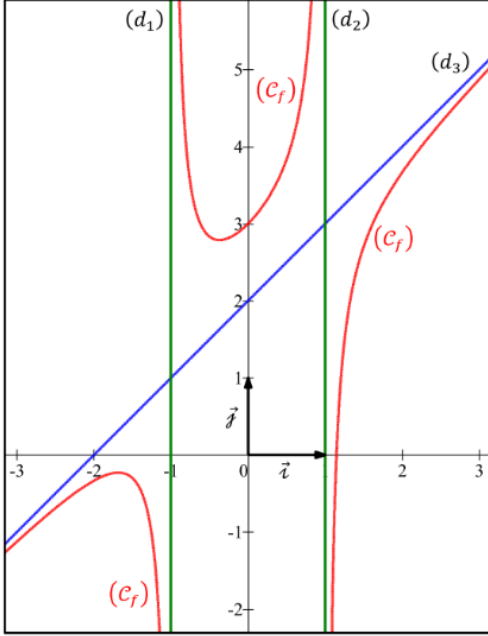


التمرين رقم 08

الشكل المقابل هو التمثيل البياني لدالة f معرفة على $\mathbb{R} - \{-1; 1\}$ في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
لتكن $(d_1): x = -1$ ، $(d_2): x = 1$ و $(d_3): y = x + 2$ المستقيمات المقاربة للمنحنى (C_f) الممثل للدالة f .



(1) بقراءة بيانية، عين:

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x), \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x), \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x), \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - x], \lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - x], \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}, \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x + 2)], \lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (x + 2)]$$

(2) حدد إشارة $f(x) - (x + 2)$.

التمرين رقم 09

نعتبر الدالة f ذات المتغير الحقيقي x المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعلاقة:

$$f(x) = \sqrt{4x^2 + x + 1} + mx + 1$$

حيث m وسيط حقيقي.

(1) أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها حسب قيم m .

(2) استنتج وجود مستقيمات مقاربة عمودية.

التمرين رقم 10

نعتبر الدالة f ذات المتغير الحقيقي x المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعلاقة:

$$f(x) = \frac{x - \sin^2 x}{2 + \sin x}$$

(1) برهن أنه يوجد عدداً حقيقيين a و b بحيث من أجل كل عدد حقيقي x فإن:

$$a \leq 2 + \sin x \leq b$$

(2) برهن على وجود دالتين g و h بحيث من أجل كل عدد حقيقي x فإن:

$$g(x) \leq f(x) \leq h(x)$$

ناقش حالة $x > 1$ وحالة $x < 0$.

(3) عين النهايتين التاليتين: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

- حقوق النشر محفوظة -

الأستاذ عبد الحميد

التمرين رقم 01

عين المستقيمات المقاربة الموازية للمحورين - إن وجدت - في كل حالة مما يلي:

$$1) f(x) = \frac{3x - 1}{x}; D_f = \mathbb{R}^*$$

$$2) f(x) = -\frac{1}{x^2}; D_f = \mathbb{R}^*$$

$$3) f(x) = \frac{1}{x + 2}; D_f = \mathbb{R} - \{-2\}$$

$$4) f(x) = \frac{1}{x^2 - 4}; D_f = \mathbb{R} - \{-2; 2\}$$

$$5) f(x) = \frac{2x - 1}{x^2 - 3x + 2}; D_f = \mathbb{R} - \{1; 2\}$$

التمرين رقم 02

لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = \frac{2x^3 + 2x + 1}{x^2 + 1}$.

(1) عين الأعداد الحقيقية a, b و c بحيث: $f(x) = ax + b + \frac{c}{x^2 + 1}$.

(2) عين جميع المستقيمات المقاربة - إن وجدت - للمنحنى (C_f) الممثل للدالة f .

التمرين رقم 03

لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R} - \{-2\}$ بـ: $f(x) = \frac{2x^2 + 3x - 1}{x + 2}$.

(1) عين الأعداد الحقيقية a, b و c بحيث: $f(x) = ax + b + \frac{c}{x + 2}$ و $x \neq -2$.

(2) أدرس وجود مستقيم مقارب للمنحنى (C_f) الممثل للدالة f بجوار $+\infty$.

التمرين رقم 04

بين أن المستقيم ذو المعادلة $y = x$ مقارب مائل لجوار $+\infty$ للمنحنى البياني (C_f)

الممثل للدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = \frac{x^3}{x^2 + 1}$.

التمرين رقم 05

بين أن المستقيم ذو المعادلة $y = 2x$ مقارب مائل لجوار $+\infty$ للمنحنى البياني (C_f)

الممثل للدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = x + \sqrt{x^2 - 1}$.

التمرين رقم 06

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $[1; +\infty[$ بـ: $f(x) = \frac{1}{2}x - \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x}$.

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس.

(1) أ- بين من أجل كل عدد حقيقي $x \geq 1$ أن: $f(x) = \frac{1}{2}x - \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x}$.

ب- استنتج نهاية الدالة f عند $+\infty$.

(2) أ- بين أن المستقيم $\Delta: y = \frac{1}{2}x - 1$ مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $+\infty$.

ب- بين من أجل كل عدد حقيقي $x \geq 1$ أن: $\frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x} < 1$.

ج- استنتج وضعية (C_f) بالنسبة إلى Δ .

التمرين رقم 07

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = \sqrt{x^2 + x + 1} - x$.

نسعى (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) أ- أدرس نهايات الدالة f عند $-\infty$ وعند $+\infty$.

هل يقبل (C_f) مستقيمات مقاربة أفقية؟

(2) بين أن المستقيم $\Delta: y = -2x - \frac{1}{2}$ مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $-\infty$.