



على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين :

الموضوع الأول

التمرين الأول: (05 نقاط)

لتكن الدالة f المعرفة على المجال $[0; +\infty[$ حيث $f(x) = \frac{5x}{3x+5}$

(1) اثبت ان الدالة f متزايدة تماما على المجال $[0; +\infty[$

(2) نعتبر المتتالية العددية (u_n) بـ :
$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$$

(أ) برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي $n : u_n > 0$

(ب) ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) ثم استنتج انها متقاربة واحسب نهايتها .

(3) لتكن المتتالية (v_n) المعرفة من اجل كل عدد طبيعي n بـ : $v_n = \frac{\beta}{u_n}$

(أ) عين قيمة β حتى تكون المتتالية (v_n) حسابية اساسها 3 يطلب حساب حدّها الأول

(ب) نضع $\beta = 5$

• اكتب v_n بدلالة n واستنتج عبارة u_n بدلالة n

• أحسب بدلالة n الجداء p_n حيث: $p_n = e^{v_0} \times e^{v_1} \times e^{v_2} \times \dots \times e^{v_n}$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

(I) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2 - 2\sqrt{2}z + 3 = 0$

(II) المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o; \vec{u}, \vec{v})$ ، لتكن A, B, C, G ، النقط من

المستوي التي لواحقتها: $z_A = \sqrt{2} + i$ ، $z_B = \overline{z_A}$ ، $z_C = 2\sqrt{2}$ ، $z_D = -\sqrt{2} + 3i$ ، و $z_G = 2i$

(أ) تحقق أن النقطتين A و B تنتميان إلى دائرة مركزها C يطلب تعيين نصف قطرها.

(ب) تحقق أن $z_C = z_A + z_B$ و $|z_A| = |z_B|$ ثم استنتج طبيعة الرباعي $OACB$.

(3) بين أن النقطة G مرجح للجملة المنقلة $\{(C;1), (D;2)\}$.

(4) (Γ) مجموعة النقط (z) من المستوي حيث : $(iz+2)\overline{(iz+2)} = 36$ ، عين طبيعة المجموعة (Γ)

التمرين الثالث: (04 نقاط)

لدينا صندوقين متماثلين ، الصندوق الأول U_1 يحوي 3 كريات حمراء و كريتين خضراء ، الصندوق الثاني U_2

يحتوي كرتين حمراوين وثلاث كريات خضراء . (كل الكريات متمثلة ولانميز بينها في اللبس) .

نقوم بسحب كرية عشوائية من U_1 ونضعها في U_2 ثم نسحب عشوائيا كرتين في ان واحد

نرمز ب الحدث A_1 : سحب كرية حمراء من U_1 و ب: سحب كرتين حمراوين من U_2 و VV "سحب

كرتين خضراوين من U_2 و RR لسحب كرية حمراء وكرية خضراء من U_2 .

(1) أنجز شجرة الاحتمالات الموافقة لمعطيات النص .

(2) احسب: $P(A_1)$ و $P(A_1 \cap RR)$

(3) تحقق ان $P(RR) = \frac{11}{75}$ هل الحدثان A_1 و RR مستقلان ؟.

(4) علما ان الكرتين المسحوبتين حمراوين من U_2

ما احتمال ان تكون الكرية المسحوبة من الكيس U_1 حمراء؟.

(5) واليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكريات الحمراء المسحوبة.

(ا) عين قيم المتغير العشوائي X .

(ب) عَرّف قانون المتغير العشوائي X .

احسب الاحتمال : $P(x^2 - 1 \geq 0)$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

(I) لتكن الدالة g المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كما يلي: $g(x) = \frac{2e-x}{x} - \ln x$

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$

(2) أدرس اتجاه تغير الدالة g وشكل جدول تغيراتها .

(3) احسب $g(e)$ ثم استنتج اشارة $g(x)$ على المجال $]0; +\infty[$.

(II) لتكن f دالة عددية معرفة على $]0; +\infty[$ كما يلي : $f(x) = (2e-x)\ln x$

(C) تمثيلها البياني في معلم متعامد متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ (نأخذ : $\|\vec{i}\| = 2cm$ و $\|\vec{j}\| = 1cm$)

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(2) أ) بين أنه من أجل كل x من المجال $]0; +\infty[$: $f'(x) = g(x)$

(ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها .

(3) أ) عين احداثيات نقط تقاطع المنحني (C) مع حامل محور الفواصل

(ب) احسب $f(2)$ و $f(e^2)$ ثم أنشئ المنحني (C)

(ج) عين معادلة ديكارتية للمماس (T) للمنحني (C) عند النقطة ذات الفاصلة e .

(4) لتكن h الدالة العددية المعرفة على $]0; +\infty[$ كما يلي : $h(x) = (2e-x)|\ln x|$

و (C_h) تمثيلها البياني في نفس المعلم السابق .

(ا) اكتب h دون رمز القيمة المطلقة.

(ب) اشرح كيفية رسم المنحني (C_h) انطلاقا من المنحني (C_f) ثم أنشئه.

(5) ا) باستعمال التكامل بالتجزئة عين الدالة الاصلية F للدالة f التي تحقق : $F(e) = 0$

(ب) احسب مساحة الحيز المحدد بالمنحني (C) مجور الفواصل والمستقيمين المقاربين $x=1$ و $x=e$.

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (05 نقاط)

(I) (v_n) متتالية هندسية حدودها موجبة تماما معرفة من اجل كل عدد طبيعي حيث :

$$e^{v_0} \times e^{v_1} = e^6 \quad \text{و} \quad \ln v_0 + \ln v_2 = 2 \ln 2$$

(1) أحسب $v_1; v_0$ ، ثم استنتج قيمة الاساس q

(2) نضع: $v_0 = 4$ و $q = \frac{1}{2}$

(أ) عبر عن الحد العام v_n بدلالة n

(ب) أحسب بدلالة n المجموع S_n : $S_n = \ln v_0 + \ln v_1 + \ln v_2 + \dots + \ln v_n$

(II) لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة لكل n عدد طبيعي كما يلي : $u_0 = 6$ و $u_{n+1} = \sqrt{9u_n + 10}$

(1) برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n : $6 \leq u_n \leq 10$

(2) ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) ثم استنتج انها متقاربة.

(4) بين انه من اجل كل عدد طبيعي n : $10 - u_{n+1} \leq \frac{1}{2}(10 - u_n)$.

(5) استنتج انه من اجل كل عدد طبيعي n : $0 \leq 10 - u_n \leq v_n$ ثم احسب النهاية $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

كيس به 8 كريات متماثلة ، لا نفرق بينها باللمس ، منها 4 بيضاء تحمل الارقم 1.1.2.3 و 4 خضراء تحمل الارقام 1.2.2.3.

(I) نسحب عشوائيا وفي آن واحد كرتين من الكيس.

(1) احسب احتمال الحادثة A : " سحب كرتين مختلفتين في اللون " .

(2) احسب احتمال الحادثة B : " سحب كرتين تحمل رقم فردي على الاقل " .

(3) احسب احتمال الحادثة C : " سحب كرتين تحمل رقمين جداولهما عدد زوجي " .

(II) نقترح اللعبة التالية: للمشاركة يدفع اللاعب $\alpha(DA)$ ، α عدد طبيعي معطى DA تعني دينار جزائري

فإذا سحب كرتين تحملان رقم 3 يحصل على DA 1000 و إذا سحب كرتين تحملان رقم 2 يحصل على DA 100 و يخسر ما دفعه في باقي الحالات

ليكن X المتغير العشوائي الذي يمثل ربح أو خسارة اللاعب بدلالة α .

(1) برّر أن قيم المتغير العشوائي هي $\{-\alpha; 100 - \alpha; 1000 - \alpha\}$: ثم عرّف قانون احتماله.

(2) بيّن أن الأمل الرياضي للمتغير العشوائي بدلالة هو : $E(x) = \frac{1300}{28} - \alpha$

(3) أوجد أصغر قيمة ممكنة لـ α حتى تكون اللعبة ليست في صالح اللاعب

التمرين الثالث: (04 نقاط)

(I) نعتبر في مجموعة الاعداد المركبة $\mathbb{C}$ كثير الحدود $P(z) = (\bar{z} - 1 + 8i)(z - 4 - 5i)$

حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $P(z) = 0$.

(II) نعتبر في المستوى المركب المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(o; \bar{u}, \bar{v})$. النقط C, B, A لواحقها :

$$z_C = 1 + 8i \quad z_B = 4 + 5i \quad z_A = 1 + 2i$$

(1) أكتب العدد L على الشكل الجبري حيث $L = \frac{z_A - z_B}{z_C - z_B}$.

(2) اعط تفسيراً هندسياً لطويلة وعمدة العدد المركب L

(3) استنتج طبيعة المثلث ABC .

(4) لتكن النقطة D مرجح الجملة المتقلة $\{(A, 1); (B, -1); (C, 1)\}$.

(أ) عين Z_D لاحقة النقطة D .

(ب) بين ان الرباعي $ABCD$ مربع .

(ج) عين المجموعة (Γ) للنقط $M(z)$ من المستوي التي تحقق : $\|MA - MB + MC\| = 6$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \bar{i}, \bar{j})$ حيث : $\|\bar{i}\| = 1 \text{ cm}$

(I) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x) = (2x + 1)e^x - 1$

(1) ادرس تغيرات الدالة g على $\mathbb{R}$ ثم شكل جدول تغيراتها. (حساب النهايات مطلوب)

(2) بين ان المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α على $\mathbb{R}$ ثم تحقق أن $\alpha = 0$.

(1) حدد حسب قيم x اشارة $g(x)$. السابق انتهى الموضوع الثاني

(II) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x) = x(1 - e^{-x})^2$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني

(2) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

(3) (أ) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x غير معدوم $f'(x) = (e^{-x} - 1)g(-x)$

(ب) بين أن الدالة f متزايدة على $\mathbb{R}$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.

(4) بين ان المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x$ مقارب مائل لـ (C_f) . ادرس الوضعية النسبية بين (Δ) و (C_f) .

(5) (أ) أكتب معادلة المماس (T) لـ (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0.

(ب) ادرس الوضعية النسبية بين (T) و (C_f) .

(ج) استنتج ان (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين احداثياتها.

(6) احسب $f(-1)$ ، ثم أنشئ (T) ; (Δ) و (C_f) .

نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $h(x) = |x|(1 - e^{|x|})^2$.

(أ) بين أن الدالة h زوجية.

(ب) أنشئ (C_h) منحنى الدالة h انطلاقاً من (C_f) مع الشرح