

السنة 2 ثانوي

اختبار الفصل الأول في الرياضيات

① الاحتمالات - المتغير العشوائي - استخرايم

الأمل الرياضي في إمكانية الربح أو الخسارة

② كثير حدود من الدرجة 3 ⇐ التحليل ⇐

استنتاج حلول معادلة انطلاقاً من الحلول السابقة

③ الاشتقاقية ومعامل توجيه المحاس ④ القراءة

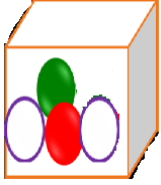
البيانبة وغيرها من الأفكار الأساسية

من لم يرفع العلم وضعه الجهل وما عصى الله تعالى بأعظم من الجهل . . .

و أول الإصلاح الوصول إلى معرفة الحقيقة

الاختبار الأول في مادة الرياضيات

التمرين الأول (05 نقاط) :



تحتوي علبة على 4 كرات متماثلة كرتان بيضاوان "B" و كرة واحدة حمراء "R" و كرة واحدة خضراء "V" نسحب بصفة عشوائية كرة واحدة و نسجل لونها و لا نرجعها الى العلبة ثم نسحب كرة أخرى و نسجل لونها.

1. أنجز شجرة الاحتمالات للتجربة العشوائية .
2. أحسب احتمال الحوادث التالية : A "الحصول على الكرتان المسحوبتان بيضاوان" B "الحصول على كرة بيضاء"
3. نعتبر اللعبة التالية : يربح اللاعب 20 DA عند سحب كرة حمراء و يربح 10 DA عند سحب كرة خضراء و يخسر 10 DA عند سحب كرة بيضاء و نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل إمكانية الربح أو الخسارة المناسب لها .
أ. عين القيم الممكنة للمتغير X ثم عين قانون الاحتمال لهذا المتغير .
ب. هل اللعبة في صالح اللاعب ؟ علل إجابتك .

التمرين الثاني (05 نقاط) :

1. ليكن $P(x)$ كثير حدود للمتغير x و α عدد حقيقي حيث $P(x) = x^3 + (-4 - \alpha)x^2 + (1 - \alpha)x - (\alpha - 32)$ عين العدد الحقيقي α حتى يكون 3 جذر لكثير الحدود $P(x)$ ثم أستنتج عبارة $P(x)$.
2. ليكن $g(x)$ كثير حدود للمتغير x حيث $g(x) = x^3 - 6x^2 - x + 30$ (أ) عين عبارة لكثير الحدود $Q(x)$ حيث $g(x) = (x-3)Q(x)$.
3. حل في $\mathbb{R}$ المعادلة ذات المجهول x التالية $g(x) = 0$ ثم إستنتج حلول المعادلة : $(2x-3)^3 - 6(2x-3)^2 - (2x-3) + 30 = 0$
4. حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة ذات المجهول x : $g(x) \leq 0$ ثم أستنتج إشارة $g\left(\frac{2019}{1441}\right)$.

التمرين الثالث (10 نقاط) :

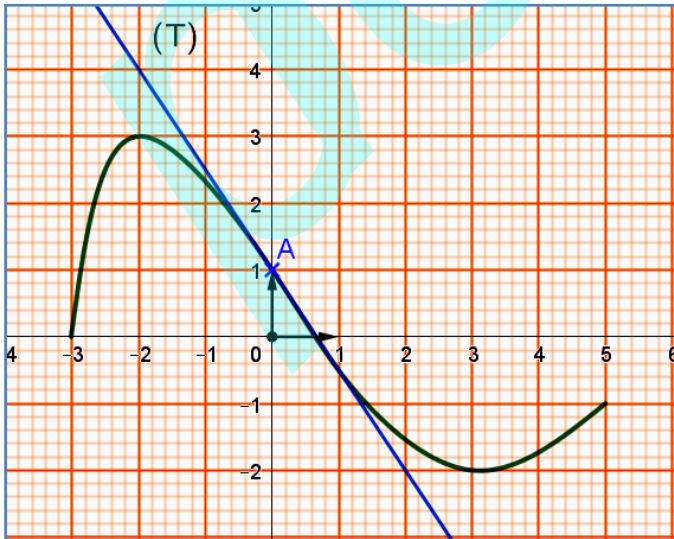
I - نعتبر الدالة f المعرفة على $R - \{1\}$ بـ $f(x) = \frac{3x}{x-1}$ و (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1. عين العددين الحقيقيين $a; b$ بحيث يكون من أجل كل عدد حقيقي x يختلف عن 1 : $f(x) = a + \frac{b}{x-1}$.
2. تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x يختلف عن 1 فإن $2-x \in R - \{1\}$ و $f(2-x) + f(x) = 6$ ماذا تستنتج بالنسبة (C_f) ؟
3. أدرس اتجاه تغير الدالة f على المجال $[2; 4]$ ثم أستنتج حصراً لـ $f(x)$ على هذا المجال.
4. حل في $R - \{1\}$ المعادلة $f'(x) = -3$
5. هل يقبل المنحنى (C_f) مماساً معاملاً توجيهه يساوي -3 ؟

II - لتكن الدالة g المعرفة و القابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ و تمثيلها البياني (C_g) الموضح في الشكل التالي، مماس للمنحنى (T) عند A أجب بصحيح أو خطأ مع التبرير :

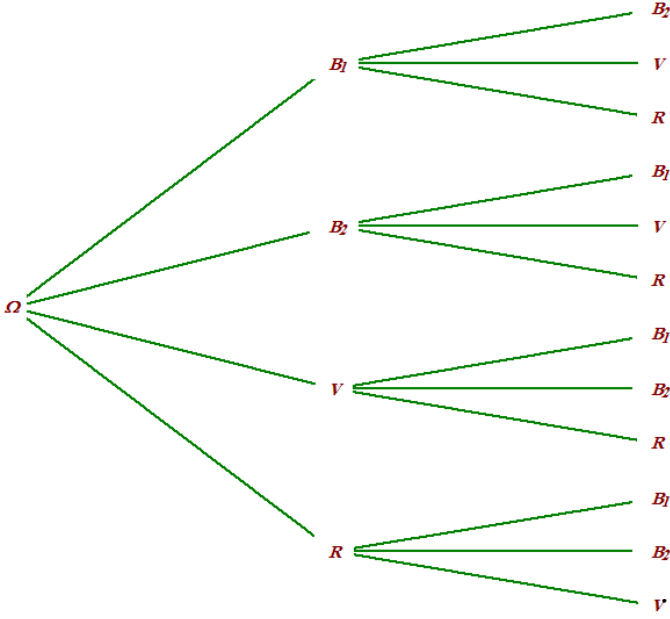
- (1) حلول المتراجحة : $g'(x) \leq 0$ هو المجال $[-2; 3]$.
- (2) معادلة المماس (T) هو $y = \frac{9}{2}x - \frac{9}{8}$
- (3) المعادلة $|g(x)| = 2$ تقبل 3 حلول في $\mathbb{R}$.
- (4) أنشئ في معلمين مختلفين (C_h) و (C_g)

حيث $h(x) = g(x-1) + 2$



التمرين الأول (04 نقاط) :

1. شجرة الامكانيات للتجربة العشوائية . :



2. حساب احتمال الحوادث التالية : $P(A) = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$ و

$$P(B) = \frac{10}{12} = \frac{5}{6}$$

3. أ. تعيين القيم الممكنة للمتغير X : هي -20 ; 0 ; 10 ; 30

قانون الاحتمال لهذا المتغير :

x_i	-20	0	10	30
$P(X = x_i)$	$\frac{2}{12}$	$\frac{4}{12}$	$\frac{4}{12}$	$\frac{2}{12}$

ب. اللعبة في صالح اللاعب : نحسب الأمل الرياضي : $E(X) = -20\left(\frac{2}{12}\right) + 0\left(\frac{4}{12}\right) + 10\left(\frac{4}{12}\right) + 30\left(\frac{2}{12}\right) = \frac{60}{12} = 5$. و هو موجبة منه اللعبة في صالح اللاعب .

التمرين الثاني (06 نقاط) :

1. ليكن $P(x)$ كثير حدود للمتغير x و α عدد حقيقي حيث $P(x) = x^3 + (-4 - \alpha)x^2 + (1 - \alpha)x - (\alpha - 32)$

نعين العدد الحقيقي a حتى يكون 3 جذر لكثير الحدود $P(x)$: $P(3) = 0$ أي أن

$$3^3 + (-4 - \alpha) \times 3^2 + (1 - \alpha) \times 3 - (\alpha - 32) = 0 \quad \text{أي أن} \quad -13\alpha + 26 = 0 \quad \text{و منه} \quad \alpha = 2$$

استنتاج عبارة $P(x) = x^3 - 6x^2 - x + 30$.

2. تعيين عبارة لكثير الحدود $Q(x)$ حيث $g(x) = (x - 3)Q(x)$:

$$Q(x) = x^2 - 3x - 10 \quad \text{و منه} \quad g(x) = (x - 3)(x^2 - 3x - 10)$$

3. حل في $\mathbb{R}$ المعادلة ذات المجهول x التالية $g(x) = 0$: يكافئ $g(x) = 0$

$$x^2 - 3x - 10 = 0 \quad \text{أو} \quad x - 3 = 0 \quad \text{أي أن} \quad x = 3 \quad \text{أو} \quad x^2 - 3x - 10 = 0 \quad \text{تحل بالمميز} \quad \Delta = 49 \quad \text{للمعادلة حلين هما}$$

$$x_2 = 5 ; x_3 = -2 \quad \text{و منه مجموعة حلول المعادلة هي} \quad S = \{-2 ; 3 ; 5\}$$

استنتاج حلول المعادلة : $(2x - 3)^3 - 6(2x - 3)^2 - (2x - 3) + 30 = 0$ يكافئ أن $(2x - 3) = -2$ أو $(2x - 3) = 3$ أو

$$(2x - 3) = 5 \quad \text{أي أن} \quad x = \frac{1}{2} \quad \text{أو} \quad x = 3 \quad \text{أو} \quad x = 4 \quad \text{و منه مجموعة الحلول هي} \quad S' = \left\{\frac{1}{2} ; 3 ; 4\right\}$$

4. حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة ذات المجهول x : $g(x) \leq 0$:

ندرس إشارة $g(x)$

من الجدول نستنتج أن حلول المتراجحة هي

$$S'' =]-\infty ; -2] \cup [3 ; 5]$$

استنتاج إشارة $g\left(\frac{2019}{1441}\right)$ بما أن $\left(\frac{2019}{1441}\right)$ لا ينتمي

الى مجموعة حلول المتراجحة $g(x) \leq 0$ لأن

	1	-6	-1	30
3	0	3	-9	-30
	1	-3	-10	0

x	$+\infty$	-2	3	5	$+\infty$		
إشارة $x^2 - 3x - 10$	+	0	-	-	0	+	
إشارة $x - 3$	-	-	0	+	+	+	
إشارة الجداء	-	0	+	0	-	0	+

$$-2 < \left(\frac{2019}{1441}\right) < 3 \text{ فإن } g\left(\frac{2019}{1441}\right) \text{ عدد موجب تماما .}$$

التمرين الثالث (10 نقاط) :

I. نعتبر الدالة f المعرفة على $R - \{1\}$ بـ $f(x) = \frac{3x}{x-1}$ و (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1. تعيين العددين الحقيقيين a ; b بحيث يكون من أجل كل عدد حقيقي x يختلف عن 1 : $f(x) = a + \frac{b}{x-1}$ بتوحيد المقامات و المطابقة نجد $a=3$; $b=3$.

2. التحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x يختلف عن 1 فإن $2-x \in R - \{1\}$ و $f(2-x) + f(x) = 6$ يعني أن $x \neq 1$ يعني أن $-x \neq -1$ أي أن $2-x \neq 1$ يعني أن $2-x \in R - \{1\}$.

و لدينا : $f(x) = 3 + \frac{3}{x-1}$ و منه $f(2-x) + f(x) = 3 + \frac{3}{2-x-1} + 3 + \frac{3}{x-1}$ أي أن

$$f(2-x) + f(x) = 6 + \frac{3}{1-x} + \frac{3}{x-1}$$

نستنتج بالنسبة (C_f) أن له مركز تناظر هو النقطة $A(1; 3)$.

3. دراسة اتجاه تغير الدالة f على المجال $[2; 4]$: نحسب المشتقة $f'(x) = -\frac{3}{(x-1)^2}$ و هي سالبة على المجال $[2; 4]$ أي أن الدالة f متناقصة على هذا المجال .

استنتاج حصراً لـ $f(x)$ على هذا المجال $f(4) \leq f(x) \leq f(2)$ أي أن $4 \leq f(x) \leq 6$.

4. حل في $R - \{1\}$ المعادلة $f'(x) = -3$: $f'(x) = -3$ يعني أن

$$-\frac{3}{(x-1)^2} = -3 \text{ يكافئ أن } (x-1)^2 = 1 \text{ و } x \neq 1 \text{ أي أن}$$

$$(x-1) = 1 \text{ أو } (x-1) = -1 \text{ إذن } x = 2 \text{ أو } x = 0$$

5. المنحنى (C_f) مماساً معامل توجيهه يساوي -3 لأن المعادلة $f'(x) = -3$ تقبل حلول .

II. لتكن الدالة g المعرفة و القابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ و تمثيلها

البياني (C_g) الموضح في الشكل التالي، (T) مماس للمنحنى

(C_g) عند A أجب بصحيح أو خطأ مع التبرير :

(1) حلول المتراجحة : $g'(x) \leq 0$ هو المجال $[-2; 3]$ **صحيحة** لأن الدالة متناقصة على هذا المجال .

(2) معادلة المماس (T) هو $y = \frac{9}{2}x - \frac{9}{8}$ **خاطئة** لأن معادلة (T) يمر

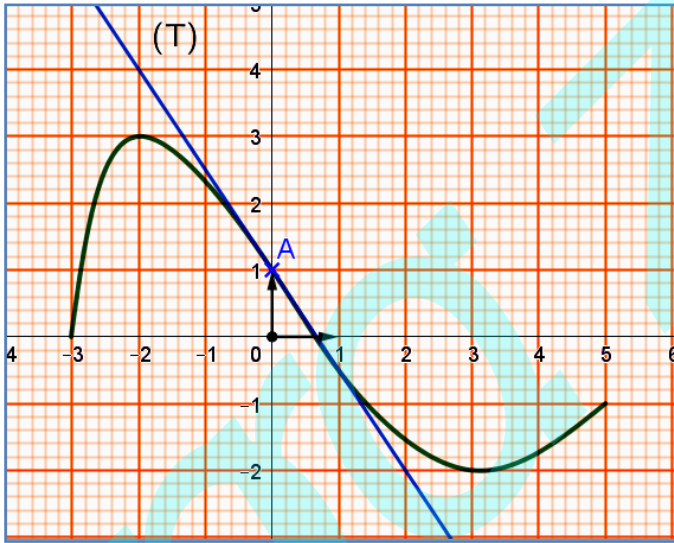
من النقطتين $A(0; 1)$ و $B(2; -2)$ معمل توجيهه هو $a = \frac{-2-1}{2-0} = -\frac{3}{2}$ و قطع حامل محور الترتيب في $A(0; 1)$ و منه معادلته

$$y = -\frac{3}{2}x + 1$$

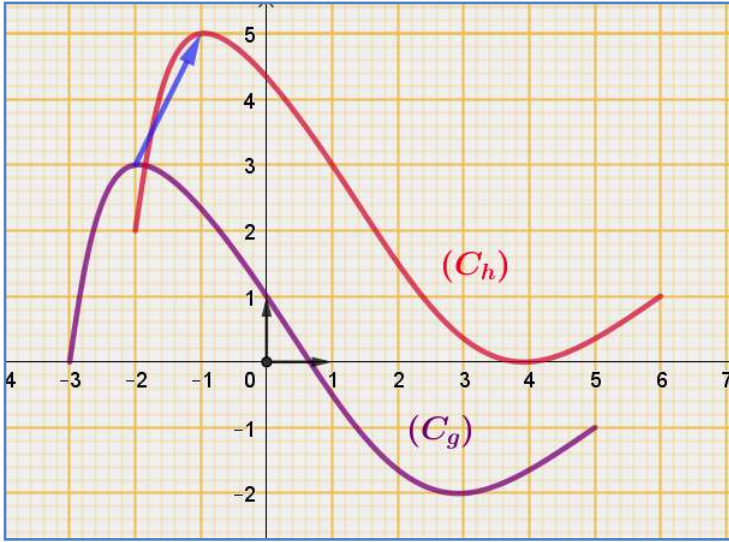
(3) المعادلة $|g(x)| = 2$ تقبل 3 حلول في $\mathbb{R}$ **صحيحة** لأن $|g(x)| = 2$ يعني أن $g(x) = 2$ أو $g(x) = -2$ حلها هو فواصل نقط

تقاطع (C_g) مع المستقيمين اللذين معادلاتهما $y = 2$ أو $y = -2$ و يتقاطعان في ثلاث نقط

(4) أنشئ في معلمين مختلفين (C_h) و (C_g) حيث $h(x) = g(x-1) + 2$



(C_h) هو صورة (C_g) بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{v} (1;2)$.



$(C|_g)$ منطبق على (C_g) لما يكون هذا الأخير فوق حامل محور الفواصل و نظيره إذا كان (C_g) تحت حامل محور الفواصل.

