

على المترشح اختيار موضوع واحد من بين الموضوعين

الموضوع الاول

التمرين الأول : (04 نقاط)

✓ نعتبر المتتالية (u_n) معرفة على N بحدها الاول $u_0 = 4$ و $u_{n+1} = 3u_n - 2n + 3$

1. برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي فان : $u_n \geq n$ ثم استنتج $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ مع التبرير ثم فسر النتيجة ؟
2. برهن ان المتتالية (u_n) متزايدة تماما .

✓ (v_n) متتالية معرفة على N $v_n = u_n - n + 1$

1. بين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول
2. أكتب كل من v_n و u_n بدلالة n تحقق من نهاية المتتالية (u_n)
3. اوجد بدلالة n المجموعين:

$$S_n = v_0^2 + v_1^2 + v_2^2 + \dots + v_{n-1}^2$$

$$P_n = (u_0)^2 + (u_1 - 1)^2 + (u_2 - 2)^2 + \dots + (u_{n-1} - n + 1)^2$$

التمرين الثاني : (05 نقاط)

يحتوي صندوق على خمس بطاقات بيضاء تحمل الارقام 1; 1; 2; 2; 1; 1 وثلاث بطاقات خضراء تحمل الارقام 1; 2; 1;. نسحب عشوائيا وفي ان واحد بطاقتين من الصندوق :

1. احسب احتمال الحدث A: سحب بطاقتين لهما نفس اللون.
2. احسب احتمال الحدث B: ان تكون البطاقتان تحملان نفس الرقم
3. احسب $P(A \cap B)$ ثم استنتج $P(A \cup B)$
4. نعتبر المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الألوان الظاهرة بعد عملية السحب أ. عرف قانون الاحتمال ثم احسب الامل الرياضي
5. نضيف n بطاقة بيضاء للصندوق ونسحب عشوائيا وفي ان واحد بطاقتين من الصندوق

$$P(C) = \frac{6}{n^2 + 15n + 56}$$

بين ان احتمال سحب بطاقتين خضراوين هو :

احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} P(c)$ فسر النتيجة

اوجد عدد البطاقات المضافة حتى يكون $P(C) = \frac{1}{15}$

التمرين الثالث : (4 نقاط)

نعتبر في z^2 المعادلة : $13x - 11y = 23$ (1)

1- عين حلا خاص $(x_0; y_0)$ للمعادلة حيث : $x_0 - y_0 = 1$

- حل في z^2 المعادلة (1) ،

2- عين الشائيات $(x; y)$ حلول المعادلة (1) حيث يكون $-10 < x < 40$

3- ليكن d قاسم مشترك أكبر للعددين x و y حلي المعادلة (1) ماهي قيم d

$$4- \text{ حل الجملة : } \begin{cases} 13x - 11y = 23 \\ p \gcd(x; y) = 23 \end{cases}$$

التمرين الرابع : (7 نقاط)

✓ نعتبر g معرفة على $]0; +\infty[$: $g(x) = (1 + x + x^2)e^{\frac{-1}{x}} - 1$

1. ادرس اتجاه تغير الدالة g . ثم شكل جدول تغيراتها

2. بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حل وحيد α حيث : $0.9 < \alpha < 1$ ثم استنتج إشارة $g(x)$

✓ نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0; +\infty[$: $f(x) = \frac{1}{x} + (1 + x)e^{\frac{-1}{x}}$

1. عين نهايات الدالة f

2. بين أنه من اجل كل عدد حقيقي موجب تماما : $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$

3. استنتج اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول التغيرات .

4. بين ان $y = x$ مستقيم مقارب مائل (Δ) "يمكنك وضع $t = \frac{-1}{x}$ "

✓ h المعرفة على $]0; +\infty[$ كما يلي $h(x) = \frac{1}{x} - 1 + e^{\frac{-1}{x}}$

أ. ادرس تغيرات الدالة h ثم استنتج اشارتها

ب. تحقق ان : $f(x) - x = (1 + x)h(x)$

ج. استنتج الوضع النسبي بين المنحنى والمستقيم المقارب (Δ)

✓ . ارسم (C_f)

$$(U_n) \text{ متتالية حسابية متزايدة تماما حدودها أعداد طبيعية تحقق : } \begin{cases} U_4 = 15 \\ m + d = 42 \end{cases} \text{ حيث } \begin{cases} m = PPCM(U_3; U_5) \\ d = PGCD(U_3; U_5) \end{cases}$$

(1) عين الحدين U_3 و U_5 ، ثم استنتج U_0 .

$$U_3 = 12 \text{ نضع}$$

(2) أكتب U_n بدلالة n ، ثم بين أن 2022 حد من حدود المتتالية (U_n) ، و عين رتبته .

(3) عين الحد الذي ابتداء منه يكون مجموع 5 حدود متعاقبة من (U_n) يساوي 10140 .

(4) n عدد طبيعي غير معدوم .

$$P_n = (U_1 - 3)(U_2 - 3)(U_3 - 3).....(U_n - 3) \text{ أ/ احسب بدلالة } n \text{ المجموع :}$$

$$P_n = n!(3^{n+1}) \text{ ب/ بين ان } \lim_{n \rightarrow +\infty} P_n \text{ ثم اوجد :}$$

I. المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$ ، حيث النقط A ، B ، C التي

$$z_A = 3 - 2i \text{ ، } z_B = -1 + i \text{ و } z_C = 6 + 2i \text{ .}$$

(1) أكتب على الشكل الجبري : $\frac{Z_B - Z_A}{Z_C - Z_A}$ استنتج طبيعة المثلث ABC ثم أجسب مساحته

(2) لتكن النقطة E ذات اللاحقة $z_E = -2 - i$ عين لاحقة النقطة D حيث النقطة D نظيرة B بالنسبة إلى E ، ثم جد لاحقة

النقطة F حتى يكون الرباعي $ABFD$ متوازي اضلاع

(3) عين لاحقة النقطة G حيث G هي مرجح الجملة المثقلة $\{(A; -2), (C; 1), (E; 3)\}$

(4) M نقطة من المستوي لاحقتها z عين طبيعة مجموعة النقط (Γ) ، مجموعة النقط M و عناصرها المميزة و التي تحقق

$$|-2iz + 4 + 6i| = |3 - 3i\sqrt{3}| \text{ .}$$

III) ليكن العددين المركبين z_1 و z_2 حيث : $z_1 = -3 - i\sqrt{3}$ و $z_2 = -\sqrt{5} + i\sqrt{15}$ و ليكن العدد المركب z_3 حيث :

$$Z_3 = \sqrt{2} \left(\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) + i \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right) \right)$$

(1) أكتب z_1 و z_2 على الشكل المثلي مع التبرير ثم z_3 على الشكل الجبري

(2) نعرف العدد المركب L حيث : $L = \frac{Z_1}{Z_3}$ أكتب العدد L على الشكل الجبري ثم على الشكل المثلي .

(3) استنتج القيمة المضبوطة لكل من $\cos \frac{7\pi}{12}$ و $\sin \frac{7\pi}{12}$.

(4) ليكن n عدد طبيعي . عين قيم n بحيث يكون العدد L^n حقيقيا ثم أكتب على شكل الجبري $\left(\frac{L}{\sqrt{6}}\right)^{2020}$.

التمرين الثالث : (4 نقاط) اجب بصحيح او خطأ مع التبرير عن العبارات الاتية

1. من أجل كل عدد طبيعي n وحسب دستور ثنائي الحد اذا كان لدينا :

$$s_n = C_n^2 5^2 + C_n^3 5^3 + C_n^4 + \dots + C_n^n 5^n$$

$$s_n = 5^{n+1} \quad \text{فان :}$$

2. a, b, c اعداد صحيحة ; اذا كان a اولي مع b واولي مع c فان: a اولي مع $b \times c$

3. عدد الطرق الممكنة لفتح خزانة رقمها السري مكون من الارقام الثمانية التالية 8;8;8;3;3;2;2;4 هي :

$$8! = 40320$$

4. حل المعادلة $\cos(\pi e^x) + \sin(\pi e^x) = 1$ هو $x = \ln(2k)$ حيث $k \in \mathbb{N}^*$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0;1[\cup]1, +\infty[$

$$f(x) = x + 1 - \frac{1}{\ln x}.$$

1. اوجد نهايات الدالة f ثم ادرس اتجاه تغيرها و شكل جدول التغيرات.

2. بين ان المنحنى يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ) يطلب تعيين معادلة له

ادرس الوضع النسبي بين المنحنى والمستقيم (Δ) .

3. بين ان المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة α حيث : $1.49 < \alpha < 1.5$

4. بين ان معادلة المماس عند الفاصلة α هي : $y = \left(\alpha + 3 + \frac{1}{\alpha}\right)(x - \alpha)$

5. ارسم المنحنى (C_f) والمستقيم المقارب المائل (Δ) .

6. h المعرفة على المجال $]1, +\infty[$: $h(x) = 1 - x + x \ln x$

أ. بين ان h متزايدة تماما على المجال $]1, +\infty[$ ثم استنتج اشارتها

$$\text{ب. بين ان } f(x) - x + \frac{1}{x \ln x} = \frac{h(x)}{x \ln x}$$

$$\text{ج. استنتج ان : } x - \frac{1}{x \ln x} < f(x) < x + 1$$