

$$(f(ax + b))' = af'(ax + b) \bullet$$

$$(f \circ g)'(x) = g'(x) \times f'(g(x)) \bullet$$

$$(\sqrt{g})' = \frac{g'}{2\sqrt{g}} \bullet$$

$$((f(x))^n)' = nf'(x)(f(x))^{n-1} \bullet$$

$$\left(\frac{1}{(f(x))^n}\right)' = -\frac{nf'(x)}{(f(x))^{n+1}} \bullet$$

$$(\sin x)' = \cos x \bullet$$

$$(\cos x)' = -\sin x \bullet$$

مفهوم الاستمرارية

تكون الدالة f مستمرة على مجال I عندما يمكن رسم منحناها البياني على هذا المجال دون رفع القلم (اليد)

ملاحظات هامة

• الدوال المرجعية مستمرة على كل مجال من مجموعة تعريفها

• الدوال كثيرات الحدود، $\cos$ ، $\sin$ مستمرة على $\mathbb{R}$

• الدوال الناطقة مستمرة على كل مجال من مجموعة تعريفها

مبرهنة القيم المتوسطة

إذا كانت f دالة مستمرة ورتيبة تماما على المجال $[a; b]$ وكان $f(a) \times f(b) < 0$ فإن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α يحقق $f(\alpha) = 0$ حيث $\alpha \in]a; b[$

f دالة معرفة على مجال I من $\mathbb{R}$ و a و h عددا حقيقيان من I مع $h \neq 0$ ،
نقول ان الدالة f . تقبل الاشتقاق عند a إذا كان

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h+a) - f(a)}{h} = l, \quad l \in \mathbb{R}$$

$$\left(\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = l \text{ صيغة أخرى لقانون الاشتقاق} \right)$$

التفاضل الهندسي

• إذا كان $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h+a) - f(a)}{h} = l$ الدالة f تقبل الاشتقاق عند a والمنحنى (C_f) يقبل مماس عند النقطة $A(a; f(a))$ معادلته :
 $y = f'(a)(x - a) + f(a)$ مع $f'(a) = l$

• إذا كان

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h+a) - f(a)}{h} = l_1$$

نقول أنّ الدالة f تقبل للاشتقاق على يمين a والمنحنى (C_f) يقبل عند النقطة $A(a; f(a))$ نصف مماس معادلته :
 $y = f'_d(a)(x - a) + f(a)$ مع $f'_d(a) = l_1$

• إذا كان

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h+a) - f(a)}{h} = l_2$$

نقول أنّ الدالة f تقبل للاشتقاق على يسار a والمنحنى (C_f) يقبل عند النقطة $A(a; f(a))$ نصف مماس معادلته :
 $y = f'_g(a)(x - a) + f(a)$ مع $f'_g(a) = l_2$

• إذا كان $f'_g(a) \neq f'_d(a)$ الدالة f لا تقبل الاشتقاق عند a والمنحنى (C_f) يقبل عند النقطة $A(a; f(a))$ نصفي مماسين حيث A تسمى نقطة زاوية.

• إذا كان

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h+a) - f(a)}{h} = \pm \infty$$

الدالة f غير قابلة للاشتقاق على يسار (يمين) a والمنحنى (C_f) يقبل على يسار (يمين) النقطة $A(a; f(a))$ نصف مماس عمودي موجه نحو الاعلى (الأسفل) معادلته $x = a$

اشتقاق العمليات على الدوال

f و g دالتان قابلتان للاشتقاق على كل مجال I من $\mathbb{R}$ و $k \in \mathbb{R}$ مع $k \neq 0$ على I

✓ القيمة اّدية:

إذا انعدمت الدالة المشتقة f' عند x_0 مغيرة اشارةا فإن $f(x_0)$ قيمة حدية محلية للدالة f .

✓ نقطة انعطاف:

نقول ان (C_f) يقبل النقطة $A(x_0; f(x_0))$ كنقطة انعطاف إذا تحققت إحدى الشروط التالية:

— المشتق الثاني $f''(x)$ ينعدم عند x_0 ويغير اشارته عندها

— المشتق الاول $f'(x)$ ينعدم عند x_0 ولا يغير اشارته عندها

— المماس عند النقطة $A(x_0; f(x_0))$ يخرق المنحنى (C_f)

التّقريب التّالفي

f دالة معرفة على مجال مفتوح I من $\mathbb{R}$ إذا قبلت f الاشتقاق عند x_0 من I نكتب عندئذ:

$$f(x) \approx f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$$

نسمي $f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$ **التقريب التالفي** للدالة f بجوار x_0

دراسة وضعية منح ومستقيم

لدراسة وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) ندرس اشارة الفرق $f(x) - (ax + b)$

• إذا كان $f(x) - (ax + b) > 0$ فإن (C_f) فوق (Δ)

• إذا كان $f(x) - (ax + b) < 0$ فإن (C_f) تحت (Δ)

• من أجل $x_0 \in D_f$ تحقّق:

$$f(x_0) - (ax_0 + b) = 0$$

فإن (C_f) يقطع (Δ) في النقطة $A(x_0; f(x_0))$

التمرين الأول:

يعطى جدول التغيرات دالة f كما يلي:

x	$-\infty$	-1	0	$+\infty$
$f(x)$	$+$	0	$-$	$+$
$f(x)$	$-\infty$	-1	-2	5

بيّن أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً موجباً α .

التمرين الثاني :

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعلاقة : $f(x) = x^2 + |x - 1|$

1. أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي غير معدوم h

$$\frac{f(1+h) - 1}{h} = h + 2 + \frac{|h|}{h}$$

2. أدرس قابلية اشتقاق الدالة f عند 1 ، وفسر النتائج هندسياً.

التمرين الثالث:

f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ ، ليكن (Δ) المستقيم ذو المعادلة $y = -2x + 1$ مماس لـ (C_f) عند النقطة $A(0, 1)$.

1. حدّد $f(0)$ و $f'(0)$.

2. برّر وجود النهاية $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - 1}{x}$

3. أكتب معادلة المماس (Δ') عند النقطة $B(1, -3)$ والذي يوازي (Δ) .

التمرين الرابع:

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$ كما يلي : $f(x) = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1}$

1. أحسب النهايات عند أطراف مجال تعريف الدالة f ، ثم فسر النتائج هندسياً.

2. بيّن أنّ المستقيم ذو المعادلة $y = x$ مقارب لـ (C_f) بجوار $\pm\infty$.

3. أحسب $f'(x)$ ، ثم أدرس إشارتها، استنتج عندئذ اتجاه تغير الدالة f .

4. شكّل جدول تغيرات الدالة f .

5. بيّن أنّ النقطة $\omega(1; 1)$ مركز تناظر للمنحنى (C_f)

6. أرسم (Δ) و (C_f) في نفس المعلم.

7. ناقش بياناً حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول

المعادلة التالية

$$x^2 - (1 + m)x + 1 + m = 0$$

التمرين الخامس:

I) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x) = \frac{3x^2 + ax + b}{x^2 + 1}$

وليكن (C) تمثيلها البياني في مستوى منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$

— عيّن العددين الحقيقيين a و b حتى يمر (C) بالنقطة $A(0.3)$ ويقبل في هذه النقطة مماساً معامل توجيهه 4.

II) نضع $a = 4$ و $b = 3$

1. عيّن العددين α و β بحيث يكون $f(x) = \alpha + \frac{\beta}{x^2 + 1}$

2. أدرس تغيرات الدالة f .

3. أدرس وضعية (C) بالنسبة للمستقيم $y = 4x + 3$: (Δ) .

4. أثبت أن (C) يقبل ثلاث نقاط انعطاف يطلب تعيينها.

5. بيّن أنّ النقطة $A(0; 3)$ مركز تناظر للمنحنى (C) .

6. أثبت أن (C) يقبل مماسين معامل توجيههما 2.

7. أنشئ المنحنى (C)

8. ناقش بياناً حسب قيم الوسيط الحقيقي m حلول المعادلة:

$$f(x) = 4x + m$$

التمرين السادس:

الجزء الأول نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي :

$$g(x) = x^3 - 3x - 4$$

1. أدرس تغيرات الدالة g

2. بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α

حيث $\alpha \in]2, 19; 2, 20[$

3. ثم استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$

الجزء الثاني نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R} - \{-1; 1\}$ كما يلي :

$$f(x) = \frac{x^3 + 2x^2}{x^2 - 1} - 2$$

(C_f) هو تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1. أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

❖ الدّوال العددية (2) ❖

2.

بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من (D_f) ،

$$f'(x) = \frac{xg(x)}{(x^2 - 1)^2} , \text{ ثم أدرس اتجاه تغير الدالة } f \text{ وشكل جدول تغيراتها .}$$

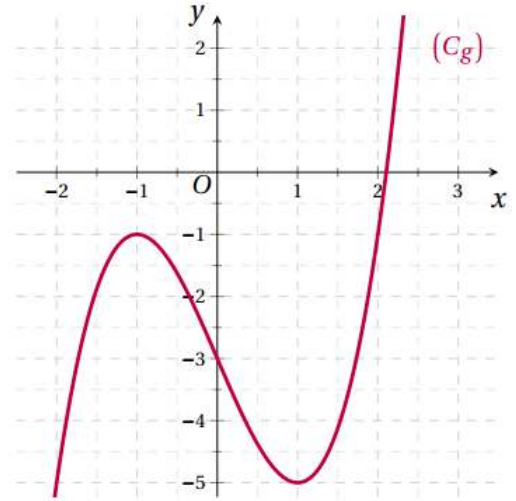
$$3. \text{ بيّن أنّ } f(\alpha) = \frac{3(\alpha + 2)}{\alpha^2 - 1} , \text{ ثمّ استنتج حصرا للعدد } f(\alpha) \text{ بتقريب } 10^{-1}.$$

4. (ا) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $\pm\infty$
(ب) أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) ثم ارسمهما

5. استنتج في نفس المعلم رسم المنحنى الممثل للدالة h المعرفة على (D_f) بالعلاقة $h(x) = f(|x|)$

التمرين السابع:

(I) يمثل الشكل المقابل التمثيل البياني للدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي:
 $g(x) = ax^3 + bx + c$ حيث a, b, c أعداد حقيقية



1. باستعمال (C_g) عيّّن كلا من a, b و c . ثم شكّل جدول تغيرات الدالة g .

2. بيّن أنّ المعادلة $x^3 - 3x - 3 = 0$ تقبل حلّا وحيدا α حيث $\alpha \in \left[2; \frac{5}{2}\right]$ ، ثمّ استنتج إشارة $g(x)$.

(II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R} - \{-1; 1\}$ كما يلي :

$$f(x) = \frac{2x^3 + 3}{x^2 - 1} + 1$$

(C_f) هو تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1. تحقق أنه من أجل كل x من $\mathbb{R} - \{-1; 1\}$ ، $f'(x) = \frac{2x \cdot g(x)}{(x^2 - 1)^2}$

2.

هندسيا.

3.

أحسب نهايات الدالة f عند حدود مجال تعريفها.

4.

شكّل جدول تغيرات الدالة f .

5.

بيّن أن $f(\alpha) = 3\alpha + 1$ ، ثمّ استنتج حصرا لـ $f(\alpha)$.

6.

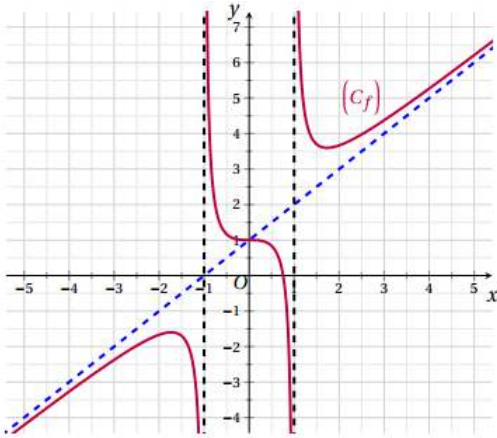
بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = 2x + 1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $\pm\infty$ ثمّ أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) و ارسمهما في نفس المعلم.

التمرين الثامن:

f الدالة المعرفة على $\mathbb{R} - \{-1; 1\}$ كما يلي :

$$f(x) = \frac{x^3 + x^2 - 1}{x^2 - 1}$$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$ كما في الشكل المقابل :



1.

(ا) بقراءة بيانية أحسب النهايات التالية $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$.

(ب) عيّّن معادلات المسقيمت المقاربة للمنحنى (C_f) .

2. أحسب $f'(x)$ ثمّ أدرس اتجاه تغير الدالة f وشكّل جدول تغيراتها.

3. من أجل كل $x \in \mathbb{R} - \{-1; 1\}$ أحسب $f(-x) + f(x)$ ، ماذا تستنتج؟

4. نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R} - \{-1; 1\}$ بـ $g(x) = f(|x|)$.

(ا) أدرس قابلية الاشتقاق عند القيمة 0.

(ب) تحقق أن g دالة زوجية، اشرح كيف يتم الإستعانة بـ (C_f) لرسم (C_g) وارسمهما في نفس المعلم.

(ج) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي x التالية: $g(x) = |m|$.

التمرين التاسع:

ليكن (C_f) المنحنى الممثل للدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ في معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3x^2 + 2x - 1}{1 - 2x}, & x \leq 0 \\ 2x - \frac{1}{(x+1)^2}, & x > 0 \end{cases} \quad \text{حيث:}$$

1. أدرس استمرارية وقابلية اشتقاق الدالة f عند 0 ، وفسر النتيجة هندسياً.

2. أدرس تغيرات الدالة f .

3. بيّن أنّ (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين فاصلتهما $x_1 = -1$ و x_2 حيث: $0 < x_2 < 1$ ثم أرسم المنحنى (C_f) .

4. لتكن g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي:

$$g(x) = \frac{3x^2 - 2|x| - 1}{2|x| + 1}$$

(أ) بيّن أن g دالة زوجية.

(ب) باستعمال الدراسة السابقة، أنشئ (C_g) بيان الدالة g في معلم آخر.

(ج) ناقش بياناً حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة:

$$3x^2 - m|x| - m = 0$$

التمرين العاشر:

نعتبر f الدالة العددية ذات المتغير الحقيقي x المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي:

$$f(x) = x\sqrt{x^2 - 4} \quad (C_f), \quad \text{تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس } (O; \vec{i}, \vec{j})$$

1. أحسب $f(x) + f(-x)$ واستنتج خاصية مميزة للمنحنى (C_f)

2. أحسب $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{x - 2}$ ماذا تستنتج؟

3. أدرس تغيرات الدالة f .

4. أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة $(x_0, \sqrt{3})$

5. أثبت أنّ (C_f) يقبل ثلاث نقاط انعطاف يطلب تعيينها.

6. أرسم (C_f) والمماس (T) .

7. ناقش بياناً حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول

$$f(x) = -2x - m$$

8. لتكن g دالة عددية حيث: $g(x) = |f(x)|$ و (C_g) تمثيلها البياني.

(أ) بيّن أنّ g دالة زوجية، ماذا تستنتج؟

(ب) استنتج ممّا سبق طريقة رسم (C_g) ثمّ ارسمه في نفس المعلم.

التمرين 1 ادي عشر (خاص بشعبة الرياضيات):

f دالة عددية معرفة في المجال $]-\pi; \pi[$ حيث:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1 - \cos(x)}{\sin(x)}, & x \neq 0 \\ f(0) = 0. \end{cases} \quad (C_f), \quad \text{المنحنى البياني للدالة}$$

f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

1. أثبت أنّ الدالة f مستمرة عند 0 .

2. هل الدالة f قابلة للاشتقاق عند 0 ؟

3. بيّن أنّ f دالة فردية، ثم أثبت أنّ: $f(x + 2\pi) = f(x)$ ماذا تستنتج؟

4. أدرس تغيرات الدالة f .

5. أثبت أنّ (C_f) يقبل نقطة انعطاف يُطلب تعيينها.

6. عيّن إحداثيي النقطة A التي يكون فيها المماس لـ (C_f) موازياً للمُنَصَّف الأول.

7. نعرّف في المجال $]0; \pi[$ الدالة g حيث: $g(x) = f(x) - x$

- أثبت أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α في المجال $[\frac{3\pi}{4}; \frac{7\pi}{4}]$ ثم فسر النتيجة هندسياً.

8. أرسم بدقة البيان (C_f) .

التمرين الثاني عشر:

لتكن f الدالة عددية المعرفة على $\mathbb{R} - \{-1; 1\}$ والمعرفة بـ: $f(x) = \frac{x}{x^2 - 1} + |x + 1|$ ، (C_f) تمثيلها البياني.

1. (أ) أكتب $f(x)$ دون رمز القيمة المطلقة.

(ب) أحسب عبارة الدالة المشتقة $f'(x)$ وأدرس إشارتها.

2. (أ) شكّل جدول تغيرات الدالة f .

(ب) بيّن أنّ المستقيمين: $y = x + 1$ و $y = -x - 1$: (Δ)

و (Δ') مقاربان للمنحنى (C_f) .

(ج) أدرس وضعية (C_f) بالنسبة للمستقيمين (Δ) و (Δ') .

3. بيّن أنّ المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α على المجال $]-1; 1[$ وأعط حصرًا لـ α سعته 10^{-1}

4. أنشئ كلا من (Δ) ، (Δ') و (C_f)

5. ناقش بياناً حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة التالية:

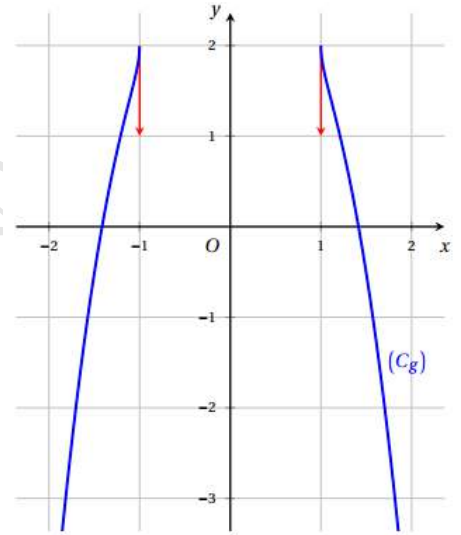
$$(x^2 - 1)(|x + 1| - m) + x = 0$$

التمرين الثالث عشر:

(I) لتكن الدالة g المعرفة على المجال $] -\infty; -1[\cup]1; +\infty[$

$$g(x) = 2 - x^2 \sqrt{x^2 - 1}$$

(C_g) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ المقابل:



1. أحسب $g(\sqrt{2})$ و $g(-\sqrt{2})$

2. بقراءة بيانية :

(ا) عيّن $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$ ؛ $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$

(ب) هل الدالة g مستمرة على $\mathbb{R}$ ؟

(ج) هل الدالة g قابلة للاشتقاق عند 1 من اليمين ؟ برّر .

(د) عيّن إشارة $g(x)$ حسب قيم x .

(II) لتكن الدالة f المعرفة على المجال $] -\infty; -1[\cup]1; +\infty[$:

$$f(x) = \frac{2\sqrt{x^2 - 1}}{x} - x + 1$$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1. (ا) أدرس قابلية اشتقاق الدالة f عند القيمة 1 من اليمين وعند

القيمة -1 من اليسار. فسّر النتائج بيانيا.

(ب) أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ؛ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

(ج) بيّن أنّ المستقيم $y = -x + 3$: (Δ) مقارب لـ (C_f)

بجوار $+\infty$ والمستقيم $y = -x - 1$: (Δ') مقارب لـ

(C_f) بجوار $-\infty$

2. بيّن أنّه من أجل كل x من $] -\infty; -1[\cup]1; +\infty[$:

$$f'(x) = \frac{g(x)}{x^2 \sqrt{x^2 - 1}}$$

3. أنشئ جدول تغيرات الدالة f .

4. بيّن أنّ النقطة $I(0, 1)$ هي مركز تناظر لـ (C_f) .

التمرين الرابع عشر:

(I) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x) = x^3 - 3x - 4$

1. أدرس تغيرات الدالة g .

2. بيّن أنّ المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيداً α حيث $2 < \alpha$

$$\alpha < 2,25$$

3. عيّن إشارة $g(x)$ حسب قيم x .

(II) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R} - \{-1; 1\}$: $f(x) = \frac{x^3 + x^2 + 1}{x^2 - 1}$

(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1. أحسب نهايات الدالة f عند حدود مجموعة التعريف.

2. برهن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R} - \{-1; 1\}$ لدينا:

$$f'(x) = \frac{xg(x)}{(x^2 - 1)^2}$$

3. أدرس تغيرات الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

4. برهن أنّ المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x + 1$ مستقيم مقارب

مائل لـ (C_f) بجوار $+\infty$ و $-\infty$.

5. أدرس الوضع النسبي بين (C_f) و (Δ)

6. بيّن أنّ: $f(\alpha) = 1 + \frac{3\alpha + 6}{\alpha^2 - 1}$ ثم استنتج حصراً لـ $f(\alpha)$ بيّن

أنّ المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيداً α' حيث $-1,5 < \alpha' < -1,25$.

7. أرسم (C_f) و (Δ) .

8. k دالة معرفة على $\mathbb{R} - \{\alpha'\}$: $k(x) = \frac{1}{f(x)}$

• أدرس تغيرات الدالة k ثم أرسم منحنائها البياني.

9. ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط m حلول المعادلة: $f(x) =$

$$|m - 1|$$

(خاص بشعبة الرياضيات)

10. ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط m حلول المعادلة:

$$f(\cos(\theta)) = \frac{1}{m} \quad \text{حيث } 0 \leq \theta \leq 2\pi$$

11. ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط θ حلول المعادلة: $f(x) =$

$$\sin(\theta)$$

التمرين الخامس عشر:

(I) f_m الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على $\mathbb{R} - \{m\}$:

$$f_m(x) = \frac{mx^2 - 8}{x - m} \quad \text{حيث } m \in \mathbb{R} \text{ و } (C_m) \text{ المنحنى الممثل للدالة } f_m$$

❖ الدّوال العددية (2) ❖

1. أحسب $f'_m x$.

2. عيّن مجموعة قيم m بحيث لا تقبل الدالة f_m أية قيمة حدية.

3. عيّن مجموعة قيم m بحيث (C_m) يقبل مماسًا في النقطة ذات الفاصلة 2 معامل توجيهه 3.

4. بيّن أنّ جميع المنحنيات (C_m) تشمل نقطة ثابتة يُطلب تعيينها.

(II) نضع في هذه الحالة $m = 1$.

1. أدرس تغيرات الدالة f_1 .

2. (ا) عيّن الأعداد الحقيقية a ، b و c بحيث: $f_1(x) = ax + b + \frac{c}{x-1}$

(ب) استنتج أن المنحنى (C_1) يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ) يُطلب تعيينه ثم أدرس وضعيته بالنسبة إلى (C_1) .

(ج) أثبت أنّ النقطة تقاطع المستقيمين المقاربين هي مركز تناظر للمنحنى (C_1)

3. أنشئ (Δ) و (C_1) .

4. ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي α عدد وإشارة حلول المعادلة: $y = x + \alpha$

(III)

لتكن الدالة g ذات المتغير الحقيقي x المعرفة كما يلي: $g(x) = \frac{x^2 - 8}{|x| - 1}$

1. أدرس قابلية اشتقاق الدالة g عند النقطة ذات الفاصلة 0 ثم فسّر النتيجة هندسياً.

2. بيّن أنّ g دالة زوجية، ماذا تستنتج؟

3. اشرح كيف يمكن إنشاء المنحنى (C_g) للدالة g باستعمال المنحنى (C_1) ثم أنشئ (C_g)

التمرين السادس عشر (خاص بشعبة الرياضيات):

لتكن f الدالة العددية المعرفة على $\left[\frac{1}{2}; +\infty\right[$ المعرفة كما يلي :

$$f(x) = \frac{x + \sqrt{2x-1}}{x}$$

1. أدرس قابلية اشتقاق الدالة f عند $\frac{1}{2}$ ، وفسّر النتيجة هندسياً.

2. أدرس تغيرات الدالة f والفروع اللانهائية لـ (C_f) منحنى الدالة f .

3. أثبت أنّه من أجل كل x من $]1; 2[$ فإنّ: $|f'(x)| < 1$.

4. (ا) برهن أنّه من أجل كل x من $]1; 2[$: $f''(x) = \frac{3x^2 - 6x + 2}{x^3 \sqrt{(2x-1)^3}}$