

تمارين على الإحتمالات

ملتقى 11 جانفي 2018- مقاطعات 01 و 02 و 03 برج بوعريج

www.dzexams.com

تمرين (1)

يحتوي وعاء على 4 كرات صفراء و 8 كرات خضراء غير متميزة عند اللمس.

نسحب بطريقة عشوائية 2 كرات على التوالي دون إرجاع و نعتبر أن كل الكرات لها نفس الاحتمال .

- استعمل شجرة الاحتمالات لنمذجة كل من الوضعيات السابقة ثم أحسب احتمال الحصول :

(أ) " A كرة صفراء ثم كرة خضراء " .

(ب) " B كرة خضراء ثم كرة صفراء " .

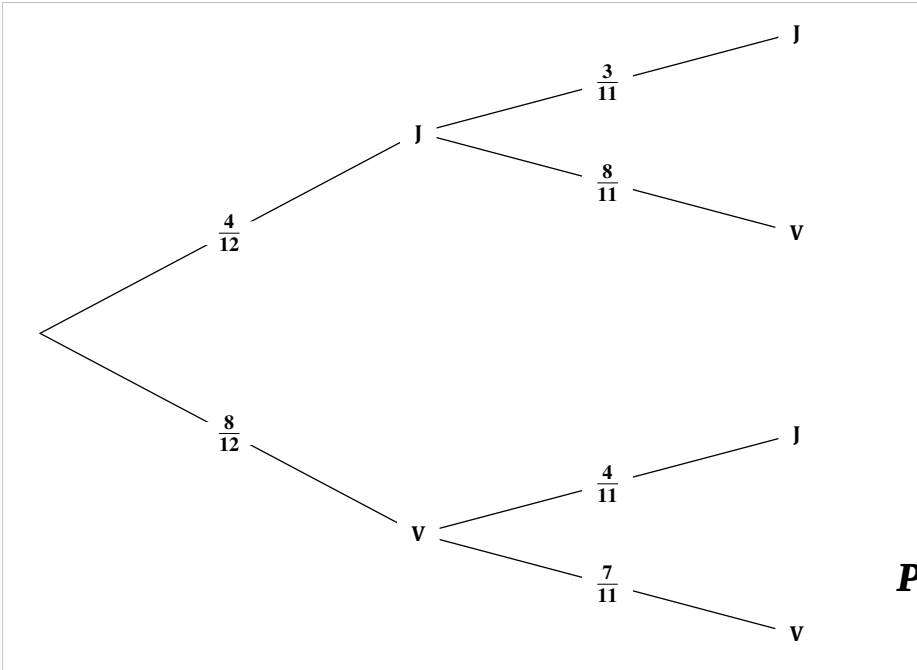
(ج) " C اللونين معا " .

حل التمرين (1)

$$P(A) = \frac{4}{12} \times \frac{8}{11} = \boxed{\frac{8}{33}}$$

$$P(B) = \frac{8}{12} \times \frac{4}{11} = \boxed{\frac{8}{33}}$$

$$P(C) = \frac{4}{12} \times \frac{3}{11} + \frac{8}{12} \times \frac{7}{11} = \boxed{\frac{17}{33}}$$

**تمرين (2)**

يحتوي كيس على 5 كرات حمراء و 3 كرات خضراء و 2 كرات بيضاء غير متميزة عند اللمس.

نسحب عشوائيا 2 كرات على التوالي دون إرجاع و نعتبر أن كل الكرات لها نفس الاحتمال .

(1) مثل الوضعية بواسطة شجرة الاحتمالات .

(2) أحسب احتمال الحصول على :

(أ) " A كرتين من نفس اللون " .

(ب) " C كرة خضراء في السحب الأول " .

(ج) " D اللونين معا " .

(3) أحسب احتمال الحصول على كرة خضراء في السحب الثاني .

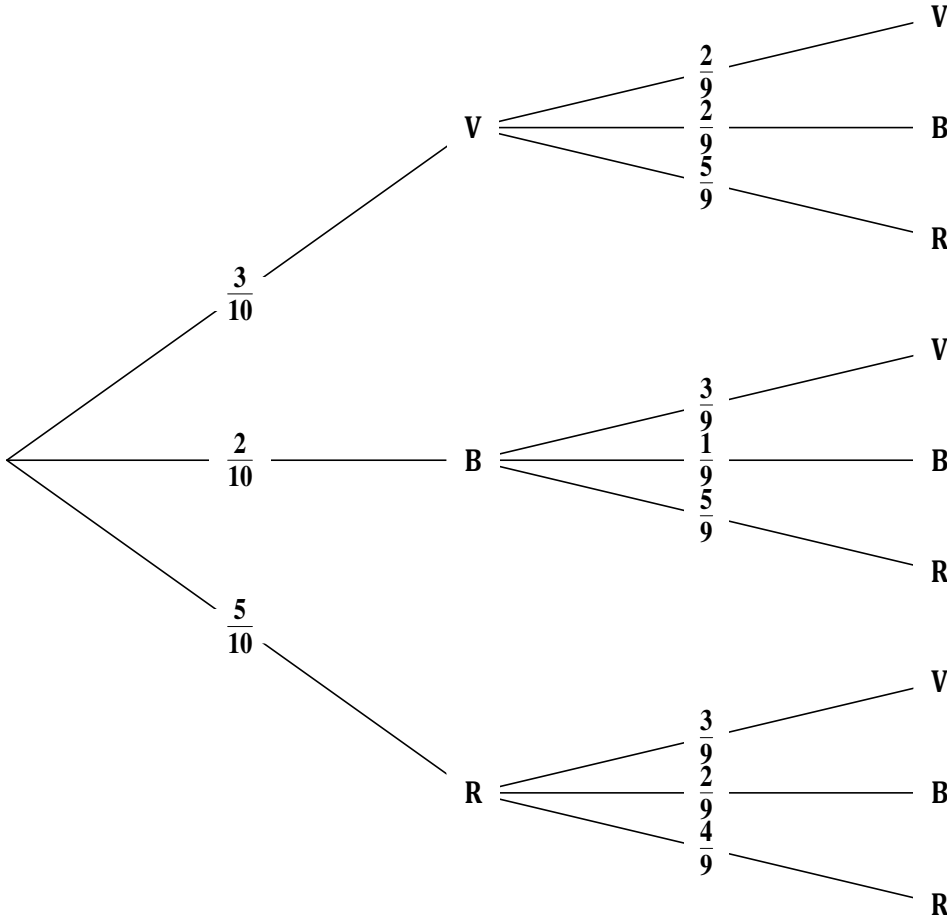
حل التمرين (2)

(1) شجرة الاحتمالات: نرسم بـ:

B للكرة البيضاء .

V للكرة الخضراء .

R للكرة الحمراء .



(2) أ) الحدث **A** هو : **VV** أو **BB** أو **RR** : $P(A) = \frac{3}{10} \times \frac{2}{9} + \frac{2}{10} \times \frac{1}{9} + \frac{5}{10} \times \frac{4}{9} = \frac{14}{45}$

ب) الحدث **C** هو : **VV** أو **VB** أو **VR** : $P(C) = \frac{3}{10} \times \frac{2}{9} + \frac{2}{10} \times \frac{1}{9} + \frac{5}{10} \times \frac{4}{9} = \frac{14}{45}$

ج) الحدث **D** هو : **VR** أو **VB** أو **BV** أو **BR** أو **VB** أو **RB**

$$P(D) = \frac{3}{10} \times \frac{2}{9} + \frac{3}{10} \times \frac{5}{9} + \frac{2}{10} \times \frac{3}{9} + \frac{2}{10} \times \frac{5}{9} + \frac{5}{10} \times \frac{3}{9} + \frac{5}{10} \times \frac{2}{9} = \frac{31}{45}$$

طريقة (2): $D = \bar{A}$ معناه : $P(D) = 1 - P(A) = 1 - \frac{14}{45} = \frac{31}{45}$

(3) ليكن **P(E)** هو احتمال الحصول على كرة خضراء في السحب الثاني .

الحدث **E** هو : **VV** أو **BV** أو **RV** : $P(E) = \frac{3}{10} \times \frac{2}{9} + \frac{2}{10} \times \frac{3}{9} + \frac{5}{10} \times \frac{3}{9} = \frac{3}{10}$

تمرين (3)

صندوق **A** يحتوي على 4 كريات حمراء و 6 كريات سوداء و صندوق **B** يحتوي على كرية واحدة

حمراء و 9 كريات سوداء مع أن كل الكريات متساوية الاحتمال .

(I) يرمي لاعب زهرة نرد غير مزيفة و مرقمة من 1 إلى 6 مرة واحدة في الهواء .

إذا تحصل على الرقم 1 يسحب كرة واحدة من الصندوق A .

إذا لم يتحصل على الرقم 1 فيسحب كرة واحدة من الصندوق B .

(1) شكل شجرة الاحتمالات لهذه التجربة .

(2) R الحادثة : "الحصول على كرية حمراء" بين أن $P(R) = 0,15$

(3) تحصل اللاعب على كرية حمراء ، بين أن احتمال أن تكون من الصندوق A أكبر أو تساوي

من احتمال أن تكون من الصندوق B.

(II) اللاعب يكرر هذه اللعبة مرتان (اللعبة المنصوص عليها في الجزء في نفس الشروط المتماثلة

و المستقلة عن بعضها بمعنى يعيد الصندوقين إلى تعدادها الأول بعد اللعبة الأولى)

ليكن x عدد طبيعي غير معدوم ، بعد اللعبتين يتحصل اللاعب على نقطة عن كل كرية حمراء و يخسر

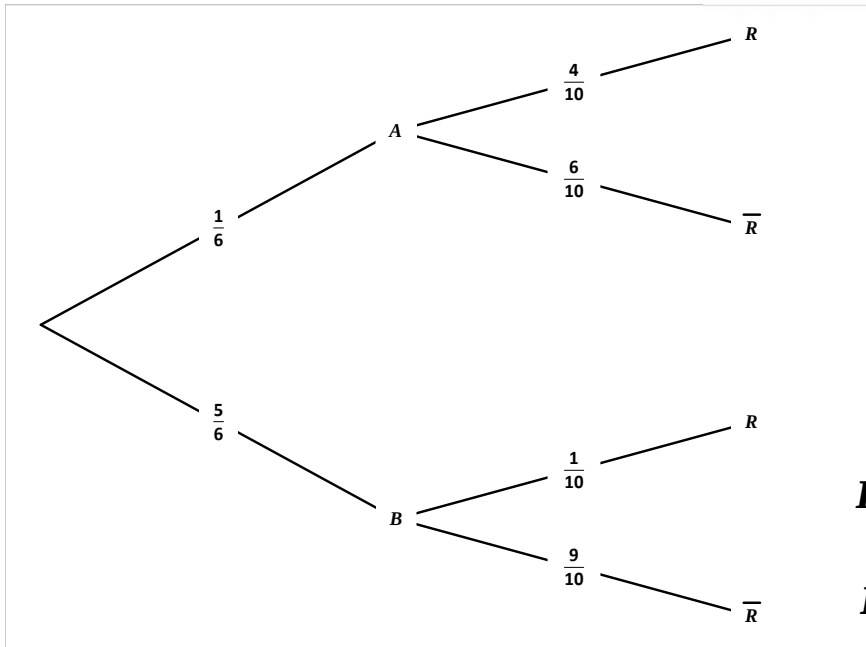
نقطة عن كل كرية سوداء .

نرمز بـ G إلى قيمة الربح أو الخسارة بعد اللعبتين .

(1) بين أن G يأخذ القيم $2x$, $x-2$, $-4x$.

(2) أوجد قانون الاحتمال و أحسب الأمل الرياضي $E(G)$ للمتغير العشوائي G بدلالة x .

(3) ما هي أصغر قيمة لـ x حتى تكون اللعبة مربحة .



حل التمرين (3)

(I) 1) بتطبيق الاحتمالات الكلية ينتج:

$$P(R) = \frac{1}{6} \times \frac{4}{10} + \frac{5}{6} \times \frac{1}{10} = \boxed{0,15}$$

(2) هنا احتمالات شرطية :

احتمال أن تكون من الصندوق A مع العلم

$$P_R(A) = \frac{P(R \cap A)}{P(R)} : \text{أنها حمراء هو :}$$

$$P(R \cap A) = \frac{1}{6} \times \frac{4}{10} , P(R) = \frac{9}{6} : \text{لدينا :}$$

و منه : $P_R(A) = \frac{4}{9}$ احتمال أن تكون من الصندوق B مع العلم أنها حمراء هو :

$$P_R(B) = 1 - P_R(A) = 1 - \frac{4}{9} = \boxed{\frac{5}{9}}$$

نلاحظ أن : $P_R(B) > P_R(A)$

(II) 1) يمكن للاعب أن يحصل بعد اللعبتين : $\Omega = \{RR; RN; NN\}$ ومنه : $G(\Omega) = \{2x; x-2; -4\}$

2) قانون الاحتمال : $P(G = 2x) = P(R) \times P(R) = 0,15 \times 0,15 = 0,0225$

$P(G = -4) = P(N) \times P(N) = 0,85 \times 0,85 = 0,7225$

$P(G = x - 2) = P(R) \times P(N) + P(N) \times P(R) = 0,225$

g_i	$2x$	$x - 2$	-4
$P(G = g_i)$	0,0225	0,7225	0,225

الأمّل الرياضياتي $E(G)$

$E(G) = 2x \times 0,0225 + (x - 2) \times 0,7225 + (-4) \times 0,225 = 0,3x - 3,4$

تكون اللعبة مربحة إذا كان : $E(G) > 0$ معناه $3x - 3,4 > 0$

و منه : $x > 11,3$ و بما أن x عدد طبيعي ، فإن $x = 12$.

تمرين(4)

يحتوي كيس على 20 قريصات متماثلة و غير متمايزة عند اللمس واحدة حمراء و 2 صفراء و 4 خضراء

بسحب لاعب قريصة واحدة من الكيس :

إذا كانت حمراء يربح اللاعب 10DA .

إذا كانت صفراء يخسر اللاعب 5DA .

إذا كانت خضراء يعيد اللاعب سحب قريصة أخرى دون ارجاع الأولى إلى الكيس ، فإذا كانت الثانية

حمراء يربح 8DA و إلا فإنه يخسر 4DA .

نهتم بالربح الجبري (ربح أو خسارة) في نهاية اللعبة . لتكن Ω مجموعة الارباح الممكنة .

1) ضع مخططا مناسباً لهذه اللعبة .

2) أحسب احتمال الحادثة G "اللاعب رابح" .

3) عرف قانون احتمال Ω و أحسب الأمّل الرياضياتي .

تمرين(5)

يحتوي كيس على 20 قريصات متماثلة و غير متمايزة عند اللمس واحدة حمراء و 2 صفراء و 4 خضراء

بسحب لاعب قريصة واحدة من الكيس :

إذا كانت حمراء يربح اللاعب $10DA$.

إذا كانت صفراء يخسر اللاعب $5DA$.

إذا كانت خضراء يعيد اللاعب سحب قرينة أخرى دون ارجاع الأولى إلى الكيس ، فإذا كانت الثانية

حمراء يربح $8DA$ و إلا فإنه يخسر $4DA$.

نهتم بالربح الجبري (ربح أو خسارة) في نهاية اللعبة . لتكن Ω مجموعة الارباح الممكنة .

(1) ضع مخططا مناسباً لهذه اللعبة .

(2) أحسب احتمال الحادثة G "اللاعب رابح" .

(3) عرف قانون احتمال Ω و أحسب الأمل الرياضي

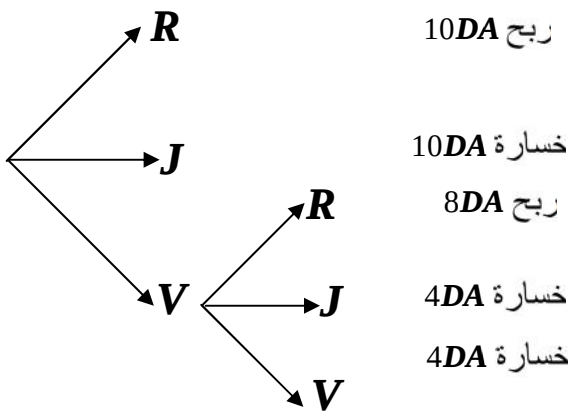
حل التمرين(5)

(1) عدد الطرق الممكنة لإجراء اللعبة :

(سحب قرينة من اللونين الأحمر و الأصفر) أو (قرينة خضراء أولاً و قرينة من 6 قرينات الباقية)

إذن عدد الطرق الممكنة لإجراء اللعبة هو : $3 + 6 \times 4 = 27$

السحبة الأولى السحبة الثانية



(2) حساب احتمال الحادثة G : يربح اللاعب في حالة

سحبه قرينة حمراء أو قرينة خضراء متبوعة

$$P(G) = \frac{1 \times 4 + 1}{27} = \frac{5}{27}$$

(2) لدينا المجموعة : $\Omega = \{-4; -5; 8; 10\}$

x_i	- 4	- 5	8	10
$P(X = x_i)$	$\frac{20}{27}$	$\frac{2}{27}$	$\frac{4}{27}$	$\frac{1}{27}$

تمرين(6)

تتكون مجموعة أشخاص من ثمانية رجال و أربع نساء من بينهم رجل واحد اسمه إبراهيم و امرأة

واحدة اسمها فاطمة ، نريد تكوين لجنة مكونة من ثلاثة أعضاء لهم نفس المهام .

(1) أحسب احتمال كل من الأحداث التالية :

A " تكوين لجنة تضم 3 رجال "

B " تكوين لجنة تضم رجلاً و امرأتين "

C " تكوين لجنة تضم إبراهيم "

D " تكوين لجنة تضم إما إبراهيم أو فاطمة "

(2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل اختيار بعدد الرجال في اللجنة المكونة.

(أ) عين القيم الممكنة التي يأخذها المتغير العشوائي X و عرف قانون احتماله .

(ب) أحسب الأمل الرياضي و الانحراف المعياري للمتغير العشوائي X .

حل التمرين(6)

(1) عدد اللجان التي يمكن تشكيلها هو : $C_{12}^3 = \boxed{220}$

$$P(B) = \frac{C_8^1 \times C_4^2}{220} = \boxed{\frac{12}{55}} , \quad P(A) = \frac{C_8^3}{220} = \boxed{\frac{14}{55}}$$

$$P(D) = \frac{C_1^1 \times C_{10}^2 + C_1^1 \times C_{10}^2}{220} = \boxed{\frac{9}{22}} , \quad P(C) = \frac{C_1^1 \times C_{11}^2}{220} = \boxed{\frac{1}{4}}$$

(2) أ) القيم التي يأخذها X : 0 1 2 3 :

$$P(X=1) = P(B) = \boxed{\frac{12}{55}} , \quad P(X=0) = \frac{C_4^3}{220} = \boxed{\frac{1}{55}} \quad \text{قانون احتمال } X : \text{ لدينا :}$$

$$P(X=3) = P(A) = \boxed{\frac{14}{55}} , \quad P(X=2) = \frac{C_8^2 \times C_4^1}{220} = \boxed{\frac{28}{55}}$$

نلخص النتائج في الجدول التالي :

x_i	0	1	2	3
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{55}$	$\frac{12}{55}$	$\frac{28}{55}$	$\frac{14}{55}$

$$E(X) = 0 \times \frac{1}{55} + 1 \times \frac{12}{55} + 2 \times \frac{28}{55} + 3 \times \frac{14}{55} = \boxed{2} \quad \text{(ب) الأمل الرياضي :}$$

الانحراف المعياري :

$$V(X) = \sum_{i=1}^4 (x_i - E(X))^2 p_i = (0-2)^2 \frac{1}{55} + (1-2)^2 \frac{12}{55} + (2-2)^2 \frac{28}{55} + (3-2)^2 \frac{14}{55} = \boxed{\frac{6}{11}}$$

تمرين (7)

صندوق يحتوي على 7 كرات بيضاء و 3 كرات سوداء و كل الكرات متماثلة و غير متميزة عند اللمس .
نسحب عشوائيا كرة واحدة من الصندوق و نسجل لونها ،ثم نعيدها الى الصندوق و نسحب منه كرة
أخرى و نسجل لونها و ننهي التجربة .

(1) أحسب احتمال كل من الأحداث التالية :

(أ) A " الحصول على كرتين بيضاوين " .

(ب) B " الحصول على كرتين من نفس اللون " .

(2) نعرف لعبة حظ كما يلي : تمنح لكل كرة بيضاء العلامة α ($\alpha \in \mathbb{R}$) و لكل كرة سوداء العلامة $(-\alpha)$
ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب لكرتين مجموع النقط المحصل عليها .

(أ) عين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X و أحسب أمله الرياضياتي $E(X)$.

(ب) عين قيمة العدد الحقيقي حتى تكون اللعبة مربحة .

(3) نضيف $(n-3)$ كرة سوداء إلى الصندوق و نعيد عملية السحب المعرفة أعلاه .

— ما هو عدد الكرات السوداء التي تم إضافتها إلى الصندوق علم أن احتمال الحادثة A يساوي $\frac{1}{4}$.

حل التمرين (7)

(1) بما أن السحب على التوالي ودون إرجاع فإن عدد الطرق الممكنة للسحب هو : $n^p = 10^2 = 100$

(أ) عدد الطرق للحصول على كرتين بيضاوين هو : $7^2 = 49$ ومنه : $P(A) = \frac{49}{100}$

(ب) عدد الطرق للحصول على كرتين بيضاوين أو سوداوين هو : $7^2 + 3^2 = 58$ ومنه : $P(B) = \frac{58}{100}$

(2) (أ) قيم X : -2α أو 0 أو 2α .

x_i	-2α	0	2α
$P(X = x_i)$	$\frac{9}{100}$	$\frac{42}{100}$	$\frac{49}{100}$

يلخص قانون الاحتمال في الجدول التالي :

الأمّل الرياضياتي $E(X)$:

$$E(X) = (-2\alpha) \times \frac{9}{100} + 0 \times \frac{42}{100} + 2\alpha \times \frac{49}{100} = \frac{4}{5}\alpha$$

(ب) تكون اللعبة مربحة إذا كان $E(X) > 0$: معناه $\alpha > 0$

$$P(A) = \frac{7^2}{(n+7)^2} = \frac{49}{(n+7)^2} : \text{ إذن : } n \text{ كرة سوداء و 7 كرات بيضاء ، إذن : } P(A) = \frac{7^2}{(n+7)^2} = \frac{49}{(n+7)^2}$$

$$P(A) = \frac{1}{4} : \text{ نحل المعادلة } \frac{49}{(n+7)^2} = \frac{1}{4} \text{ نجد : } n = 7, \text{ معناه يجب إضافة 4 كرات سوداء للكيس حتى يكون : } P(A) = \frac{1}{4}$$

تمرين (8)

صندوق يحتوي على 3 كرات بيضاء و 4 كرات سوداء و كل الكرات متماثلة و غير متميزة عند اللمس .
نجري سلسلة من السحبات : في كل سحبة نأخذ عشوائيا كرة من الكيس ، إذا كانت سوداء نتوقف عن السحب و إذا كانت بيضاء لا نعيدها إلى الكيس و نسحب كرة أخرى و هكذا .
أخرى و نسجل لونها و ننهي التجربة .

(1 أ) أحسب احتمال كل من الأحداث التالية :

A " الكرة المسحوبة في المرة الأولى سوداء " .

B " الكرة المسحوبة في المرة الثانية سوداء " .

(ب) استنتج حساب الاحتمال لكي لا نجري السحبة الثالثة .

(2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يساوي عدد السحبات التي أجريناها .

- أعط قانون الاحتمال المتغير العشوائي X و أحسب أمله الرياضي .

حل التمرين (8)

$$P(A) = \frac{C_4^1}{C_7^1} = \frac{4}{7} \quad (1 \text{ أ})$$

لكي يتحقق الحدث يجب :

أن نسحب في المرة الأولى كرة بيضاء و لا تعاد إلى الكيس نسحب في المرة الثانية كرة سوداء

$$P(B) = \frac{C_3^1}{C_7^1} \times \frac{C_4^1}{C_6^1} = \frac{2}{7} : \text{ إذن : } P(B) = \frac{C_3^1}{C_7^1} \times \frac{C_4^1}{C_6^1} = \frac{2}{7}$$

(ب) لكي لا نجري السحبة الثانية يجب أن نتوقف إما عند السحبة الأولى عند السحبة الثانية

أي : " نسحب كرة سوداء في المرة الأولى نسحب كرة سوداء في المرة الثانية " .

إذن الاحتمال لكي لا نجري السحبة الثالثة هو : $P(A)+P(B)=\frac{4}{7}+\frac{2}{7}=\frac{6}{7}$

(2) القيم التي يأخذها المتغير العشوائي X : 1 و 2 و 3 و 4 .

يتحقق الحدث ($X=1$) إذا سحبنا في المرة الأولى كرة سوداء : $P(X=1)=P(A)=\frac{4}{7}$

يتحقق الحدث ($X=2$) إذا سحبنا في المرة الأولى كرة بيضاء و لم نعددها إلى الكيس
ثم سحبنا كرة سوداء

إذن : $P(X=2)=P(B)=\frac{2}{7}$

يتحقق الحدث ($X=3$) إذا سحبنا في المرة الأولى كرة بيضاء و لم نعددها إلى الكيس ثم سحبنا
في المرة الثانية كرة بيضاء و لم نعددها إلى الكيس ثم سحبنا في المرة الثالثة كرة سوداء.

إذن : $P(X=3)=\frac{C_3^1}{C_7^1} \times \frac{C_2^1}{C_6^1} \times \frac{C_4^1}{C_5^1} = \frac{4}{35}$

يتحقق الحدث ($X=4$) إذا سحبنا في المرة الأولى كرة بيضاء و لم نعددها إلى الكيس ثم سحبنا في المرة
الثانية كرة بيضاء و لم نعددها إلى الكيس ثم سحبنا في المرة الثالثة كرة بيضاء و لم نعددها إلى الكيس
ثم سحبنا في المرة الرابعة كرة سوداء

إذن : $P(X=4)=\frac{C_3^1}{C_7^1} \times \frac{C_2^1}{C_6^1} \times \frac{C_1^1}{C_5^1} \times \frac{C_4^1}{C_4^1} = \frac{1}{35}$

x_i	1	2	3	4
$P(X=x_i)$	$\frac{4}{7}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{4}{35}$	$\frac{1}{35}$

نلخص النتائج في الجدول التالي :

الأمّل الرياضياتي : $E(X)=1 \times \frac{4}{7} + 2 \times \frac{2}{7} + 3 \times \frac{4}{35} + 4 \times \frac{1}{35} = \frac{76}{35}$

تمرين (9)

يحتوي صندوق U_1 3 كرات خضراء و 2 كرات حمراء و يحتوي صندوق U_2 3 كرات

حمراء و 2 كرات خضراء و نعتبر أن جميع الكرات متماثلة و لا يمكن تمييزها باللمس .

نسحب كرة واحدة من الصندوق U_1 و نسحب في آن واحد كرتين من الصندوق U_2 .

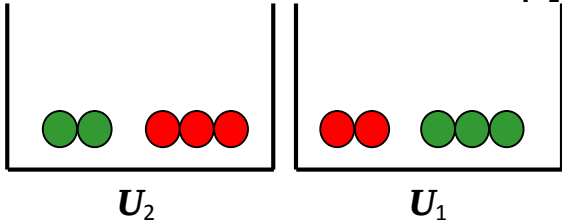
(1) أحسب احتمال الحصول على 3 كرات خضراء .

(2) أحسب احتمال الحصول على كرة خضراء على الأقل علما أن الكرة المسحوبة من الصندوق U_1 حمراء

(3) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الكرات الحمراء المحصل عليها.

(أ) عين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X و أحسب أمله الرياضي.

(ب) أحسب التباين و الانحراف المعياري للمتغير العشوائي X .



حل التمرين (9)

(1) A : " الحصول على 3 كرات خضراء ".

تحقق A معناه : سحب كرة خضراء من U_1 ☐ سحب كرتين من U_2

$$P(A) = \frac{C_3^1}{C_5^1} \times \frac{C_2^2}{C_5^2} = \frac{3}{50} \quad \text{إذن :}$$

(2) لتكن B الحدث : " الحصول على الأقل على كرة خضراء ".

و C الحدث : " الكرة المسحوبة من U_1 حمراء " ، معناه :

$$P_C(B) = \frac{P(B \cap C)}{P(C)} \quad \text{أي : } P_C(B) \text{ هو الاحتمال المطلوب}$$

الحدث $B \cap C$ هو " الحصول على الأقل على كرة خضراء و الكرة المسحوبة من U_1 حمراء ".

يتحقق الحدث $B \cap C$ إذا سحبنا :

(من U_1 كرة حمراء ☐ و من U_2 كرة حمراء و كرة خضراء حمراء)

(أو ☐ (من U_1 كرة حمراء ومن U_2 2 كرات خضراء)

$$P(B \cap C) = \frac{C_2^1}{C_5^1} \times \frac{C_3^1 \times C_2^1}{C_5^2} + \frac{C_2^1}{C_5^1} \times \frac{C_2^2}{C_5^2} = \frac{7}{25} \quad \text{إذن :}$$

$$P_C(B) = \frac{P(B \cap C)}{P(C)} = \frac{7}{10} \quad \text{و منه :}$$

(3) (أ) مجموعة قيم X : $\{0;1;2;3\}$

يتحقق الحدث ($X = 0$) إذا سحبنا 3 كرات خضراء أي :

$$P(X=0) = \frac{C_3^1 \times C_2^2}{C_5^1 \times C_5^2} = \frac{3}{50} : \text{إذا سحبنا كرة خضراء من } U_1 \text{ و 2 كرات خضراء من } U_2 :$$

يُتحقق الحدث ($X=1$) إذا سحبنا كرة حمراء و 2 كرات خضراء أي إذا سحبنا :

(كرة حمراء من U_1 و 2 كرات خضراء من U_2)

أو (كرة خضراء من U_1 و كرة خضراء و كرة حمراء من U_2) :

$$P(X=1) = \frac{C_2^1 \times C_2^2}{C_5^1 \times C_5^2} + \frac{C_3^1 \times C_2^1 \times C_3^1}{C_5^2} = \frac{20}{50} = \frac{2}{5} : \text{إذن}$$

يُتحقق الحدث ($X=2$) إذا سحبنا 2 كرات حمراء و كرة خضراء أي إذا سحبنا :

(كرة حمراء من U_1 و كرة خضراء و كرة حمراء من U_2)

أو (كرة خضراء من U_1 و 2 كرات حمراء من U_2) :

$$P(X=2) = \frac{C_2^1 \times C_2^1 \times C_3^1}{C_5^2} + \frac{C_3^1 \times C_3^2}{C_5^2} = \frac{21}{50} : \text{إذن}$$

يُتحقق الحدث ($X=3$) إذا سحبنا : (كرة حمراء من U_1 و 2 كرات حمراء من U_2) :

$$P(X=3) = \frac{C_2^1 \times C_3^2}{C_5^2} = \frac{6}{50} = \frac{3}{25} : \text{إذن}$$

x_i	0	1	2	3
$P(X=x_i)$	$\frac{3}{50}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{21}{50}$	$\frac{3}{25}$

يلخص قانون الاحتمال في الجدول التالي :

$$E(X) = 0 \times \frac{3}{50} + 1 \times \frac{2}{5} + 2 \times \frac{21}{50} + 3 \times \frac{3}{25} = 1,6 : \text{الأمّل الرياضيائي}$$

$$V(X) = (0-1,6)^2 \times \frac{3}{50} + (1-1,6)^2 \times \frac{2}{5} + (2-1,6)^2 \times \frac{21}{50} + (3-1,6)^2 \times \frac{3}{25} = \square : \text{التباين}$$

$$\sigma(X) = \sqrt{V(X)} = \square : \text{الانحراف المعياري}$$

تمرين (10)

لدينا نرددين D_1 و D_2 بحيث :

وجوه النرد D_1 متساوية الاحتمال ، أربعة منها تحمل الرقم 1 و اثنتان يحملان الرقم 2 .

وجوه النرد D_2 مرقم من 1 إلى 6 و احتمال ظهور الوجه الذي يحمل الرقم k هو $\frac{k}{21}$.

(1) إذا رمينا النرد D_1 مرة واحدة فما هو احتمال ظهور الرقم 2 .

(2) إذا رمينا النردين معا فما هو احتمال ظهور الرقم 1 :

(أ) مرة واحدة بالضبط .

(ب) مرتين .

(3) نرمي النردين معا وليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل رمي عدد المرات التي يظهر فيها الرقم 2 .

عين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X و أحسب أمله الرياضي.

حل التمرين(10)

(1) لدينا وجهان يحملان الرقم 2 من بين 6 أوجه إذن احتمال ظهور الرقم 2 إذا رمينا النرد D_1 مرة

$$\text{واحدة هو } \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

(2) احتمال ظهور الرقم 1 هو $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$ ، واحتمال ظهور الرقم 1 هو $\frac{1}{21}$ هو D_2 (من أجل $k=1$)

(أ) للحصول على الرقم 1 مرة واحدة بالضبط عند رمي D_1 و D_2 ، يجب أن يظهر :

(الرقم 1 D_1 و رقم غير 1 D_2) أو (رقم يختلف عن 1 D_1 و الرقم 1 D_2)

$$\text{و ، التالي احتمال هذه الحادثة هو : } \frac{4}{6} \times \left(1 - \frac{1}{21}\right) + \frac{1}{21} \times \frac{1}{3} = \frac{41}{63}$$

(ب) للحصول على الرقم 1 مرتين عند رمي D_1 و D_2 ، يجب أن يظهر :

$$\text{(الرقم 1 } D_1 \text{ و رقم غير 1 } D_2) \text{ ، إذن : احتمال هذه الحادثة هو : } \frac{2}{3} \times \frac{1}{21} = \frac{2}{63}$$

(3) قانون الاحتمال :

لدينا القيم التي يأخذها X : 0 و 1 و 2

$$P(X=0) = \frac{2}{3} \times \left(1 - \frac{2}{21}\right) = \frac{38}{63} \text{ : يتحقق الحدث } (X=0) \text{ إذا لم يظهر الرقم 2 في أي من النردين :}$$

يتحقق الحدث $(X=1)$ إذا ظهر الرقم 2 مرة واحدة فقط :

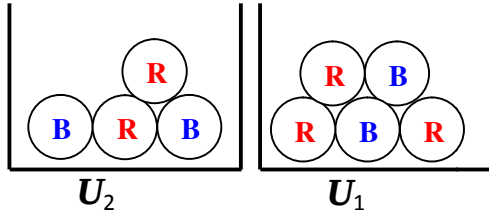
$$P(X=1) = \frac{1}{3} \times \left(1 - \frac{2}{21}\right) + \frac{2}{3} \times \frac{2}{21} = \frac{23}{63}$$

$$P(X=2) = \frac{1}{3} \times \frac{2}{21} = \frac{2}{63} \text{ : يتحقق الحدث } (X=2) \text{ إذا ظهر الرقم 2 في النردين معا :}$$

$$E(X) = 0 \times \frac{38}{63} + 1 \times \frac{23}{63} + 2 \times \frac{2}{63} = \boxed{\frac{3}{7}} : E(X) \text{ الأمل الرياضي}$$

تمرين (11)

يحتوي صندوق U_1 3 كرات حمراء و 2 كرات بيضاء و يحتوي صندوق U_2 2 كرات حمراء و 2 كرات بيضاء . نسحب عشوائيا و في آن واحد كرتين من الصندوق U_1 و نسحب عشوائيا كرة واحدة من الصندوق U_2 .



(1) أحسب احتمال الحدثين :

A "سحب 3 كرات حمراء" .

B "سحب 3 كرات من نفس اللون" .

(2) إذا اخترنا بطريقة عشوائية أحد الصندوقين و سحبنا منه عشوائيا كرة واحدة فوجدنا لونها أحمر ما هو احتمال أن تكون هذه الكرة مسحوبة من الصندوق U_1 .

حل التمرين (11)

(1) عدد الحالات الممكنة لسحب في آن واحد كرتين من U_1 و كرة واحدة من U_2 هو : $C_5^2 \times C_4^1 = \boxed{40}$ معناه سحب كرتين سوداوين من الصندوق U_1 .

A "سحب 3 كرات حمراء" معناه: 2 كرات حمراء من U_1 و كرة حمراء من U_2 .

$$P(A) = \frac{C_3^2 \times C_2^1}{40} = \frac{6}{40} = \boxed{\frac{3}{20}}$$

B "سحب 3 كرات من نفس اللون" معناه

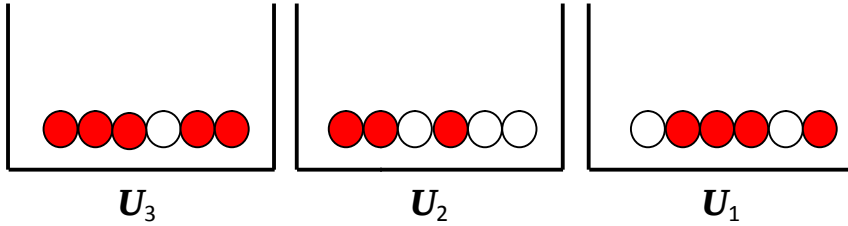
(2 كرات بيضاء من U_1 و كرة بيضاء من U_2) أو (2 كرات حمراء من U_1 و كرة حمراء من U_2)

$$P(B) = \frac{C_2^2 \times C_2^1}{40} + \frac{C_3^2 \times C_2^1}{40} = \frac{8}{40} = \boxed{\frac{1}{5}}$$

تمرين (12)

تمرين (12)

- ثلاث أكياس متماثلة U_1 و U_2 و U_3 كل منها يحوي 06 كرات .
- الكي U_1 يحوي 2 كرتين بيضاوتين و 4 كرات حمراء .
- الكي U_2 يحوي 3 كرات بيضاء و 3 كرات حمراء .
- الكي U_3 يحوي 5 كرات بيضاء و 1 كرة حمراء .
- نختار بطريقة عشوائية كيسا من الأكياس الثلاث ثم نسحب منه دون اختيار كرة واحدة .
- (1) شكل شجرة الاحتمالات المتوازنة التي تتمذج هذه الوضعية .
- (2) أحسب احتمال سحب كرة بيضاء من الكيس U_3 .
- (3) أحسب احتمال سحب كرة بيضاء .
- (4) علما أن الكرة المسحوبة بيضاء ما هو احتمال أن تكون من الكيس U_3 .

حل التمرين (12)

(2) احتمال سحب كرة بيضاء من الكيس U_3 : $P(B \cap U_3) = \frac{1}{3} \times \frac{5}{6} = \frac{5}{18}$

(3) أحسب احتمال سحب كرة بيضاء .

$$P(B) = P(B \cap U_1) + P(B \cap U_2) + P(B \cap U_3)$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{2}{6} + \frac{1}{3} \times \frac{3}{6} + \frac{1}{3} \times \frac{5}{6} = \frac{10}{18}$$

(4) علما أن الكرة المسحوبة بيضاء ما هو احتمال

أن تكون من الكيس U_3 .

$$P_B(U_3) = \frac{P(B \cap U_3)}{P(B)} = \frac{\frac{5}{18}}{\frac{10}{18}} = \frac{1}{2}$$

تمرين (13)

يحتوي كيس على 09 كرات متماثلة لا نفرق بينها في اللمس ، منها 04 كرات بيضاء نرمز لها بالرمز B تحمل الأرقام 1 2 3 3 و 05 كرات حمراء نرمز لها بالرمز R تحمل الأرقام 1 2 2 3 3 .

نسحب عشوائيا من هذا الكيس كرتين على التوالي مع إرجاع الكرة المسحوبة قبل سحب الكرة الثانية .

(1) شكل شجرة الاحتمالات التي تتمذج هذه الوضعية .

(2) أحسب احتمال كل من الحوادث التالية :

أ) α : "الكرتان المسحوبتان بيضاويتان" .

ب) β : "إحدى الكرتين المسحوبتين فقط حمراء" .

ج) γ : "لا يظهر الرقم 1" .

حل التمرين (13)

$$P(\alpha) = P(B \cap B) = \frac{4}{9} \times \frac{4}{9} = \boxed{\frac{16}{81}} \quad (أ)$$

$$P(\beta) = P(B \cap R) + P(R \cap B) \quad (ب)$$

$$= \frac{4}{9} \times \frac{5}{9} + \frac{5}{9} \times \frac{4}{9} = \boxed{\frac{40}{81}}$$

$$P(\gamma) = \frac{3}{9} \times \frac{3}{9} + \frac{3}{9} \times \frac{4}{9} + \frac{4}{9} \times \frac{3}{9} + \frac{4}{9} \times \frac{4}{9} = \boxed{\frac{49}{81}}$$

تمرين (14)

يحتوي كيس على 06 كرات حمراء متماثلة لا نفرق بينها في اللمس ، تحمل الأرقام 1 1 1 1 0 0

و 08 كرات بيضاء الأرقام 1 0 0 0 1 1 1 1 .

— نسحب عشوائيا من هذا الكيس كرتين في آن واحد بدون اختيار .

(1) إذا كانت الكرتان تحملان الرقم 1 فما هو الاحتمال أن تكونا بيضاوان .

(2) أحسب احتمال الحصول على كرتين تحملان نفس اللون علما أنهما تحملان الرقم 1 .

حل التمرين (14)

(1) عدد الحالات الممكنة هو : $C_{14}^2 = 91$

A : " الحصول على كرتين تحملان الرقم 1 "

B : " الحصول على كرتين بيضاوين "

إذن : $A \cap B$ هي الحادثة " الحصول على كرتين بيضاوين و كرتين تحملان الرقم 1 "

$$P(A \cap B) = \frac{C_5^2}{C_{14}^2} = \frac{10}{91} \quad P(A) = \frac{C_9^2}{C_{14}^2} = \frac{36}{91} \quad \text{لدينا :}$$

$$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{10}{91}}{\frac{36}{91}} = \frac{5}{18} \quad \text{و منه :}$$

(2) C : " الحصول على كرتين من نفس اللون "

إذن : $A \cap C$ هي الحادثة : " الحصول على كرتين من نفس اللون و كرتين تحملان الرقم 1 "

$$P_A(C) = \frac{P(A \cap C)}{P(A)} = \frac{\frac{16}{91}}{\frac{36}{91}} = \frac{4}{9} \quad \text{و منه :} \quad P(A \cap C) = \frac{C_5^2 + C_4^2}{C_{14}^2} = \frac{16}{91} \quad \text{لدينا :}$$

تمرين (15)

ينتج معمل مصابيح كهربائية بواسطة 3 آلات A و B و C حيث :

– تضمن الآلة A 20% من الإنتاج غير أن 5% من المصابيح غير صالحة .

– تضمن الآلة B 30% من الإنتاج غير أن 4% من المصابيح غير صالحة .

– تضمن الآلة C 50% من الإنتاج غير أن 1% من المصابيح غير صالحة .

(1) نختار عشوائيا مصباحا كهربائيا . أحسب احتمال الحوادث التالية :

a " المصباح غير صالح و مصنوع بـ A "

b " المصباح غير صالح و مصنوع بـ B "

c " المصباح غير صالح و مصنوع بـ C "

(2) أنشئ شجرة الاحتمالات .

(3) استنتج أن يكون المصباح غير صالح .

(4) أحسب احتمال أن يكون المصباح مصنوعا بـ A علما انه غير صالح .

حل التمرين (15)

(1) : I "المصباح غير صالح" A "المصباح مصنوع بـ A "

B "المصباح مصنوع بـ B " C "المصباح مصنوع بـ C "

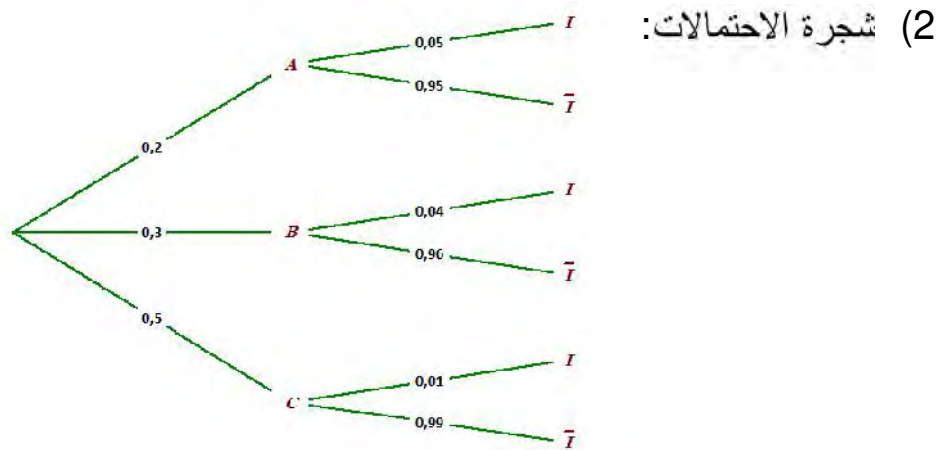
إذن: $a = A \cap I$ و $b = B \cap I$ و $c = C \cap I$

لدينا : $P(A) = 0,2$; $P(B) = 0,3$; $P(C) = 0,5$

و منه : $P(A \cap I) = P(A) \times P_A(I) = 0,2 \times 0,05 = 0,01$

$P(B \cap I) = P(B) \times P_B(I) = 0,3 \times 0,04 = 0,012$

$P(C \cap I) = P(C) \times P_C(I) = 0,5 \times 0,01 = 0,001$



(3) $P(I)$: احتمال أن يكون المصباح غير صالح .

$$P(I) = P(A) \times P_A(I) + P(B) \times P_B(I) + P(C) \times P_C(I) \\ = 0,01 + 0,012 + 0,001 = \boxed{0,023}$$

(4) $P_I(A)$: احتمال أن يكون المصباح مصنوعا بـ A علما أنه غير صالح .

$$P_I(A) = \frac{P(A \cap I)}{P(I)} = \frac{0,01}{0,023} = \boxed{\frac{1}{23}}$$

تمرين (16)

في محل بيع الأدوات الكهربومنزلية تهتم بسلوك أحد الزبائن نحو شراء جهاز تلفزة و آلة غسيل .

احتمال أن يشتري جهاز تلفزة هو 0.6 .

احتمال أن يشتري آلة غسيل بعد شرائه جهاز تلفزة هو 0.4 .

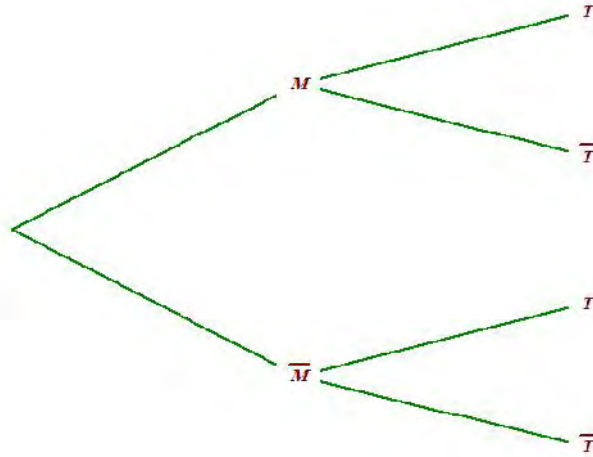
احتمال أن يشتري آلة غسيل عندما لا يشتري جهاز تلفزة هو 0.2 .

لتكن T الحادثة "الزبون يشتري جهاز تلفزة" و M الحادثة "الزبون يشتري آلة غسيل"

(1) ما هو احتمال أن يشتري الزبون جهاز تلفزة و آلة غسيل .

(2) ما هو احتمال أن يشتري الزبون آلة غسيل .

(3) أكمل شجرة الاحتمالات التالية .



حل التمرين(16)

من المعطيات : $P(I) = 0,6$ و منه : $P(\bar{I}) = 1 - P(I) = 0,4$

$P_T(M) = 0,4$ و منه : $P_T(\bar{M}) = 1 - P_T(M) = 0,6$

$P_{\bar{T}}(M) = 0,2$ و منه : $P_{\bar{T}}(\bar{M}) = 1 - P_{\bar{T}}(M) = 0,8$

(1) $P(T \cap M)$ هو احتمال أن يشتري الزبون جهاز تلفزة و آلة غسيل :

$$P_T(M) = \frac{P(T \cap M)}{P(T)} \quad \text{لدينا :}$$

و منه : $P(T \cap M) = P_T(M) \times P(T) = 0,6 \times 0,4 = 0,24$

(2) $P(M)$ هو احتمال أن يشتري الزبون آلة غسيل :

لدينا من دستور الاحتمالات الكلية :

$$P(M) = P(T) \times P_T(M) + P(\bar{T}) \times P_{\bar{T}}(M) = 0,6 \times 0,4 + 0,4 \times 0,2 = 0,32$$

(3) $P_M(T)$ هو احتمال أن يشتري الزبون جهاز تلفزة علما انه اشترى آلة غسيل :

$$P_M(T) = \frac{P(M \cap T)}{P(M)} = \frac{0,24}{0,32} = \boxed{0,75}$$

اقتطع 16 مسافر تذاكر في المحطة بحيث:

7 منهم يتوجهون إلى المحطة **B** المحطة بسعر 50 دينار للتذكرة الواحدة .

5 منهم يتوجهون إلى المحطة **C** المحطة بسعر 60 دينار للتذكرة الواحدة .

4 منهم يتوجهون إلى المحطة **D** المحطة بسعر 75 دينار للتذكرة الواحدة .

(1) نختار عشوائيا واحدا من هؤلاء المسافرين ، و ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل مسافر

(أ) عين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X .

(ب) أحسب الأمل الرياضي ثم الانحراف المعياري للمتغير العشوائي X .

(2) نختار عشوائيا ثلاثة من هؤلاء المسافرين

(أ) أحسب احتمال أن يكون هؤلاء المسافرين اتجاهات مختلفة .

(ب) أحسب احتمال أن يكون اتجاه مسافر واحد على الأقل هو نحو المحطة **B** .

(ج) ما هو احتمال أن يكون اتجاه المسافرين الثلاثة هو المحطة **B** علما أنهم في نفس الاتجاه .

حل التمرين (17)

(أ) قانون الاحتمال : $P(X = 70) = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$ $P(X = 60) = \frac{5}{16}$ $P(X = 50) = \frac{7}{16}$

X	50	60	70
$P(X)$	$\frac{7}{16}$	$\frac{5}{16}$	$\frac{4}{16}$

(ب) الأمل الرياضي :

$$E(X) = 50 \times \frac{7}{16} + 60 \times \frac{5}{16} + 70 \times \frac{4}{16} = \boxed{59,375}$$

(2) (أ) عدد الحالات الممكنة لاختيار 3 مسافرين عشوائيا : $C_{16}^3 = \boxed{560}$

$$P(E) = \frac{C_7^1 \times C_5^1 \times C_4^1}{560} = \boxed{\frac{1}{4}}$$

E الحادثة : "للمسافرين الثلاثة لهم اتجاهات مختلفة"

(ب) D الحادثة : " يكون اتجاه مسافر واحد على الأقل هو نحو المحطة **B** "

$$P(D) = \frac{C_7^1 \times C_9^2 + C_7^2 \times C_9^1 + C_7^3}{560} = \boxed{\frac{17}{20}}$$

F الحادثة : "للمسافرين الثلاثة لهم نفس الاتجاه " أي المحطة **B** أو المحطة **C** أو المحطة **D**

G الحادثة : "يكون اتجاه المسافرين الثلاثة هو المحطة **B** "

اذن **F ∩ G** "يكون اتجاه المسافرين الثلاثة نفس الاتجاه الى المحطة **B** "

$$\text{لدينا : } P(F) = \frac{C_7^3 + C_5^3 + C_4^3}{560} = \frac{7}{80} \text{ و } P(F \cap G) = \frac{C_7^3}{560} = \frac{1}{16}$$

P_F(G) هي احتمال أن يكون اتجاه المسافرين الثلاثة هو المحطة علما أنهم مسافرين في نفس الاتجاه

$$P_F(G) = \frac{P(F \cap G)}{P(F)} = \frac{5}{7}$$

تمرين (18)

يحتوي وعاء على **n** كرة بيضاء (**n** عدد طبيعي) و 5كرات حمراء و 3 كرات خضراء .

نسحب عشوائيا كرتين في آن واحد.

(1) ما هو احتمال الحصول على كرتين بيضاوين .

(2) نرمز بـ **P(n)** إلى احتمال الحصول على كرتين من نفس اللون .

$$(أ) \text{ أثبت أن : } P(n) = \frac{n^2 - n + 26}{(n+7)(n+8)}$$

(ب) أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} P(n)$. فسر النتيجة .

$$(3) \quad n = 4 :$$

يقوم لاعب بسحب كرتين في آن واحد ثم يرجعها الى الوعاء و يسحب كرتين أخرتين من الوعاء .

إجراء هذين السحبين يدفع اللاعب مبلغ قدره 30 دينار ومن أجل كل سحب يتحصل

40 دينار إن كانت الكرتان من نفس اللون ، و يتحصل على 5 دينار فقط إذا كانتا من

لونين مختلفين .

نسمي ربحا لهذا اللاعب الفارق بين مجموع ما يتحصل عليه من السحبين و المبلغ الذي دفعه

(يمكن أن يكون الربح موجبا أو سالبا) .

ليكن **X** المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبين ربح هذا اللاعب .

(أ) عين قيم للمتغير العشوائي **X** .

(ب) عين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي **X** .

(ج) أحسب الأمل الرياضي للمتغير العشوائي **X** .

حل التمرين (18)

$$C_{n+8}^2 = \frac{(n+7)(n+8)}{2} : \text{عدد الإمكانيات الكلية}$$

$$P(B) = \frac{C_n^2}{C_{n+8}^2} = \frac{n(n-1)}{(n+7)(n+8)} : \text{الحادثة } B : \text{"سحب كرتين من لون أبيض"} \quad (1)$$

$$P(R) = \frac{C_5^2}{C_{n+8}^2} = \frac{20}{(n+7)(n+8)} \quad (2) \quad R : \text{الحادثة } R : \text{"سحب كرتين من لون أحمر"}$$

$$P(V) = \frac{C_3^2}{C_{n+8}^2} = \frac{6}{(n+7)(n+8)} : \text{الحادثة } V : \text{"سحب كرتين من لون أخضر"}$$

الأحداث B و R و V منفصلة متشعبة ومتشعبة :

$$P(n) = P(B) + P(R) + P(V) = \frac{n(n-1)}{(n+7)(n+8)} + \frac{20}{(n+7)(n+8)} + \frac{6}{(n+7)(n+8)}$$

$$P(n) = \frac{n^2 - n + 26}{(n+7)(n+8)} : \text{إذن}$$

(ب) $\lim_{n \rightarrow +\infty} P(n) = 1$. معناه كلما كان عدد الكرات البيضاء كبير بالقدر الكاف

فإن الحادثة B : "سحب كرتين من لون أبيض" شبه أكيدة .

$$(3) \text{ من أجل } n = 4 : P(4) = \frac{19}{66}$$

(أ) إذا تحصل اللعب كل كرتين من نفس اللون في السحبتين يكون: " $X = -30 + 40 + 40 = 50$ "

إذا تحصل اللعب مرة واحدة كل كرتين من نفس اللون يكون: " $X = -30 + 40 + 5 = 15$ "

إذا تحصل كل كرتين من لونين مختلفين في كلا السحبتين يكون: " $X = -30 + 5 + 5 = -20$ "

$$P(X = 50) = P(4) \times P(4) = \frac{19}{66} \times \frac{19}{66} = \frac{361}{4356} \quad (ب)$$

$$P(X = 15) = P(4) \times (1 - P(4)) + (1 - P(4)) \times P(4) = \frac{1786}{4356}$$

$$P(X = -20) = (1 - P(4)) \times (1 - P(4)) = \frac{2209}{4356}$$

X	50	15	-20
$P(X)$	$\frac{361}{4356}$	$\frac{1786}{4356}$	$\frac{2209}{4356}$

$$E(X) = 50 \times \frac{361}{4356} + 15 \times \frac{1786}{4356} - 20 \times \frac{2209}{4356} = \frac{5}{33} \quad (ج)$$

تمرين (19)

نعتبر مجموعة 10000 شخص نسبة الرجال فيها 60% ، علما أن 20% من الرجال و 10% من النساء لهم دراية بالإعلاميات . نختار عشوائيا شخص من هذه المجموعة .

(1) شكل شجرة الاحتمالات التي تتمزج هذه الوضعية

(2) أحسب احتمال أن يكون هذا الشخص :

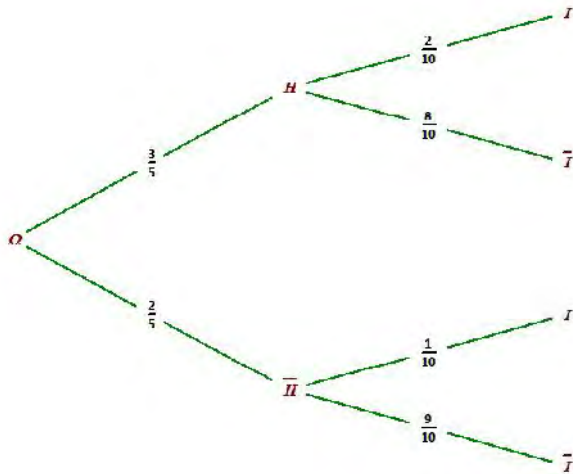
A " رجل له دراية بالإعلاميات "

B " رجل لا دراية له بالإعلاميات "

C " امرأة له دراية بالإعلاميات "

D " امرأة لا دراية لها بالإعلاميات "

(2) علما أن الشخص الذي تم اختياره له دراية بالإعلاميات ، ما احتمال أن يكون من بين النساء .

حل التمرين (19)

$$P(A) = P(H \cap I) = \frac{3}{5} \times \frac{2}{10} = \frac{3}{25} \quad (1)$$

$$P(B) = P(H \cap \bar{I}) = \frac{3}{5} \times \frac{8}{10} = \frac{12}{25}$$

$$P(C) = P(\bar{H} \cap I) = \frac{2}{5} \times \frac{1}{10} = \frac{1}{25}$$

$$P(D) = P(\bar{H} \cap \bar{I}) = \frac{2}{5} \times \frac{9}{10} = \frac{9}{25}$$

$$P_I(\bar{H}) = \frac{P(\bar{H} \cap I)}{P(I)} = \frac{P(C)}{P(A) + P(C)} = \left[\frac{1}{4} \right] \quad (2)$$

تمرين (20)

يحتوي صندوق U_1 06 كرات بيضاء و 03 كرات سوداء و 02 كرات حمراء .

نسحب بطريقة عشوائية ثلاث كرات في آن واحد من هذا الكيس .

ليكن X المتغير العشوائي الذي يربط بعدد الألوان التي تحملها الكرات الثلاث المسحوبة .

(1) أحسب $P(X=2)$ و $P(X=3)$.

(2) نعتبر صندوق آخر U_2 02 كرات بيضاء وكرة سوداء .

نضع الكرات الثلاثة المسحوبة من U_1 في الصندوق U_2 ثم نسحب عشوائيا كرتين في آن واحد من U_2 .
أحسب احتمال أن تكون الكرتان المـ واثان من U_2 بيضاوين علما أن الكرات الثلاثة المسحوبة من الكيس U_1 لها نفس اللون .

حل التمرين(20)

لتكن مجموعة إمكانيات هذه التجربة : $\text{card } \Omega = C_9^3 = 84$

(1) B نرمز إلى اللون الأبيض و N R - يكون $X = 2$ $B, B, \bar{B}$ $R, R, \bar{R}$ $N, N, \bar{N}$. ($\bar{B}$ غير بيضاء)

$$P(X = 2) = \frac{C_4^2 \times C_5^1 + C_3^2 \times C_6^1 + C_2^2 \times C_7^1}{84} = \frac{55}{84}$$

$$P(X = 3) = \frac{C_4^1 \times C_3^1 \times C_2^1}{84} = \frac{2}{7} \quad : \quad : B, N, R \quad X = 3 \text{ يكون}$$

(2) F الحادثة : " سحب كرتين بيضاوين من U_2 "

$$P_B(F) = \frac{P(F \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{C_4^3 \times C_5^2}{84 \times C_6^2} + \frac{C_3^3 \times C_2^2}{84 \times C_6^2}}{\frac{5}{84}} = \frac{41}{75}$$