تمرين (01)

A، B، C ثلاث نقط ليست في استقامية.

1. أنشئ النّقطة M المعرّفة بالعلاقة: $\overrightarrow{AM}=3\overrightarrow{AB}-2\overrightarrow{AC}$

2. بيّن أنّ النّقط M ،C ،B في استقامية.

تمرين (02)

ABC مثلّث كيفي ، النّقط D ،E ،F معرّفة كما يأتي: $\overrightarrow{BA}=3\overrightarrow{BE}$ و $\overrightarrow{CA}=4\overrightarrow{CD}$ و $\overrightarrow{BF}=\frac{3}{5}\overrightarrow{BC}$

و G منتصف $[CE]$.

1. بيّن أنّ $\overrightarrow{GA}=2\overrightarrow{BG}+3\overrightarrow{GE}$ (إرشاد: استخدم علاقة شال في العلاقة $\overrightarrow{BA}=3\overrightarrow{BE}$)

2. بيّن أنّ $\overrightarrow{GF}=-\frac{2}{5}\overrightarrow{BG}-\frac{3}{5}\overrightarrow{GE}$ (إرشاد: استخدم علاقة شال في العلاقة $\overrightarrow{BF}=\frac{3}{5}\overrightarrow{BC}$)

3. استنتج أنّ النّقط A ،G ،F في استقامية.

4. بيّن أنّ $4\overrightarrow{GD}=-3\overrightarrow{GE}+\overrightarrow{GA}$ (إرشاد: استخدم علاقة شال في العلاقة $\overrightarrow{CA}=4\overrightarrow{CD}$)

5. علما أنّ $\overrightarrow{GE}=\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{BE}$ و $\overrightarrow{GA}=\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{BA}$ بيّن أنّ $\overrightarrow{GD}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{GB}$.

6. استنتج أنّ النّقط B ،G ،D في استقامية.

7. استنتج أنّ المستقيمين (DB) و (AF) يتقاطعان في النّقطة G.

تمرين (03)

I) ABC مثلث كيفي .

1. أنشئ النقطة K حيث $\overrightarrow{BK}=\frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$ ثم بين أن $\overrightarrow{AK}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$.

2. أنشئ النقطة N حيث $\overrightarrow{AN}=\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{AC}$

3. استنتج أن النقط A ، K و N في استقامية.

II) المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O\,;\,\vec{i}\,;\,\vec{j}\right)$ نعتبر النقط A ، B ، C حيث $\overrightarrow{OA}=\vec{i}+2\vec{j}$ ، $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$ و $C(2;3)$

1. عين احداثيي النقطة A ثم استنتج أن احداثيي النقطة B هي $B(1;3)$.

2. جد احداثيي النقطة D بحيث يكون الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع.

3. احسب احداثيي النقطة N بحيث $\overrightarrow{AN}=\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{AC}$.

4. K نقطة فاصلتها $\frac{5}{3}$ عين ترتيبه النقطة K بحيث النقط A ، K و N في استقامية.

5. أكتب معادلة للمستقيم (AC) ثم استنتج معادلة للمستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة B و يوازي (AC) .

www.dzexams.com

حل التمرين (01):

A، B، C ثلاث نقط ليست في استقامية.

1. أنشئ النّقطة M المعرّفة بالعلاقة: $\overrightarrow{AM}=3\overrightarrow{AB}-2\overrightarrow{AC}$

2. تبيّن أنّ النّقط M، C، B في استقامية.

لدينا $\overrightarrow{AM}=3\overrightarrow{AB}-2\overrightarrow{AC}$ باستعمال علاقة شال:

$\overrightarrow{AM}=3\left(\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{MB}\right)-2\left(\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{MC}\right)$

معناه $\overrightarrow{AM}=3\overrightarrow{AM}+3\overrightarrow{MB}-2\overrightarrow{AM}-2\overrightarrow{MC}$ معناه $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AM}+3\overrightarrow{MB}-2\overrightarrow{MC}$

معناه $\vec{0}=3\overrightarrow{MB}-2\overrightarrow{MC}$

معناه $\overrightarrow{MC}=\frac{3}{2}\overrightarrow{MB}$ وعليه الشعاعان $\overrightarrow{MC}$ و $\overrightarrow{MB}$ مرتبطين خطيا ومنه المستقيمان (MC) و (MB) متوازيان ولهما نقطة مشتركة M إذن هما منطبقان

ومنه النقط M، C، B في استقامية.

حل التمرين (02):

ABC مثلّث كيفي، النّقط D، E، F معرّفة كما يأتي: $\overrightarrow{BA}=3\overrightarrow{BE}$ و $\overrightarrow{CA}=4\overrightarrow{CD}$ و $\overrightarrow{BF}=\frac{3}{5}\overrightarrow{BC}$ و G منتصف $[CE]$.

1. تبيّن أنّ: $\overrightarrow{GA}=2\overrightarrow{BG}+3\overrightarrow{GE}$:

لدينا $\overrightarrow{BA}=3\overrightarrow{BE}$ باستخدام علاقة شال :

$\overrightarrow{BG}+\overrightarrow{GA}=3\left(\overrightarrow{BG}+\overrightarrow{GE}\right)$ معناه $\overrightarrow{GA}=3\overrightarrow{BG}+3\overrightarrow{GE}-\overrightarrow{BG}$ معناه $\overrightarrow{GA}=2\overrightarrow{BG}+3\overrightarrow{GE}$

2. بيّن أنّ: $\overrightarrow{GF}=-\frac{2}{5}\overrightarrow{BG}-\frac{3}{5}\overrightarrow{GE}$:

لدينا $\overrightarrow{BF}=\frac{3}{5}\overrightarrow{BC}$ باستخدام علاقة شال : $\overrightarrow{BG}+\overrightarrow{GF}=\frac{3}{5}\left(\overrightarrow{BG}+\overrightarrow{GC}\right)$ معناه $\overrightarrow{BG}+\overrightarrow{GF}=\frac{3}{5}\overrightarrow{BG}+\frac{3}{5}\overrightarrow{GC}$ معناه

$\overrightarrow{GF}=\frac{3}{5}\overrightarrow{BG}+\frac{3}{5}\overrightarrow{GC}-\overrightarrow{BG}$ معناه $\overrightarrow{GF}=-\frac{2}{5}\overrightarrow{BG}+\frac{3}{5}\overrightarrow{GC}$ وبما أن G منتصف $[CE]$ أي $\overrightarrow{GC}=\overrightarrow{EG}=-\overrightarrow{GE}$

وعليه $\overrightarrow{GF}=-\frac{2}{5}\overrightarrow{BG}-\frac{3}{5}\overrightarrow{GE}$.

3. استنتج أنّ النّقط A، G، F في استقامية.

لدينا $\overrightarrow{GA}=2\overrightarrow{BG}+3\overrightarrow{GE}$ .....(1) و $\overrightarrow{GF}=-\frac{2}{5}\overrightarrow{BG}-\frac{3}{5}\overrightarrow{GE}$ .....(2)

بضرب العلاقة (1) في العدد $-\frac{1}{5}$ نجد $-\frac{1}{5}\overrightarrow{GA}=-\frac{2}{5}\overrightarrow{BG}-\frac{3}{5}\overrightarrow{GE}=\overrightarrow{GF}$. ومنه $\overrightarrow{GF}=-\frac{1}{5}\overrightarrow{GA}$

وعليه الشعاعان $\overrightarrow{GA}$ و $\overrightarrow{GF}$ مرتبطين خطيا ومنه المستقيمان (GF) و (GA) متوازيان ولهما نقطة مشتركة G إذن هما منطبقان

ومنه النقط A، G، F في استقامية.

4. تبيّن أنّ $4\overrightarrow{GD}=-3\overrightarrow{GE}+\overrightarrow{GA}$

$\overrightarrow{CA}=4\overrightarrow{CD}$ باستعمال علاقة شال نجد $\overrightarrow{CG}+\overrightarrow{GA}=4\left(\overrightarrow{CG}+\overrightarrow{GD}\right)$ معناه $\overrightarrow{CG}+\overrightarrow{GA}=4\overrightarrow{CG}+4\overrightarrow{GD}$ وبما أن $4\overrightarrow{GD}=-3\overrightarrow{CG}+\overrightarrow{GA}$

G منتصف $[CE]$ أي $\overrightarrow{CG}=\overrightarrow{GE}$ وعليه $4\overrightarrow{GD}=-3\overrightarrow{GE}+\overrightarrow{GA}$

5. علما أنّ $\overrightarrow{GE}=\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{BE}$ و $\overrightarrow{GA}=\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{BA}$ بيّن أنّ $\overrightarrow{GD}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{GB}$.

www.dzexams.com

لدينا $4\overrightarrow{GD}=-3\overrightarrow{GE}+\overrightarrow{GA}$ وبما أن $\overrightarrow{GE}=\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{BE}$ و $\overrightarrow{GA}=\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{BA}$ فإن $4\overrightarrow{GD}=-3\left(\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{BE}\right)+\left(\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{BA}\right)$

معناه $4\overrightarrow{GD}=-3\overrightarrow{GB}-3\overrightarrow{BE}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{BA}$ معناه $4\overrightarrow{GD}=-2\overrightarrow{GB}-3\overrightarrow{BE}+\overrightarrow{BA}$ وبما أن $\overrightarrow{BA}=3\overrightarrow{BE}$ أي $-3\overrightarrow{BE}+\overrightarrow{BA}=\vec{0}$ وعليه

$4\overrightarrow{GD}=-2\overrightarrow{GB}$ ومنه $\overrightarrow{GD}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{GB}$.

6. استنتاج أنّ النّقط B، G، D في استقامية.

لدينا $\overrightarrow{GD}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{GB}$ وعليه الشعاعان $\overrightarrow{GD}$ و $\overrightarrow{GB}$ مرتبطين خطيا ومنه المستقيمان (GD) و (GB) متوازيان ولهما نقطة مشتركة G إذن هما منطبقان ومنه النقط B، G، D في استقامية.

7. استنتاج أنّ المستقيمين (DB) و (AF) يتقاطعان في النّقطة G.

بما أن النقط A، G، F في استقامية فإن $G\in(AF)$

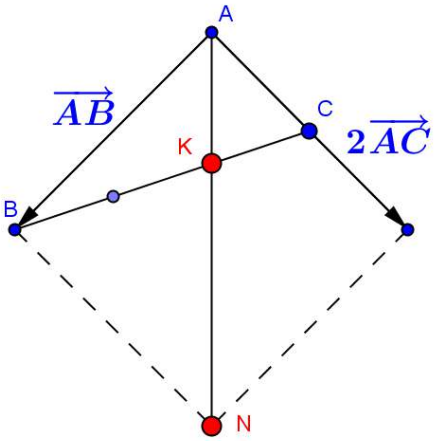
وبما أن النقط B، G، D في استقامية. $G\in(DB)$.

ومنه النّقطة G مشتركة بين المستقيمين (DB) و (AF) و عليه المستقيمين (DB) و (AF) يتقاطعان في النّقطة G.

حل التمرين (03)

ABC مثلث كيفي .

1. إنشاء النقطة K حيث $\overrightarrow{BK}=\frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$.



- بين أن $\overrightarrow{AK}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$.

لدينا $\overrightarrow{BK}=\frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$ باستعمال علاقة شال نجد $\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AK}=\frac{2}{3}\left(\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AC}\right)$

معناه $\overrightarrow{AK}=\frac{2}{3}\overrightarrow{BA}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{BA}$

معناه $\overrightarrow{AK}=\frac{-1}{3}\overrightarrow{BA}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$ معناه $\overrightarrow{AK}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$ .....و_هـ

_ م.

2. إنشاء النقطة N حيث $\overrightarrow{AN}=\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{AC}$.

3. استنتاج أن النقط A ، K و N في استقامية.

لدينا $\begin{cases}\overrightarrow{AK}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AC} & .....(1)\\ \overrightarrow{AN}=\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{AC} & .....(2)\end{cases}$ بضرب العلاقة (1) في العدد 3 نجد $3\overrightarrow{AK}=3\left(\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}\right)=\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{AC}$

وعليه $3\overrightarrow{AK}=\overrightarrow{AN}$ ومنه الشعاعان $\overrightarrow{AK}$ و $\overrightarrow{AN}$ مرتبطان خطيا ومنه المستقيمان (AK) و (AN) متوازيان ولهما نقطة مشتركة إذن المستقيمان (AK) و (AN) منطبقان وعليه النقط A ، K و N في استقامية.

www.dzexams.com

I) المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ نعتبر النقط A ، B ، C حيث $\overrightarrow{OA}=\vec{i}+2\vec{j}$ ، $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$ و $C(2;3)$

1. تعين احداثيي النقطة A ثم استنتج أن احداثيي النقطة B هي $B(1;3)$.

لدينا $\overrightarrow{OA}=\vec{i}+2\vec{j}$ ومنه $\overrightarrow{OA}\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}$ ومن جهة لدينا $\overrightarrow{OA}\begin{pmatrix}x_A-x_O\\y_A-y_O\end{pmatrix}$ أي $\overrightarrow{OA}\begin{pmatrix}x_A\\y_A\end{pmatrix}$ بالمطابقة نجد $x_A=1$ و $y_A=2$ ومنه

$A(1;2)$

وكذلك لدينا $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$ و من جهة لدينا $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}x_B-x_A\\y_B-y_A\end{pmatrix}$. ومنه $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}x_B-1\\y_B-2\end{pmatrix}$ بالمطابقة نجد $x_B-1=0$ و $y_B-2=1$ وعليه

$x_B=1$ و $y_B=3$ إذن $B(1;3)$.

2. إيجاد إحداثيي النقطة D بحيث يكون الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع.

$ABCD$ متوازي أضلاع معناه $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$ ولدينا $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$ و $\overrightarrow{DC}\begin{pmatrix}x_C-x_D\\y_C-y_D\end{pmatrix}$ أي $\overrightarrow{DC}\begin{pmatrix}2-x_D\\3-y_D\end{pmatrix}$ و بما أن

$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$ أي $\begin{cases}2-x_D=0\\3-y_D=1\end{cases}$ ومنه $x_D=2$ و $y_D=2$ وعليه $D(2;2)$

3. حساب إحداثيي النقطة N بحيث $\overrightarrow{AN}=\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{AC}$.

لدينا $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$ و $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}$ أي $2\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}2\\2\end{pmatrix}$ إذن $\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}$ ومن جهة $\overrightarrow{AN}\begin{pmatrix}x_N-1\\y_N-2\end{pmatrix}$ أي $\begin{cases}x_N-1=2\\y_N-2=3\end{cases}$ ومنه $x_N=3$ و

$y_N=5$ وعليه $N(3;5)$

4. K نقطة فاصلتها $\frac{5}{3}$ عين ترتيبه النقطة K بحيث النقط A، K، N في استقامية.

النقط A، K، N في استقامية معناه الشعاعان $\overrightarrow{AN}\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}$ و $\overrightarrow{AK}\begin{pmatrix}\frac{2}{3}\\y_K-2\end{pmatrix}$ مرتبطان خطيا أي $(y_K-2)(2)-(3)\left(\frac{2}{3}\right)=0$ معناه

$2y_K-2+4=0$ معناه $y_K=3$ وعليه $K\left(\frac{5}{3};3\right)$

5. كتابة معادلة للمستقيم (AC)

$\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}$ شعاع توجيه للمستقيم (AC) و لتكن $M(x;y)$ نقطة من المستقيم (AC)

أي الشعاعان $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}$ و $\overrightarrow{AM}\begin{pmatrix}x-1\\y-2\end{pmatrix}$ مرتبطين خطيا أي

$(1)(y-2)-(1)(x-1)=0$ معناه $(AC): x-y+1=0$.

6. ثم استنتج معادلة للمستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة B و يوازي (AC).

بما أن $(\Delta)\,//\,(AC)$ أي $(\Delta): x-y+c=0$ و بما أن $B(1;3)\in(\Delta)$ أي احداثيات النقطة B تحقق معادلة المستقيم (Δ) أي

$1-3+c=0$ أي $c=2$ ومنه $(\Delta): x-y+2=0$

www.dzexams.com