الفرض الأول المحروس للثلاثي الأول

التمرين الأول ☺☺☹ (14 نقطة)

نعتبر الدالتين العدديتين f و g المعرفتين بما يلي : $f(x)=\dfrac{2x-1}{x-1}$ و $g(x)=x^2-2x+3$

نسمي (C_f) و (C_g) المنحنيين البيانيين الممثلين لهما في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$

1) عين D_f و D_g مجموعتي تعريف كلا من الدالين f و g.

2) أ) عين العددين الحقيقيين a,b بحيث يكون من أجل كل عدد حقيقي x من D_f : $f(x)=a+\dfrac{b}{x-1}$.

ب) فكك الدالة f الى مركب دالتين يطلب تعيينهما .

ج) استنتج اتجاه تغير الدالة f على كل من المجالين $]-\infty;1[$ و $]1;+\infty[$.

د) بين أنه يوجد تحويل نقطي بسيط يسمح بالانتقال من المنحني (C) الممثل للدالة مقلوب الى المنحني (C_f) ثم أرسم (C_f).

هـ) لتكن $\Omega(1;2)$ نقطة من المستوي .

بعد تعيين دساتير تغيير المعلم عين معادلة المنحني (C_f) في المعلم $(\Omega;\vec{i};\vec{j})$ ثم عين مركز التناظر للمنحني (C_f).

3) أ) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $g(x)=(x-1)^2+2$.

ب) فكك الدالة g الى مركب دالتين يطلب تعيينهما ثم استنتج اتجاه تغير الدالة g على المجموعة $\mathbb{R}$.

ج) اشرح كيفية رسم المنحني (C_g) ثم أرسم (C_g) في نفس المعلم السابق .

د) استنتج أنه من أجل $x\in\mathbb{R}$ فإن $g(x)\in[2;+\infty[$.

4) نعتبر الدالة العددية h المعرفة بـ : $h(x)=(f\circ g)(x)$

أ. بين أن الدالة h معرفة على المجموعة $\mathbb{R}$.

ب. عين عبارة $h(x)$ بدلالة x.

ج. استنتج اتجاه تغير الدالة h على كل من المجالين $]-\infty;1]$ و $[1;+\infty[$.

5) نعتبر المعادلة ذات المجهول الحقيقي x التالية : $(E): x^3-3x^2+3x-2=0$

أ. بين أن المعادلة (E) تكافئ المعادلة $f(x)=g(x)$.

ب. عين بيانيا حلول المعادلة (E).

6) ليكن P كثير الحدود المعرف بـ : $P(x)=x^3-3x^2+3x-2$

أ) أحسب $P(2)$ ثم استنتج تحليلا لكثير الحدود P.

ب) حل في المجموعة $\mathbb{R}$ المعادلة $P(x)=0$.

www.dzexams.com

💻 التمرين الثاني☹☹☹ :(06 نقاط)

☜ k الدالة العددية المعرفة بجدول تغيراتها الموالي :

x	-4		-2		1
$k(x)$	5	↘	1	↗	10

1) أذكر اتجاه تغير الدالة k.

2) نعتبر الدوال العددية التالية d, ψ و φ المعرفة بـ :

$$d(x) = -2k(x) + 3 \quad ، \quad \psi(x) = \sqrt{k(x)} \quad و \quad \varphi(x) = 2 + \frac{1}{k(x)}.$$

أ) عين اتجاه تغير كل دالة من الدوال d, ψ و φ.

ب) شكل جدول تغيرات كل دالة من الدوال d, ψ و φ.

✌ **بالتوفيق ☹ والنجاح ☺ أستاذ المادة**❀

www.dzexams.com

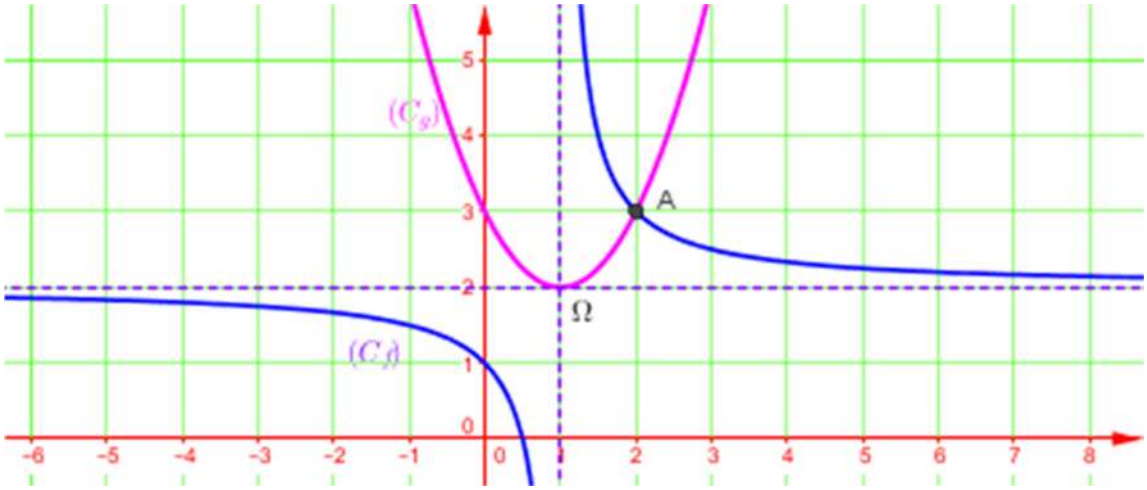
تصحيح الفرض الأول المستوى : 2 رياضي

التصحيح	العلامة
التمرين الأول☺☺☺ : ☜ لدينا : $f(x)=\dfrac{2x-1}{x-1}$ و $g(x)=x^2-2x+3$	
1) تعيين مجموعتي التعريف : $D_f=\{x\in\mathbb{R}\,/\,x-1\neq 0\}=\mathbb{R}-\{1\}=]-\infty;1[\cup]1;+\infty[$ $D_g=\mathbb{R}=]-\infty;+\infty[$	2×0.25
2) أ) تعيين العددين الحقيقيين b,a بحيث يكون من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}-\{1\}$: $f(x)=a+\dfrac{b}{x-1}$: - لدينا : $f(x)=\dfrac{ax-a+b}{x-1}$ بالمطابقة نجد : $\begin{cases}a=2\\-a+b=-1\end{cases}$ ومنه $\begin{cases}a=2\\b=-1+a=-1+2\end{cases}$ أي $\begin{cases}a=2\\b=1\end{cases}$ ومنه $f(x)=2+\dfrac{1}{x-1}$	0.75
ب) تفكيك الدالة f الى مركب دالتين : $x\xrightarrow{u}x-1\xrightarrow{v}2+\dfrac{1}{x-1}$ حيث $u(x)=x-1$ و $v(x)=2+\dfrac{1}{x}$	2×0.25
ج) استنتاج اتجاه تغير الدالة f على كل من المجالين $]-\infty;1[$ و $]1;+\infty[$: - لدينا u متزايدة تماما على المجال $]-\infty;1[$. - من أجل $x\in]-\infty;1[$ فان $x-1\in]-\infty;0[$ و v متناقصة تماما على المجال $]-\infty;0[$ **وبالتالي f متناقصة تماما على المجال $]-\infty;1[$.** - لدينا u متزايدة تماما على المجال $]1;+\infty[$. - من أجل $x\in]1;+\infty[$ فان $x-1\in]0;+\infty[$ و v متناقصة تماما على المجال $]1;+\infty[$ **وبالتالي f متناقصة تماما على المجال $]1;+\infty[$.**	2×0.5
د) تبيان أنه يوجد تحويل نقطي بسيط يسمح بالانتقال من المنحني (C) الممثل للدالة مقلوب الى المنحني (C_f) : - لدينا : $f(x)=\dfrac{1}{x-1}+2$ أي $f(x)=p(x-1)+2$ حيث $p(x)=\dfrac{1}{x}$ ومنه **(C_f) هو صورة (C) بالانسحاب $\vec{u}(1;2)$**	0.5

www.dzexams.com

هـ) لدينا : $\Omega(1;2)$ نقطة من المستوي . - **تعيين دساتير تغيير المعلم :** لتكن M نقطة من المستوي احداثياها $(x;y)$ في المعلم $(O;\vec{i};\vec{j})$ واحداثياها $(X;Y)$في المعلم $(\Omega;\vec{i};\vec{j})$. بتغيير المعلم لدينا : $\begin{cases} x = X+1 \\ y = Y+2 \end{cases}$ - **تعيين معادلة المنحني (C_f) في المعلم $(\Omega;\vec{i};\vec{j})$:** - لدينا : $M \in (C_f)$ يعني $y = f(x)$ أي $y = 2 + \dfrac{1}{x-1}$ ومنه $Y+2 = 2 + \dfrac{1}{X+1-1}$ أي $Y = \dfrac{1}{X}$ وهي معادلة المنحني (C_f) **في المعلم** $(\Omega;\vec{i};\vec{j})$	0.5 0.5
- **تعيين مركز التناظر :** **النقطة** $\Omega(1;2)$ **مبدأ المعلم** $(\Omega;\vec{i};\vec{j})$ **هي مركز تناظر للمنحني** (C_f).	0.25
3) أ) التحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $g(x) = (x-1)^2 + 2$: - لدينا : $(x-1)^2 + 2 = x^2 - 2x + 1 + 2 = x^2 - 2x + 3$ ومنه $g(x) = (x-1)^2 + 2$	0.5
ب) تفكيك لدالة g الى مركب دالتين : $x \xrightarrow{u} x-1 \xrightarrow{m} (x-1)^2 + 2$ حيث $\begin{cases} u(x) = x-1 \\ m(x) = x^2 + 2 \end{cases}$ • **استنتاج اتجاه تغير الدالة g على المجموعة $\mathbb{R}$:** - لدينا : u متزايدة تماما على المجال $]-\infty;1[$. - من أجل $x \in]-\infty;1[$ فان $x-1 \in]-\infty;0[$ و m متناقصة تماما على المجال $]-\infty;0[$ **وبالتالي f متناقصة تماما على المجال** $]-\infty;1[$. - لدينا : u متزايدة تماما على المجال $]1;+\infty[$. - من أجل $x \in]1;+\infty[$ فان $x-1 \in]0;+\infty[$ و m متزايدة تماما على المجال $]0;+\infty[$ **وبالتالي f متناقصة تماما على المجال** $]1;+\infty[$.	2×0.25 2×0.5
ج) شرح كيفية رسم المنحني (C_g) : - لدينا : $g(x) = l(x-1) + 2$ حيث $l(x) = x^2$ **إذن المنحني (C_g) هو صورة المنحني (C_l) بالانسحاب $\vec{u}(1;2)$**	0.5

www.dzexams.com

02	**الرسم :** 
0.25	**د) استنتاج أنه من أجل $x\in\mathbb{R}$ فإن $g(x)\in[2;+\infty[$:** - من أجل كل عدد حقيقي x لدينا : $g(x)\in[2;+\infty[$
0.5	**4)** لدينا $h(x)=(f\circ g)(x)$ **أ) تبيان أن الدالة h معرفة على المجموعة $\mathbb{R}$:** - لدينا : $D_{f\circ g}=\{x\in\mathbb{R}\,/\,x\in D_g\wedge g(x)\in D_f\}$ أي $D_{f\circ g}=\{x\in\mathbb{R}\,/\,x\in\mathbb{R}\wedge g(x)\in\mathbb{R}-\{1\}\}$ ومنه أي $D_{f\circ g}=\{x\in\mathbb{R}\,/\,x\in\mathbb{R}\wedge g(x)\neq 1\}$ $D_{f\circ g}=\mathbb{R}=]-\infty;+\infty[$ لان $g(x)\neq 1$ حيث $g(x)\in[2;+\infty[$
0.5	**ب) تعيين عبارة $h(x)$ بدلالة x :** - لدينا : $h(x)=(f\circ g)(x)=f(g(x))=\dfrac{2(x^2-2x+3)-1}{x^2-2x+3-1}$ أي $h(x)=\dfrac{2x^2-4x+5}{x^2-2x+2}$
2×0.5	**ج) استنتاج اتجاه تغير الدالة h على كل من المجالين $]-\infty;1]$ و $[1;+\infty[$:** - **على المجال $]-\infty;1]$:** g متناقصة تماما على $]-\infty;1]$ و f متناقصة تماما على المجال $[2;+\infty[$ ومنه h متزايدة تماما على المجال $]-\infty;1]$. **-على المجال $[1;+\infty[$:** g متزايدة تماما على $[1;+\infty[$ و f متناقصة تماما على المجال $[2;+\infty[$ ومنه h متناقصة تماما على المجال $[1;+\infty[$.

www.dzexams.com

5) نعتبر المعادلة ذات المجهول الحقيقي x التالية : $(E): x^3-3x^2+3x-2=0$ **أ) بين أن المعادلة (E) تكافئ المعادلة $f(x)=g(x)$:** $f(x)=g(x)$ **يكافئ** $\frac{2x-1}{x-1}=x^2-2x+3$ ومنه $(E): x^3-3x^2+3x-2=0$	0.5
ب) تعيين حلول المعادلة (E) بيانيا: حلول المعادلة (E) هي فواصل نقط تقاطع (C_f) و (C_g) $(C_f)\cap(C_g)=\{A\}$ $S=\{2\}$	0.25
6) ليكن P كثير الحدود المعرف بـ : $P(x)=x^3-3x^2+3x-2$ **أ) حساب $P(2)$:** $P(x)=(2)^3-3(2)^2+3\times2-2=8-12+6-2=0$ **- استنتاج تحليلا لكثير الحدود P :** • لدينا : 2 جذرا لكثير الحدود P إذن يمكن تحليل P على الشكل : $P(x)=(x-2)(ax^2+bx+c)$ ومنه $P(x)=ax^3+bx^2+cx-2ax^2-2bx-2c$ أي $P(x)=ax^3+(b-2a)x^2+(c-2b)x-2c$ بالمطابقة نجد : $\begin{cases}a=1\\b-2a=-3\\c-2b=3\\-2c=-2\end{cases}$ أي $\Leftrightarrow\begin{cases}a=1\\b=-1\\c=1\end{cases}$ $P(x)=(x-2)(x^2-x+1)$	0.25 0.75
ب) الحل في $\mathbb{R}$ المعادلة $P(x)=0$: $P(x)=0$ يكافئ $(x-2)(x^2-x+1)=0$ إما $x-2=0$ ومنه $x=2$ أو : $x^2-x+1=0$ حساب المميز : $\Delta=(-1)^2-4(1)(1)=-3<0$ ليس لها حل **مجموعة الحلول** $S=\{2\}$	01

www.dzexams.com