

التمرين الاول : (08 نقاط)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة $\mathbb{N}$ على بحدها الاول u_0 ومن اجل كل n من $\mathbb{N}$ فان $u_{n+1} = \frac{2u_n}{2u_n + 1}$

$$1. \text{ تحقق انه من اجل كل } n \text{ من } \mathbb{N} \text{ فان } u_{n+1} = 1 - \frac{1}{2u_n + 1}$$

$$2. \text{ برهن بالتراجع انه من اجل كل } n \text{ من } \mathbb{N} \text{ فان: } 0 < u_n < \frac{1}{2}$$

$$3. \text{ تحقق انه من اجل كل } n \text{ من } \mathbb{N} \text{ فان: } u_{n+1} - u_n = \frac{u_n(1 - 2u_n)}{2u_n + 1}, \text{ ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية}$$

$$(u_n)$$

$$4. \text{ استنتج تقارب المتتالية } (u_n)$$

$$5. \text{ نضع من اجل كل } n \text{ من } \mathbb{N}: v_n = \frac{3^n u_n}{2u_n - 1}$$

$$(i) \text{ اثبت ان المتتالية } (v_n) \text{ متتالية هندسية اساسها } q = 6$$

$$(b) \text{ اكتب } v_n \text{ بدلالة } n, \text{ ثم استنتج انه من اجل كل } n \text{ من } \mathbb{N} \text{ فان: } u_n = \frac{2^n}{3 + 2^{n+1}}$$

$$(ج) \text{ احسب } \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$$

$$(د) \text{ احسب بدلالة } n \text{ المجموع } S_n \text{ حيث: } S_n = \frac{1}{u_0} + \frac{1}{u_1} + \dots + \frac{1}{u_n}$$

التمرين الثاني: (06 نقاط)

$$\text{نعتبر في } \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \text{ المعادلة } 5x - 6y = 3 \dots\dots\dots (1)$$

$$1. \text{ اثبت انه اذا كانت الثنائية } (x; y) \text{ حلا للمعادلة (1) فان } x \text{ مضاعف للعدد } 3$$

$$2. \text{ استنتج حلا خاصا للمعادلة } \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \text{ ثم حل في المعادلة (1).}$$

$$3. \text{ استنتج حلول الجملة } E, \text{ حيث } E: \begin{cases} x \equiv -4[6] \\ x \equiv -1[6] \end{cases}$$

$$4. \text{ حلل العدد } 2016 \text{ الى جداء عوامل اولية, ثم استنتج الاعداد التي مربعاتها تقسم العدد } 2016$$

$$5. \text{ نضع } d = \text{pgcd}(a; b) \text{ و } m = \text{ppcm}(a; b) \text{ عين العددين الطبيعيين } a, b \text{ حيث ان } m^2 - 2d^2 = 2016$$

التمرين الثالث: (06 نقاط)

1. بين انه من اجل كل n من $\mathbb{N}$ فان العدد $3n^3 - 11n + 48$ يقبل القسمة على $n + 3$
2. بين انه من اجل كل n من $\mathbb{N}$ فان العدد $3n^2 - 9n + 16$ عدد طبيعي غير معدوم
3. بين انه من اجل كل عدد طبيعي n اكبر من او يساوي 2 فان :
$$\text{pgcd}(3n^3 - 11n; n + 3) = \text{pgcd}(48; n + 3)$$
4. عين مجموعة القواسم الطبيعية للعدد 48 ، ثم استنتج مجموعة الاعداد الطبيعية n التي يكون من اجلها
العدد $\frac{3n^3 - 11n}{n + 3}$ طبيعيا

بالتوفيق للجميع