$$

لـ  $a, b, c, d$  أعداد نسبية حيث  $b \neq 0$  و  $d \neq 0$

■ إذا كان :  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$  فإن :  $a \times d = b \times c$

■ إذا كان :  $a \times d = b \times c$  فإن :  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

### تطبيق

1. من بين الأعداد الناطقة الآتية ، حدد المتساوية منها .

$$\frac{6}{7} ; \frac{6}{-7} ; \frac{-6}{-7} ; \frac{-6}{7}$$

2. حدد في السلسلة الآتية حاصل القسمة الذي لا يساوي بقية الحواصل.

$$\frac{-2}{-0,75} ; \frac{32}{12} ; \frac{18}{13} ; \frac{-20}{-7,5} ; \frac{16}{6} ; \frac{-8}{-3}$$

3. وحد مقامي الكسرين  $\frac{3}{8}$  و  $\frac{13}{20}$

## 3. جمع و طرح أعداد ناطقة

$a, b, c$  أعداد نسبية ، حيث :  $b \neq 0$

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{b} = \frac{(a - c)}{b} \quad \blacksquare \quad \frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{(a + c)}{b} \quad \blacksquare$$

- جمع أو طرح عددين ناطقين بمقامين مختلفين :

نبدأ بتوحيد مقاميهما ، ثم نطبق القاعدة التي تسمح بحساب مجموع عددين ناطقين لهما نفس المقام (الخاصية السابقة)

### تطبيق

أحسب مايلي :

$$\frac{5}{7} - \frac{9}{7} ; \frac{-4}{3} + \frac{2}{3} ; \frac{-1}{12} + \frac{7}{4} ; \frac{4}{2} - \frac{7}{3} ; \frac{-2}{1,5} + \frac{3}{5}$$

## 4. ضرب عددين ناطقين

$a, b, c, d$  أعداد نسبية ، حيث  $b \neq 0$  و  $d \neq 0$

$$a \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{d} \quad \blacksquare \quad \frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d} \quad \blacksquare$$

### تطبيق

أحسب مايلي :

$$\frac{4}{13} \times \frac{7}{-5} ; -3 \times \frac{6}{5}$$

## 5. مقلوب عدد ناطق غير معدوم

$a, b$  عددان نسيبان غير معدومين

مقلوب العدد  $\frac{a}{b}$  هو العدد  $\frac{b}{a}$

$$\frac{a}{b} \times \frac{b}{a} = \frac{a \times b}{b \times a} = 1$$

### تطبيق

مقلوب  $\frac{-5}{3}$  هو .... ، مقلوب  $\frac{1}{2}$  هو ... أي ...

6. حاصل قسمة عددين ناطقين

$a, b, c, d$  أعداد نسبية ، حيث  $b \neq 0, c \neq 0, d \neq 0$

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$$

تطبيق

احسب مايلي :

$$3 \div \frac{4}{5} ; \quad \frac{-4}{9} \div \frac{2}{7}$$

## سأتعلم في هذا المقطع

- ❖ نشر و تبسيط عبارة حرفية حساب قيمتها .
- ❖ تريض مشكلات و حلها بتوظيف المعادلات ،
- و استعمال الخواص المتعلقة بالمساويات و العمليات .
- ❖ استعمال الخواص المتعلقة بالتباينات و العمليات في وضعيات بسيطة .

## المعارف

### 1. تبسيط عبارة حرفية

- تبسيط عبارة حرفية يعني كتابتها بأقل ما يمكن من الحدود .

#### ملاحظة

- عند حساب قيمة عبارة حرفية من أجل قيمة ( أو عدة قيم ) عددية للحرف ، يكون من الأسهل تبسيط العبارة الحرفية ، عندما يكون هذا ممكناً ، قبل إجراء الحسابات .

#### تطبيق

- بسط العبارة الحرفية  $A = 9x^2 + 4x^2 - x^2$  ، ثم أحسب قيمة A من أجل :  $x = -2$  .

### 2. حذف الأقواس

- يؤول إضافة مجموع جبري إلى إضافة كل حد من حدوده .

$a, b, c$  أعداد ناطقة ، لدينا :

$$a + (b + c) = a + b + c$$

- في عبارة حرفية يمكن حذف القوسين المسبوقتين بالاشارة « + »
- و ذلك دون تغيير إشارات الحدود الموجودة بين القوسين .
- يؤول طرح مجموع جبري إلى طرح معاكس كل حد من حدوده

$a, b, c$  أعداد ناطقة ، لدينا

$$a - (b + c) = a - b - c$$

- في عبارة حرفية يمكن حذف القوسين المسبوقتين بالاشارة « - »
- مع تغيير إشارة كل حد موجود بين القوسين .

## تطبيق

اكتب العبارات الآتية بدون أقواس

$$4a - (-5 + a) ; -1 + (-3x + 4)$$

$$-3b + 4 + (-b - 5) ; 5 - 2y - (7 - 4y)$$

### 3. نشر عبارات حرفية من الشكل $(a + b)(c + d)$

$a, b, c, d$  أعداد ناطقة

$$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$$

- عندما نحول جداء إلى مجموع جبري نقول إننا نشرنا هذا الجداء .
- عندما نحول مجموع جبري إلى جداء نقول إننا حللنا هذا المجموع الجبري .

#### ملاحظة

باستعمال توزيع الضرب على الجمع يكون :

$$(a + b)(c + d) = a \times (c + d) + b \times (c + d)$$

$$= a \times c + a \times d + b \times c + b \times d$$

$$= ac + ad + bc + bd$$

نقول إننا نشرنا العبارة :  $(a + b)(c + d)$

#### تطبيق

1. انشر ثم بسط العبارة الآتية :  $A = (3x - 4)(7 - 5x)$
2. اختبر الإجابة من أجل  $x = 1$

### 4. المساويات و العمليات

- تبقى مساواة صحيحة كلما أضفنا ( أو طرحنا ) إلى طرفها

( من طرفها ) نفس العدد .

$a, b, c$  ثلاثة أعداد :

$$a + c = b + c \text{ فإن } a = b$$

$$a - c = b - c \text{ فإن } a = b$$

- تبقى مساواة صحيحة كلما ضربنا ( أو قسمنا ) طرفها في نفس
- ( على نفس ) العدد غير المعدوم .

$a, b, c$  ثلاثة أعداد :

$$a \times c = b \times c \text{ فإن } a = b \text{ و } c \neq 0$$

$$\frac{a}{c} = \frac{b}{c} \text{ فإن } a = b \text{ و } c \neq 0$$

## 5. المعادلات من الدرجة الأولى ذات مجهول واحد

- نسمي معادلة من الدرجة الأولى ذات مجهول واحد كل مساواة تتضمن مجهولا ، عادة نرسم له بحرف .
- حل معادلة ذات مجهول  $x$  يعني إيجاد كل قيم  $x$  التي تكون من أجلها المساواة محققة . نسمي كل قيمة من هذه القيم حلا لهذه المعادلة .

### ملاحظة

كل معادلة من الدرجة الأولى لمجهول واحد تقبل حلا وحيدا .

### تطبيق

حل معادلة :  $6x + 8 = -3x - 19$

## 6. تريبض مشكل

تريبض مشكل يعني ترجمة المشكل بواسطة معادلة ، حيث يسمح

حلها بإعطاء جواب للمشكل المطروح

لحل مشكل بواسطة معادلة ، تتبع الخطوات الآتية :

1. قراءة نص المشكل بتمعن وتحديد المجهول و الترميز له بحرف نختاره .
2. كتابة المعلومات الواردة في النص بدلالة هذا المجهول ، ووضعها في شكل معادلة مناسبة .
3. حل معادلة .
4. نعطي تفسيرا لحل المعادلة وفق المشكل المطروح

### تطبيق

عمر الجدة 81 سنة و عمر حفيدتها 9 سنوات  
بعد كم سنة يكون عمر الجدة يساوي أربع أمثال عمر الحفيدة ؟

## 7. المتباينات و العمليات

من أجل كل عددين  $a$  و  $b$  فإن :

$a > b$  معناه  $a - b > 0$

$a < b$  معناه  $a - b < 0$

$a = b$  معناه  $a - b = 0$

$a, b, c$  ثلاثة أعداد :

- يُرتب العددين  $a + c$  و  $b + c$  بنفس ترتيب العددين  $a$  و  $b$

إذا كان  $a > b$  فإن  $a + c > b + c$

إذا كان  $a < b$  فإن  $a + c < b + c$

- يُرتب العددين  $a - c$  و  $b - c$  بنفس ترتيب العددين  $a$  و  $b$

إذا كان  $a > b$  فإن  $a - c > b - c$

إذا كان  $a < b$  فإن  $a - c < b - c$

- إذا كان  $c > 0$  فإن العددين  $ac$  و  $bc$  يُرتبان بنفس ترتيب العددين  $a$  و  $b$  .

إذا كان  $a > b$  و  $c > 0$  فإن  $ac > bc$

إذا كان  $a < b$  و  $c > 0$  فإن  $ac < bc$

- إذا كان  $c < 0$  فإن العددين  $ac$  و  $bc$  يُرتبان بعكس ترتيب العددين  $a$  و  $b$  .

إذا كان  $a > b$  و  $c < 0$  فإن  $ac < bc$

إذا كان  $a < b$  و  $c < 0$  فإن  $ac > bc$

### تطبيق

$n$  عدد مجهول يحقق المتباينتين :  $-10 < n < 3$

- أعط حصرا للعدد :  $3n - 6$

### سأتعلم في هذا المقطع

- ❖ تعيين القوة من الرتبة  $n$  للعدد 10
- ❖ تعيين الكتابة العلمية لعدد عشري واستعمالها
- ❖ حساب قوة عدد نسبي واستعمالها في وضعيات بسيطة

### المعارف

#### 1. القوى ذات الأسس الموجبة للعدد 10

- $n$  عدد طبيعي أكبر من أو يساوي 2.
- الجداء  $10 \times 10 \times 10 \times \dots \times 10$  يرمز إليه بالرمز  $10^n$  ،  
 $n$  عاملا
- ونقرأ  $10^n$  أس  $n$
- $10^n = \underbrace{10 \times 10 \times 10 \times \dots \times 10}_{n \text{ عاملا}} = \underbrace{10 \dots 0}_n$  صفرا

#### ملاحظة

اصطلاحا :  $10^1 = 10$  ;  $10^0 = 1$

#### تطبيق

1. عبر بكتابة عشرية عن كل مما يأتي :  $10^2$  ;  $10^9$  ;  $10^4$
2. أكتب كل عدد مما يأتي على شكل قوة للعدد 10  
 مليون ; مائة مليون ; 100 000 000 000 ; 10 ; 1

#### 2. القوى ذات الأسس السالبة للعدد 10

- $n$  عدد طبيعي.
- يشير  $10^{-n}$  إلى مقلوب العدد  $10^n$
- $10^{-n} = \frac{1}{10^n} = \frac{1}{\underbrace{10 \dots 0}_n} = \underbrace{0,0 \dots 01}_n$  صفرا

#### ملاحظة

اصطلاحا :  $10^{-1} = 0,1$

#### تطبيق

1. أعط الكتابة العشرية لكل من :  $10^{-6}$  ;  $10^{-1}$  ;  $10^{-7}$
2. اكتب كل عدد مما يأتي على شكل  $10^n$  ، حيث  $n$  عدد صحيح  
 $\frac{1}{1000}$  ; 0,1 ; 0,000 000 01 ; 0,000 01

### 3. قواعد الحساب على قوى العدد 10

- من أجل كل عددين صحيحين  $m$  و  $n$  :
- $10^m \times 10^n = 10^{m+n}$
- من أجل كل عددين صحيحين  $m$  و  $n$  :
- $\frac{10^m}{10^n} = 10^{m-n}$
- مهما يكن العددان الصحيحان  $m$  و  $n$  :
- $(10^m)^n = 10^{m \times n}$

#### تطبيق

بسط العبارة التالية :

$$A = \frac{3 \times 10^2 \times 1,8 \times 10^{-3}}{6 \times 10^{-2}}$$

#### 4. الكتابة العلمية لعدد عشري

- الكتابة العلمية هي الكتابة الوحيدة على الشكل  $a \times 10^n$  حيث :
- $n$  عدد صحيح و  $a$  عدد عشري يحقق  $1 \leq a < 10$

#### ملاحظة

تسمح الكتابة العلمية بإعطاء رتبة مقدار عدد و حصره بين قوتين متتاليتين للعدد 10.

#### تطبيق

- الكتابة العلمية للعدد 453,76 هي : .....
- رتبة مقدار للعدد  $8,5376 \times 10^2$  هي : .....
- احصر العددين الآتين بين قوتين متتاليتين للعدد 10  
 $2,4587 \times 10^{-2}$  ;  $3,437 \times 10^{11}$

## 5. القوى الصحيحة لعدد نسبي

$a$  عدد نسبي ، من أجل كل عدد طبيعي  $n \geq 2$  ، نرمز إلى العدد  $\underbrace{a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ عوامل}}$  بالرمز  $a^n$  ﴿نقرأ  $a$  أس  $n$ ﴾

- اصطلاح :  $a^1 = a$  و  $a^0 = 1$  ( حيث  $a \neq 0$  )

- إذا كان :  $a \neq 0$  ، نرمز إلى مقلوب  $a^n$  أي :  $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

### تطبيق

1. اكتب كل عبارة مما يأتي على شكل قوة لعدد :

$$B = 6 \times 6 \times 6 \quad ; \quad A = 4 \times 4$$

$$D = (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) \quad ; \quad C = 2,7 \times 2,7$$

2. اعط الكتابة العشرية لكل من :

$$-3^4 \quad ; \quad (-3)^4 \quad ; \quad 2^5 \quad ; \quad 5^2$$

$$8^1 \quad ; \quad 2,8^2 \quad ; \quad 4 \text{ أس } 2 \quad ; \quad 2 \text{ أس } 4$$

3. أعط كتابة كسرية لكل من :

$$C = (-3)^{-2} \quad ; \quad B = 6^{-2} \quad ; \quad A = (-5)^{-1}$$

## 6. قواعد الحساب على قوى عدد نسبي

$a$  عدد نسبي غير معدوم ،  $n$  و  $m$  عددان صحيحان :

$$a^n \times a^m = a^{n+m}$$

$a$  و  $b$  عددان نسبيان غير معدومين ،  $n$  و  $m$  عددان صحيحان :

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n} \quad ; \quad (ab)^n = a^n \times b^n \quad ; \quad \frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$$

### تطبيق

اكتب كل عبارة مما يأتي على الشكل  $a^n$  :

$$7^5 \times 7^{-3} \quad ; \quad 3^2 \times 3^5 \quad ; \quad \frac{4^5}{4^8} \quad ; \quad \left(\frac{5}{3}\right)^2 \quad ; \quad (5 \times 3)^2$$

## 7. إجراء حساب يتضمن قوى

- في سلسلة عمليات لا تتضمن أقواساً تُجري الحسابات على القوى قبل العمليات الأخرى ( الجمع ، الطرح ، الضرب و القسمة )
- في حالة وجود أقواس ، نبدأ بإجراء الحسابات ما بين قوسين .

### تطبيق

أحسب مايلي :

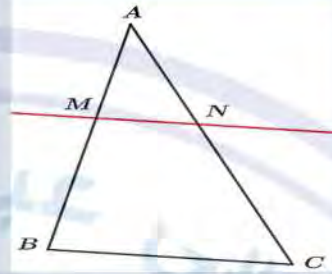
$$A = 6^2 + 3 \times 2^3 - 64 \div 4^2$$

$$B = 2^2(2 + 4 \times 2)^2$$

#### 4. المثلثان المعينان بمستقيمين متوازيين

##### يقطعهما قاطعان غير متوازيين

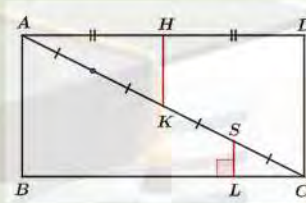
- في مثلث  $ABC$  ، إذا كانت  $M$  نقطة من  $[AB]$  ، و كانت  $N$  نقطة من  $[AC]$  ، و كان  $(MN)$  و  $(BC)$  متوازيان ، فإن :



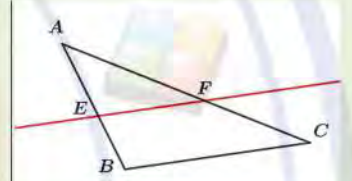
$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

##### تطبيق 1

أكتب ، في كل من الحالتين الآتيتين ، النسب المتساوية لأطوال .  
مبرراً إجابتك



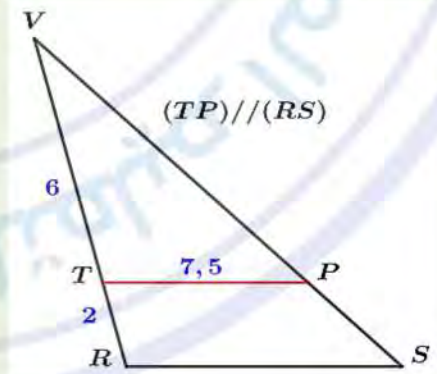
مستطيل ABCD



$(EF) \parallel (BC)$

##### تطبيق 2

أحسب ، بإستعمال معطيات الشكل أدناه ، الطول RS  
كل الأطوال معطاة بالسنتيمتر .



#### 5. المستقيمات الخاصة في المثلث

##### المحاور

- محور ضلع في مثلث هو المستقيم العمودي على هذا الضلع ويشمل منتصفه .
- محاور أضلاع مثلث متقاطعة في نقطة واحدة . هذه النقطة هي مركز الدائرة المحيطة بهذا المثلث .

##### تطبيق

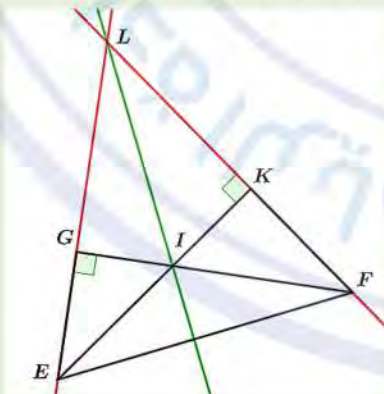
أثبت أن محاور أضلاع مثلث متقاطعة في نقطة واحدة ، واستنتج أن نقطة تلاقي محاور مثلث هي مركز الدائرة المحيطة بهذا المثلث .

##### الارتفاعات

- الارتفاع في مثلث هو مستقيم يشمل رأساً وعمودي على الضلع المقابل لهذا الرأس .
- في مثلث الارتفاعات الثلاثة متقاطعة في نقطة واحدة ، تُسمى نقطة تلاقي الارتفاعات .

##### تطبيق

في الشكل المرفق المثلث EFG قائم في G ، و المثلث EFK قائم في K في  $(FG)$  و  $(EK)$  متقاطعان في I و  $(FK)$  و  $(EG)$  متقاطعان في L .  
- أثبت أن :  $(LI)$  و  $(EF)$  متعامدان

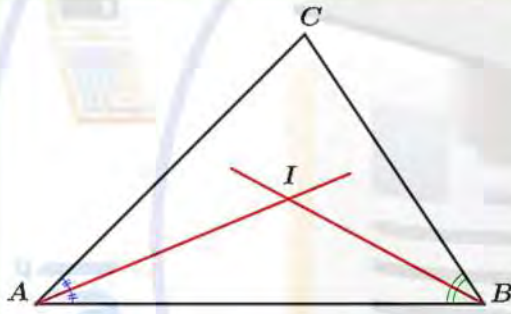


## ❖ المنصفات

- منصف زاوية في مثلث هو نصف المستقيم الذي يشمل رأس هذه الزاوية و يجرئها إلى زاويتين متقايستين .
- في مثلث المنصفات الثلاثة متقاطعة في نقطة واحدة ، تُسمى نقطة تلاقي المنصفات . وهذه النقطة تمثل مركز الدائرة المماسية لأضلاع هذا المثلث ، هذه الدائرة مرسومة داخل المثلث .

### تطبيق

1. أرسم مثلثا كيفيا ABC
2. [BI] منصف زاوية الرأس B و [AI] منصف زاوية الرأس A ، نسمي I نقطة تقاطعهما.
3. أثبت أن [CI] هو منصف زاوية الرأس C .



## ❖ المتوسطات

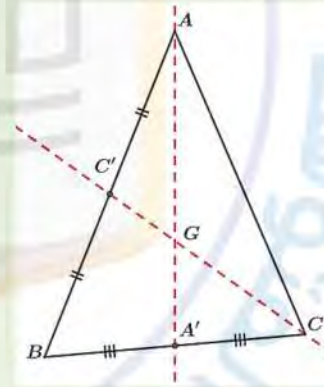
- المتوسط في المثلث هو مستقيم يشمل رأسا و منتصف الضلع المقابل لهذا الرأس .
- في مثلث المتوسطات الثلاثة متقاطعة في نقطة واحدة ، تُسمى نقطة تلاقي المتوسطات ، وتُسمى أيضا مركز ثقل المثلث .
- في مثلث ABC نقطة تلاقي المتوسطات G تحقق :

$$GA' = \frac{1}{3}AA' ; GC' = \frac{1}{3}CC' ; GB' = \frac{1}{3}BB'$$

$$AG = \frac{2}{3}AA' ; CG = \frac{2}{3}CC' ; BG = \frac{2}{3}BB'$$

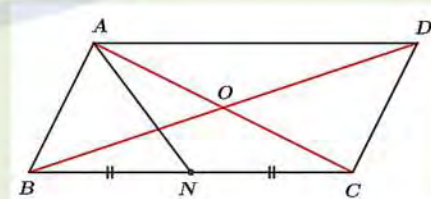
### تطبيق 1

1. أرسم مثلثا كيفيا ABC .
2. (CC') المتوسط المتعلق بالضلع [AB] ، (AA') المتوسط المتعلق بالضلع [BC] و تُسمى G نقطة تقاطعهما.
3. أثبت أن (BG) يقطع (AC) في منتصفه .



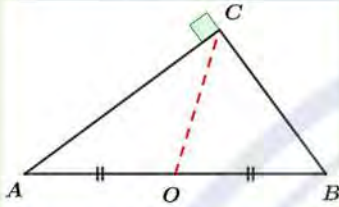
### تطبيق 2

- الأطوال في الشكل المرفق ليست حقيقية .  
 ABCD متوازي أضلاع ، حيث  $BD = 12cm ; AC = 8cm$   
 N منتصف [BC] ، و E تقاطع [AN] و [BD] - أحسب BE .



## 2. خاصية المتوسط المتعلق بالوتر في مثلث قائم

- في مثلث قائم طول المتوسط المتعلق بوتره يساوي نصف طول الوتر .
- إذا كان في مثلث طول المتوسط المتعلق بأحد أضلاعه يساوي نصف طول هذا الضلع ، فإن المثلث قائم و هذا الضلع وتر له .



## تطبيق 1

لاحظ الشكل المرفق ، علماً أن

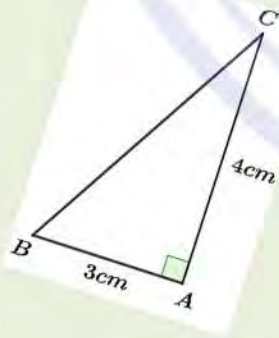
$OC = x$  ، عبر عن  $AB$  بدلالة  $x$

## تطبيق 2

- $ABC$  مثلث متساوي الساقين رأسه الأساسي  $A$  .  
 $D$  نظير  $B$  بالنسبة إلى  $A$  . ما طبيعة المثلث  $BCD$  ؟ برر جوابك

### 3. خاصیت فیثاغورس

- إذا كان مثلث قائماً ، فغن مربع وتره يساوي مجموع مربعي ضلعيه الآخرين .
- إذا كان ، في مثلث ، مربع طول أضلاعه يساوية مجموع مربعي طولي الضلعين الآخرين ، فإن هذا المثلث قائم في الرأس المقابلة للضلع الأكبر فيه .
- إذا كان في مثلث  $ABC$  ،  $BC^2 = AB^2 + AC^2$  فإن المثلث  $ABC$  قائم في  $A$  . ﴿ إن لم تتحقق المساواة فإن المثلث ليس قائماً ﴾



## تطبيق 1

$ABC$  مثلث قائم في  $A$  ، حيث

$AC = 4\text{cm}, AB = 3\text{cm}$

- أحسب  $BC$  طول الوتر  $[BC]$

## تطبيق 2

$RST$  مثلث قائم في  $R$  ، حيث  $ST = 2,5 \text{ cm}$

و  $RS = 1,5 \text{ cm}$  . أحسب الطول  $RT$

سأتعلم في هذا المقطع

- ❖ بعض خواص المثلث القائم و الدائرة ﴿ الدائرة المحيطة ، المتوسط المتعلق بالوتر ، خاصية فيثاغورس ﴾
- ❖ إنشاء المماس لدائرة ، و استعمال بعد نقطة عن مستقيم.
- ❖ استعمال جيب تمام زاوية حادة في مثلث قائم.

## المعارف

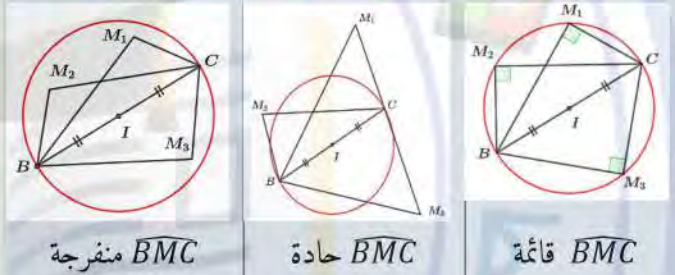
### 1. الدائرة المحيطة بمثلث قائم

- إذا كان مثلث قائمًا ، فإن منتصف وتره هو مركز الدائرة المحيطة به
- من أجل كل نقطة  $M$  ، إذا كانت :

لأن  $\widehat{BMC}$  قائمة فإن  $M$  تنتمي إلى الدائرة التي قطرها  $[BC]$

لأن  $\widehat{BMC}$  حادة فإن  $M$  تقع خارج الدائرة التي قطرها  $[BC]$

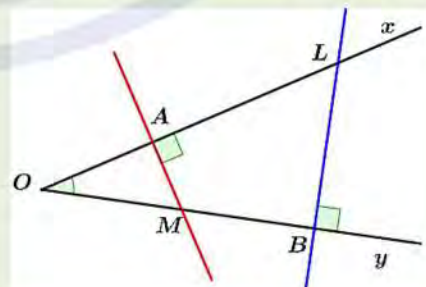
لأن  $\widehat{BMC}$  منفرجة فإن  $M$  تقع داخل الدائرة التي قطرها  $[BC]$



- إذا كان منتصف أحد أضلاع مثلث هو مركز الدائرة المحيطة به ، فإن هذا المثلث قائم وورثه هو الضلع الذي ينتمي إليه مركز الدائرة .
- من أجل كل نقطة  $M$  تختلف عن  $A$  و  $B$  من الدائرة ذات القطر  $[AB]$  ، فإن الزاوية  $\widehat{AMB}$  قائمة .

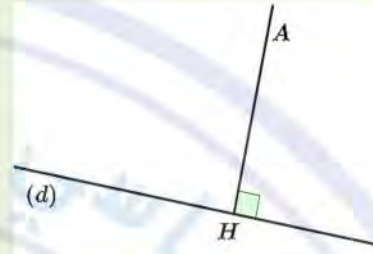
## تطبيق

باستعمال معطيات الشكل المقابل ، أثبت أن النقط  $A$  ،  $L$  ،  $B$  ،  
 $M$  تنتمي إلى دائرة واحدة يطلب تعيين مركزها .



#### 4. بعد نقطة عن مستقيم

- (d) مستقيم و A نقطة . H نقطة تقاطع (d) و العمودي عليه الذي يشمل A.
- H هي أقرب نقطة من (d) إلى النقطة A.
- يسمى AH بعد النقطة A عن المستقيم (d) .



#### تطبيق

- ضع ثلاث نقط A ، B ، C ليست في استقامة .
- أنشئ النقطة D المتساوية المسافة عن A ، B و الأقرب إلى C

#### 5. الوضعيات النسبية لمستقيم و دائرة - مماس

##### لدائرة

- AH بعد A عن (d) ، و r نصف قطر الدائرة (C)
- إذا  $AH > r$  فإن (d) لا يشترك مع (C) في أي نقطة .
- إذا  $AH < r$  فإن (d) يقطع (C) في نقطتين .
- إذا  $AH = r$  فإن (d) مماس لـ (C) في نقطة ،

يكون  $[AH] \perp (d)$  في H



#### تطبيق

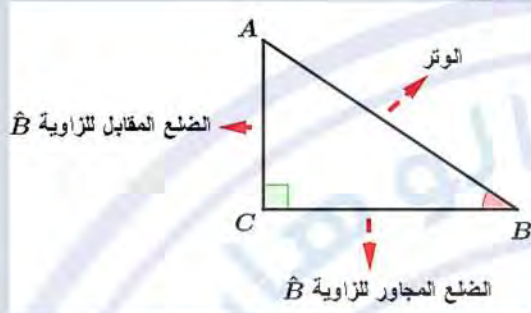
- O ، A نقطتان متميزتان
- ارسم دائرة مركزها O و نصف قطرها [OA] .
- أنشئ (d) المماس للدائرة (C) في النقطة A .

#### 6. جيب تمام زاوية حادة في مثلث قائم

- في المثلث ABC القائم في C ، الضلع المجاور للزاوية  $\hat{B}$  هو [BC]
- جيب تمام الزاوية الحادة B هو :  $\frac{\text{طول الضلع المجاور لـ } \hat{B}}{\text{طول الوتر}}$

$$\cos \hat{B} = \frac{BC}{BA}$$

و نكتب :



#### تطبيق 1

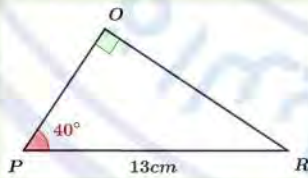
- ABC مثلث قائم في A ، حيث  $AR = 4 \text{ cm}$  ،  $RC = 8 \text{ cm}$
- 1. احسب جيب تمام الزاوية  $\hat{B}$
- 2. عين قيمة الزاوية  $\hat{B}$

#### تطبيق 2

- RST مثلث ، فيه  $RT = 5 \text{ cm}$  و  $ST = 13 \text{ cm}$  و  $RS = 12 \text{ cm}$
- 1. تحقق أن المثلث RST قائم في R
- 2. احسب القيمة المدورة إلى  $10^{-2}$  لجيب تمام الزاوية  $\hat{S}$
- 3. عين القيمة المدورة إلى الوحدة الزاوية  $\hat{B}$

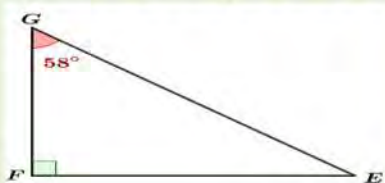
#### تطبيق 3

- OPR مثلث قائم في O ، حيث  $OPR = 40^\circ$  و  $PR = 13 \text{ cm}$
- أحسب بالتدوير إلى الجزء من مئة الطول PO



#### تطبيق 4

- EFG مثلث قائم في F ، حيث  $FGE = 58^\circ$  و  $FE = 19 \text{ cm}$
- احسب بالتدوير إلى الجزء من مئة طول الوتر EG



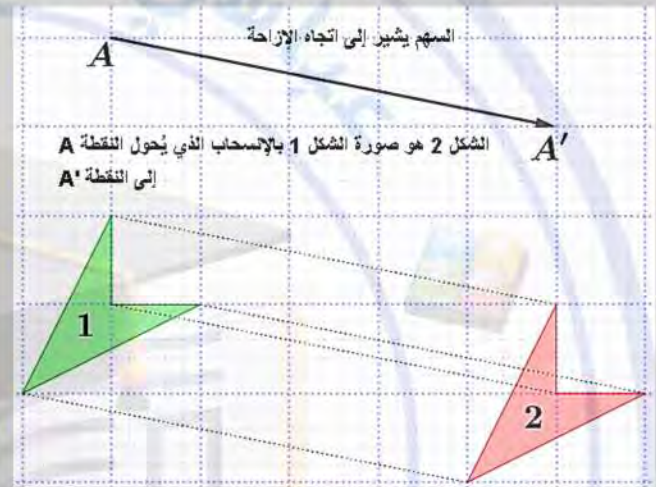
## سأتعلم في هذا المقطع

- ❖ تعريف الانسحاب انطلاقاً من متوازي الاضلاع
- ❖ إنشاء صورة : نقطة ، قطعة مستقيم ، نصف مستقيم ، دائرة بانسحاب
- ❖ معرفة خواص الانسحاب وتوظيفها

## المعارف

### 1. التعرف على إنسحاب

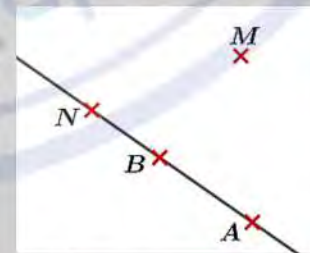
- عند إزاحة شكل دون إذارته نقول إننا أجرينا عليه انسحاباً .



### 2. صورة نقطة بانسحاب



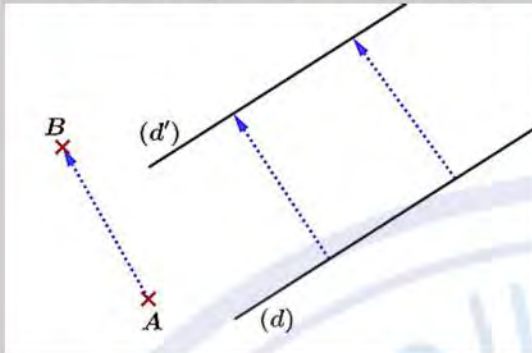
1. ارسم على كراسك النقط  $A$  ،  $B$  ،
2. أنشئ النقطة  $M'$  صورة النقطة  $M$  بالانسحاب الذي يحول  $A$  إلى  $B$  .
3. أنشئ النقطة  $N'$  صورة النقطة  $N$  بالانسحاب السابق .
4. على غير مرصوفة أعد رسم الشكل الآتي :



5. بإستعمال الأدوات الهندسية المناسبة ، أنشئ صورتين النقطتين  $M$  و  $N$  بالانسحاب الذي يحول  $A$  إلى  $B$  .

### 3. صورة مستقيم بانسحاب

صورة مستقيم  $(d)$  بانسحاب هو مستقيم  $(d')$  يوازيه .

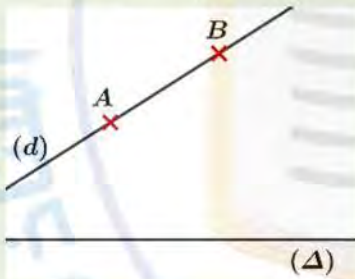


#### ملاحظة

لإنشاء صورة مستقيم بانسحاب ، يمكن أن نختار نقطتين متميزتين  $M_1$  و  $M_2$  منه ، ثم ننشئ صورتيهما  $M'_1$  و  $M'_2$  .  
عندئذ صورة المستقيم  $(M_1M_2)$  هي المستقيم  $(M'_1M'_2)$  .

#### تطبيق

1. ماهي صورة المستقيم  $(d)$  بالانسحاب الذي يحول  $A$  إلى  $B$  ؟
2. أنشئ صورة المستقيم  $(\Delta)$  بالانسحاب السابق .



### 4. صورة قطعة مستقيم بانسحاب

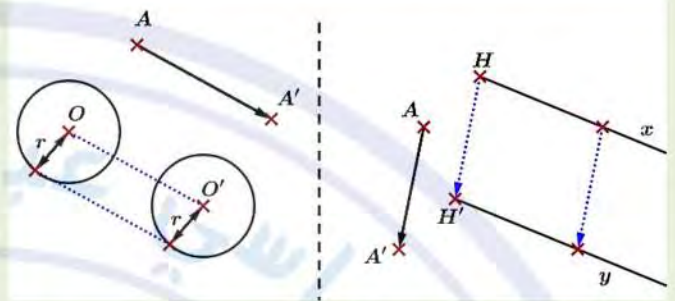
صورة قطعة مستقيم بانسحاب هي قطعة مستقيم تقايسها .

#### تطبيق

1. أنشئ صورتين النقطتين  $A$  و  $C$  بالانسحاب الذي يحول النقطة  $A$  إلى النقطة  $A'$  .
2. ارسم صورة المثلث  $ABC$  بالانسحاب الذي يحول النقطة  $A$  إلى النقطة  $A'$  .
3. حدد الأطوال المتساوية .

## 5. صورة : دائرة ، نصف مستقيم بإنسحاب

- صورة نصف مستقيم بإنسحاب هو نصف مستقيم يوازيه وله نفس الاتجاه .
- صورة دائرة بإنسحاب هي دائرة لها نفس نصف القطر .



### تطبيق

1. ارسم دائرة (C) مركزها نقطة O ، ثم عين عليها نقطة A .
2. أنشئ صورة الدائرة (C) بالإنسحاب الذي يحول O إلى A .

## 6. الإنسحاب و الزوايا

- صورة زاوية بإنسحاب هي زاوية تقايسها .

### تطبيق

1. احسب الزاوية  $\hat{C}$
2. أنشئ النقطتين B' ، C' صورتي B ، C بالإنسحاب الذي يحول A إلى A' .
3. استنتج  $\widehat{B'C'A'}$  و  $\widehat{B'C'}$

