

اختبار الثلاثي الثاني في مادة الرياضيات

التمرين الأول:

1. حل في $\mathbb{C}$ مجموعة الاعداد المركبة، المعادلة: $z^2 - 2z + 2 = 0$.
2. في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$, نعتبر النقط A, B, C, D لاحقاتها على الترتيب: $z_D = \bar{z}_A$, $z_C = -1 - i$, $z_B = -1 + i$, $z_A = 1 + i$.
 - ا. تحقق ان A, B, C, D من نفس الدائرة التي يطلب تحديد عناصرها.
 - ب. اكتب على الشكلين الجبري والاسي العدد المركب $\frac{z_D - z_B}{z_C - z_A}$ ثم بين ان الرباعي ABCD مربع.
 - ج. (E) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z غير المعدومة التي تحقق: $\arg(i\bar{z}^2) = \frac{-\pi}{2} + 2k\pi$ / $k \in \mathbb{Z}$.
 - برهن ان النقطة ω ذات اللاحقة $z_\omega = i\sqrt{2} - 2i$ من (E).
 - حدد طبيعة المجموعة (E).
 - د. T التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة $M(z)$ النقطة $M'(z')$ حيث $z' - z + i\sqrt{2} = 1$.
 - حدد نوع T وعناصره المميزة ثم استنتج صورة المجموعة (E) بواسطته.

التمرين الثاني:

نعتبر الدالة f المعرفة على $[0, 2]$ بـ: $f(x) = \frac{x^2 - x + 2}{x + 1}$

1. ادرس اتجاه تغير f على المجال $[0, 2]$.

- استنتج انه اذا كان $x \in [1, 2]$ فان $f(x) \in [1, 2]$.

2. (u_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ:

$$u_0 = 2 \text{ ومن اجل كل عدد طبيعي } n : u_{n+1} = f(u_n)$$

• انقل الشكل المقابل على ورقة اجابتك، ثم مثل على محور

الفواصل الحدود u_0, u_1, u_2 مبرزاً خطوط الرسم.

• ضع تخميناً حول اتجاه تغير وتقارب (u_n)

3. برهن انه من اجل كل عدد طبيعي n : $1 < u_n \leq 2$.

• بين ان (u_n) متناقصة تماماً على $\mathbb{N}$.

• استنتج ان (u_n) متقاربة، ثم احسب نهايتها.

4. برهن انه من اجل كل n من $\mathbb{N}$: $0 < \frac{u_n - 1}{u_{n+1}} \leq \frac{1}{3}$ ، ثم تحقق ان $0 < u_{n+1} - 1 \leq \frac{1}{3}(u_n - 1)$

• استنتج انه من اجل كل n من $\mathbb{N}$: $0 < u_n - 1 \leq \left(\frac{1}{3}\right)^n$ ثم اوجد مرة أخرى $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

• نضع $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$ برهن انه من اجل كل n من $\mathbb{N}$:

$$n < S_n \leq n + \frac{1}{2} \left[1 - \left(\frac{1}{3}\right)^n \right] \text{ و } \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{S_n}{n}$$

اقلب الصفحة

اختر احد التمرينين الثالث او الرابع للإجابة

التمرين الثالث

في مسابقة للتوظيف , وضعت مجموعة أوراق أسئلة لا نفرق بينها باللمس , في صندوق , منها 3 أوراق لمادة الرياضيات , 2 ورقة للفيزياء , 2 ورقة للأدب العربي و 1 ورقة للعلوم الطبيعية .
يختار كل مترشح 3 أوراق في ان واحد .

1. احسب احتمال كل حادثة مما يلي :

A : جميع الأوراق المسحوبة لنقص المادة .

B : سحب ورقة على الأقل لمادة الرياضيات .

C : سحب سؤال واحد في كل مادة ماعدا الرياضيات

2. نعرف متغير عشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب عدد أوراق أسئلة مادة الرياضيات

• عرف قانون احتمال P للمتغير العشوائي X ثم احسب امله الرياضيائي .

• احسب $P(|X| \leq 2)$ و $P(X^2 - 2X + 1 > 0)$.

• استنتج الامل الرياضيائي لهذه التجربة اذا سحبنا ورقة سؤال لكل مادة من الصندوق .

التمرين الرابع

يحتوي صندوق على 7 كريات بيضاء و 3 كريات سوداء , كلها متماثلة ولا نفرق بينها باللمس .
نسحب عشوائيا كرية واحدة من الصندوق ونسجل لونها , ثم نعيدها الى الصندوق ونسحب منه كرية أخرى ونسجل لونها , وننتهي التجربة .

1. احسب احتمال كل من الحادثتين التاليين :

A : الحصول على كرتين بيضاويتين .

B : الحصول على كرتين من نفس اللون .

2. نعرف لعبة الحظ تمنح لكل كرية بيضاء مسحوبة العلامة α ولكل كرية سوداء مسحوبة العلامة $(-\alpha)$ حيث

$\alpha \in \mathbb{R}$ وليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب مجموع النقطتين المحصل عليهما .

• عين قانون احتمال للمتغير العشوائي X واحسب امله الرياضيائي .

• عين قيم العدد الحقيقي α حتى تكون اللعبة مربحة .

3. نضيف $(n - 3)$ كرية سوداء الى الصندوق ونعيد عملية السحب المعرفة أعلاه .

• ما هو عدد الكريات السوداء التي أضيفت الى الصندوق علما ان احتمال الحادثة A هو $\frac{1}{4}$

انتهى و بالتوفيق للجميع