

" قال أخرجتها لتُغرق أهلها " ﷺ "الظاهر : ابتلاء ﷻ والواقع : فرج". مُدهش عندما تظن أن الله ابتلاك ثم تكتشف أنه أنقذك من البلاء. كم خَرقت الأيام لنا من سُنن فاشتكيننا وبكيننا ولم نعلم إلا بعد سنوات أن الله نَجَّانا بها من ضررٍ أكبر. كونوا على يقين أن الله لُطف خفي لا تدركه ضآلة أبصارنا."

◀ أستاذ المادة: جيوخ العربي

○ الطريقة الثالثة :

مثل طريقة الضرب العمودية الخاصة بالأعداد مع فرق طفيف هو عدم وجود الاحتفاظ هنا.
مثال توضيحي :

$2x$	$\sqrt{5}$	$3x$	-2	$-2x$	$+3$
$\times$	$2x$	$-\sqrt{5}$	$\times$	$7x$	-4
	$-2\sqrt{5}x$	-5		$-12x$	$+8$
$4x^2$	$2\sqrt{5}x$	$\bullet$	$+21x^2$	$-14x$	$\bullet$
$+4x^2$	$0x$	-5	$+21x^2$	$-26x$	$+8$

$\times$	$4x$	-5
	$+10x$	-15
$-8x^2$	$12x$	$\bullet$
$-8x^2$	$22x$	-15

إذن :

$$(-2x+3)(4x-5) = -8x^2 + 22x - 15$$

$$(3x-2)(7x-4) = 21x^2 - 26x + 8$$

$$(2x+\sqrt{5})(2x-\sqrt{5}) = 4x^2 - 5$$

2 تطبيقات حول النشر محلولة

○ تمرين تطبيقي (01) : (من السلسلة الرابعة)

● أنشر وبسِّط كلاً من العبارات الجبرية الآتية :

$$\begin{array}{l} A = (x+3)(x+4) \\ B = (x-2)(x-5) \end{array} \quad \begin{array}{l} C = (a-3)(2a+1) \\ D = (x+2y)(2x-y) \end{array}$$

○ الحل : لدينا :

$$\begin{array}{l} A = (x+3)(x+4) \\ = x^2 + 3x + 4x + 12 \\ = x^2 + (3+4)x + 12 \\ = x^2 + 7x + 12 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{أي :} \\ \times \end{array} \begin{array}{|c|c|c|} \hline & x & +3 \\ \hline x & x^2 & 3x \\ \hline +4 & 4x & 12 \\ \hline \end{array}$$

$$A = x^2 + 7x + 12$$

نشر عبارات جبرية من الشكل $(a+b)(c+d)$

1

○ الطريقة الأولى : a, b, c, d أعداد حقيقية.

$$(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$$

◀ مثال توضيحي : نشر معاً الجداء التالي $(-2x+3)(4x-5)$ لدينا :

$$\begin{aligned} (-2x+3)(4x-5) &= (-2x) \times (4x) + (-2x) \times (-5) + (+3) \times (4x) + (+3) \times (-5) \\ &= -8x^2 + \underbrace{10x + 12x}_{=22x} - 15 = -8x^2 + 22x - 15 \end{aligned}$$

○ الطريقة الثانية :

نستعين بالجدول المقابل :

	①	②	③
①	$\times$	$-2x$	$+3$
②	$+4x$	$-8x^2$	$+12x$
③	-5	$+10x$	-15

1. نضرب الحد $4x$ في الحد $-2x$ ونضع النتيجة $-8x^2$ في خانة تقاطع السطر ② والعمود ②.
2. نضرب الحد $4x$ في الحد $+3$ ونضع النتيجة $+12x$ في خانة تقاطع السطر ② والعمود ③.
3. نضرب الحد -5 في الحد $-2x$ ونضع النتيجة $+10x$ في خانة تقاطع السطر ③ والعمود ②.
4. نضرب الحد -5 في الحد $+3$ ونضع النتيجة -15 في خانة تقاطع السطر ③ والعمود ③.

◀ هذه الطريقة تجنبنا الأخطاء في الإشارات كما تسهل نشر عبارات أكثر تعقيداً.

مثال توضيحي : نشر معاً الجداء التالي $A = (5x^2 - 3x + 7)(4 - 6x)$.

$$\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \times & 5x^2 & -3x & +7 \\ \hline +4 & +20x^2 & -12x & +28 \\ \hline -6x & -30x^3 & +18x^2 & -42x \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{l} A = (5x^2 - 3x + 7)(4 - 6x) \\ = +20x^2 - 12x + 28 - 30x^3 + 18x^2 - 42x \\ = (-30)x^3 + (20+18)x^2 + (-12-42)x + (28) \\ = -30x^3 + 38x^2 - 54x + 28 \end{array}$$

النشر والتبسيط (ش ت م 2012) :

$$\begin{aligned} E &= (4x-1)^2 - (3x+2)(4x-1) \\ &= (4x)^2 - 2(4x)(1) + (1)^2 - [3x(4x-1) + 2(4x-1)] \\ &= 4^2x^2 - 8x + 1 - [12x^2 - 3x + 8x - 2] \\ &= 16x^2 - 8x + 1 - 12x^2 + 3x - 8x + 2 \\ &= (16-12)x^2 + (-8+3-8)x + (1+2) \\ &= 4x^2 - 13x + 3 \end{aligned}$$

النشر والتبسيط (ش ت م 2013) :

$$\begin{aligned} B &= (3x-5)^2 + 9x^2 - 25 \\ &= (3x)^2 - 2(3x)(5) + (5)^2 + 9x^2 - 25 \\ &= 9x^2 - 30x + 25 + 9x^2 - 25 \\ &= (9+9)x^2 + (-30)x + (25-25) \\ &= 18x^2 - 30x + 10 \end{aligned}$$

النشر والتبسيط (ش ت م 2014 و 2015) :

$$\begin{aligned} E &= (2x+5)^2 - 36 & F &= (2x-3)^2 - 16 \\ &= (2x)^2 + 2(2x)(5) + (5)^2 - 36 & &= (2x)^2 - 2(2x)(3) + (3)^2 - 16 \\ &= 4x^2 + 20x + 25 - 36 & &= 4x^2 + 12x + 9 - 16 \\ &= 4x^2 + 20x + 9 & &= 4x^2 + 12x - 7 \end{aligned}$$

النشر والتبسيط (ش ت م 2016) :

$$\begin{aligned} A &= 5(2x+1)(2x-1) = 5[2x(2x-1) + 1(2x-1)] \\ &= 5 \left[\underbrace{4x^2 - 2x + 2x - 1}_{=0} \right] \\ &= 5 \times 4x^2 + 5 \times (-1) \\ &= 20x^2 - 5 \end{aligned}$$



(ش ت م 2014) $E = (2x+5)^2 - 36$

(ش ت م 2015) $F = (2x-3)^2 - 16$

(ش ت م 2016) $5(2x+1)(2x-1) = 20x^2 - 5$ (تحقق).

(ش ت م 2017) $P = (1-3x)(3x+3) - 2(3x+3)$

(ش ت م 2018) $(3x+1)(x-4) = 3x^2 - 11x - 4$ (تحقق).

(ش ت م 2019) $E = (x+1)^2 - (x+1)(2x-3)$

(ش ت م 2020) $E = (3x+1)^2 - (x-2)^2$

(ش ت م 2021) $E = (x-3)(x-10) + 3(x-3)$

(ش ت م 2022) $E = (2x-3)(x-2)$

الحل :

النشر والتبسيط (ش ت م 2007) :

$$\begin{aligned} E &= 10^2 - (x-2)^2 - (x+8) \\ &= 10^2 - [(x)^2 - 2(x)(2) + (2)^2] - (x+8) \\ &= 100 - x^2 + 4x - 4 - x - 8 \\ &= (-1)x^2 + (+4-1)x + (100-4-8) = -x^2 + 3x + 88 \end{aligned}$$

النشر والتبسيط (ش ت م 2008) :

$$\begin{aligned} A &= (2-\sqrt{3})^2 = (2)^2 - 2(2)(\sqrt{3}) + (\sqrt{3})^2 \\ &= 4 - 4\sqrt{3} + 3 = 7 - 4\sqrt{3} \end{aligned}$$

النشر والتبسيط (ش ت م 2009) :

$$\begin{aligned} E &= 2x - 10 - (x-5)^2 = 2x - 10 - [(x)^2 - 2(x)(5) + (5)^2] \\ &= 2x - 10 - [x^2 - 10x + 25] = 2x - 10 - x^2 + 10x - 25 \\ &= (-1)x^2 + (2+10)x + (-10-25) = -x^2 + 12x - 35 \end{aligned}$$

النشر والتبسيط (ش ت م 2011) :

$$\begin{aligned} (2x-1)(x-3) &= 2x(x-3) - 1(x-3) \\ &= 2x \times x + 2x \times (-3) - 1 \times x + (-1) \times (-3) \\ &= 2x^2 - 6x - x + 3 = 2x^2 - 7x + 3 \end{aligned}$$

لدينا :

	x	-2
$\times$	x	$-2x$
$\times$	x^2	$-2x$
$\times$	-5	$-5x$
$\times$	-5	$+10$

إذن : $B = x^2 - 7x + 10$
لدينا :

	a	-3
$\times$	a	-3
$\times$	$2a$	$-6a$
$\times$	$2a^2$	$-6a$
$\times$	$+1$	a
$\times$	$+1$	-3

إذن : $C = 2a^2 - 5a - 3$
لدينا :

	x	$2y$
$\times$	x	$2y$
$\times$	$2x$	$+4xy$
$\times$	$2x^2$	$+4xy$
$\times$	$-y$	$-2y^2$
$\times$	$-y$	$-2y^2$

إذن : $D = 2x^2 - 2y^2 + 3xy$
تمرين تطبيقي (02) :

● أنشر وتبسط كلاً من العبارات الجبرية الآتية :

(ش ت م 2007) $E = 10^2 - (x-2)^2 - (x+8)$

(ش ت م 2008) $A = (2-\sqrt{3})^2$

(ش ت م 2009) $E = 2x - 10 - (x-5)^2$

(ش ت م 2011) $(2x-1)(x-3) = 2x^2 - 7x + 3$ (تحقق).

(ش ت م 2012) $E = (4x-1)^2 - (3x+2)(4x-1)$

(ش ت م 2013) $B = (3x-5)^2 + 9x^2 - 25$

النشر والتبسيط (ش ت م 2017) :

$$\begin{aligned}
 P &= (1 - 3x)(3x + 3) - 2(3x + 3) \\
 &= 1(3x + 3) - 3x(3x + 3) - 2(3x + 3) \\
 &= 3x + 3 - 9x^2 - 9x - 6x - 6 \\
 &= (-9)x^2 + (3 - 9 - 6)x + (+3 - 6) \\
 &= -9x^2 - 12x - 3
 \end{aligned}$$

النشر والتبسيط (ش ت م 2018) :

$$\begin{aligned}
 (3x + 1)(x - 4) &= 3x(x - 4) + 1(x - 4) \\
 &= 3x^2 - 12x + x - 4 = 3x^2 - 11x - 4
 \end{aligned}$$

النشر والتبسيط (ش ت م 2019) :

$$\begin{aligned}
 E &= (x + 1)^2 - (x + 1)(2x - 3) \\
 &= (x)^2 + 2(x)(1) + (1)^2 - [x(2x - 3) + 1(2x - 3)] \\
 &= x^2 + 2x + 1 - [2x^2 - 3x + 2x - 3] \\
 &= x^2 + 2x + 1 - 2x^2 + 3x - 2x + 3 \\
 &= (1 - 2)x^2 + (+2 + 3 - 2)x + (+1 + 3) \\
 &= -x^2 + 3x + 4
 \end{aligned}$$

النشر والتبسيط (ش ت م 2020) :

$$\begin{aligned}
 E &= (3x + 1)^2 - (x - 2)^2 \\
 &= [(3x)^2 + 2(3x)(1) + (1)^2] - [(x)^2 - 2(x)(2) + (2)^2] \\
 &= [9x^2 + 6x + 1] - [x^2 - 4x + 4] \\
 &= 9x^2 + 6x + 1 - x^2 + 4x - 4 \\
 &= (9 - 1)x^2 + (6 + 4)x + (1 - 4) = 8x^2 + 10x - 3
 \end{aligned}$$

النشر والتبسيط (ش ت م 2021) :

$$\begin{aligned}
 E &= (x - 3)(x - 10) + 3(x - 3) \\
 &= x(x - 10) - 3(x - 10) + 3(x - 3) \\
 &= x^2 - 10x - 3x + 30 + 3x - 9 \\
 &= x^2 + (-10 - 3 + 3)x + (30 - 9) = x^2 - 10x + 21
 \end{aligned}$$

النشر والتبسيط (ش ت م 2022) :

$$\begin{aligned}
 E &= (2x - 3)(x - 2) = 2x(x - 2) - 3(x - 2) \\
 &= 2x^2 - 4x - 3x + 6 = 2x^2 - 7x + 6
 \end{aligned}$$

تمرين تطبيقي (03) : (من السلسلة الرابعة)

أنشر وببسط كلاً من :

$$A = (3x - 5)^2 ; B = \left(\frac{1}{2}x - 1\right)\left(\frac{1}{2}x + 1\right) - (x - 1)(x - 3)$$

الحل :

• نشر وتبسيط العبارة $A = (3x - 5)^2$:

$$\begin{aligned}
 1. \text{ نستعمل المطابقة } (a - b)^2 &= (a)^2 - 2(a)(b) + (b)^2 \\
 \text{حيث " } a &= 3x \text{ " و " } b = 5 \text{ " وليس " } -5 \text{ " } \\
 \text{وبالتالي : } A &= (3x)^2 - 2(3x)(5) + (5)^2 \\
 2. \text{ لدينا : } &
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (3x)^2 &= 3^2 \times x^2 = 9x^2 \\
 2(3x)(5) &= 2 \times 3 \times 5 \times x = 30x \\
 (5)^2 &= 25
 \end{aligned}$$

$$A = 9x^2 - 30x + 25 \text{ إذن :}$$

$$\begin{aligned}
 \text{نشر وتبسيط العبارة } B &: \text{ لنشر } \left(\frac{1}{2}x - 1\right)\left(\frac{1}{2}x + 1\right), \text{ نستعمل} \\
 (a - b)(a + b) &= (a)^2 - (b)^2 \text{ حيث : " } a = \frac{1}{2}x \text{ " و " } b = 1 \text{ " }
 \end{aligned}$$

ولنشر $(x - 3)(x - 1)$ ، نشكّل هذا الجدول المساعد :

	x	-1
$(x - 1)(x - 3) = x^2 - x - 3x + 3$	x	x^2
$= x^2 + (-1 - 3)x + 3$	-3	$-3x$
$= x^2 - 4x + 3$		$+3$

وعليه :

2. لدينا :

$$\begin{aligned}
 (a)^2 &= \left(\frac{1}{2}x\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times x^2 = \frac{1^2}{2^2}x^2 = \frac{1}{4}x^2 \\
 (b)^2 &= (1)^2 = 1
 \end{aligned}$$

$$B = \frac{1}{4}x^2 - 1 - (x^2 - 4x + 3) \text{ فنحصل على :}$$

$$3. \text{ نعلم أن : } -(x^2 - 4x + 3) = -x^2 + 4x - 3$$

$$\text{إذن } B = \frac{1}{4}x^2 - 1 - x^2 + 4x - 3$$

$$4. \text{ نجتمع الحدود المتشابهة : } B = \left(\frac{1}{4} - 1\right)x^2 + 4x + (-1 - 3)$$

$$B = -\frac{3}{4}x^2 + 4x - 4 \text{ فنحصل على :}$$

تمرين تطبيقي (04) : (من السلسلة الرابعة)

$$\text{ليكن } n = (8 - 2\sqrt{3})(8 + 2\sqrt{3}). \text{ أثبت أن } n \text{ عدد طبيعي.}$$

الحل :

• إثبات أن n عدد طبيعي :

$$1. \text{ نستعمل المطابقة } (a - b)(a + b) = (a)^2 - (b)^2$$

$$\text{حيث : " } a = 8 \text{ " و " } b = 2\sqrt{3} \text{ " } n = (8)^2 - (2\sqrt{3})^2$$

$$2. \text{ لحساب } (2\sqrt{3})^2, \text{ نستخدم الخاصية } (cd)^2 = (c)^2 \times (d)^2$$

$$\text{حيث : } c = 2 \text{ و } d = \sqrt{3}$$

$$n = 64 - (4)^2 \times (\sqrt{3})^2$$

$$3. \text{ نعلم أن } 3 = (\sqrt{3})^2 \text{ و } 2^2 = 4, \text{ وعليه :}$$

$$n = 64 - 4 \times 3 = 64 - 12 = 52$$

$$\text{بما أن } 52 \text{ عدد طبيعي، فإن } n \text{ عدد طبيعي.}$$



تحليل عبارة جبرية إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى

المتطابقات الشهيرة

$$(a)^2 \pm 2(a)(b) + (b)^2 = [(a) \pm (b)]^2$$

$$\begin{aligned} A &= 36x^2 + 60x + 25 \\ &= (\sqrt{36x^2})^2 + 2(\sqrt{36x^2})(\sqrt{25}) + (\sqrt{25})^2 \\ &= (6x)^2 + 2(6x)(5) + (5)^2 \\ &= (6x + 5)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= 4x^2 - 12x + 9 \\ &= (\sqrt{4x^2})^2 - 2(\sqrt{4x^2})(\sqrt{9}) + (\sqrt{9})^2 \\ &= (2x)^2 - 2(2x)(3) + (3)^2 \\ &= (2x - 3)^2 \end{aligned}$$

$$(a)^2 - (b)^2 = [(a) - (b)][(a) + (b)]$$

$$\begin{aligned} C &= 225 - 16x^2 \\ &= (\sqrt{225})^2 - (\sqrt{16x^2})^2 \\ &= (15)^2 - (4x)^2 \\ &= (15 - 4x)(15 + 4x) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D &= (4x - 3)^2 - 49 \\ &= (4x - 3)^2 - (7)^2 \\ &= [(4x - 3) - (7)][(4x - 3) + (7)] \\ &= (4x - 10)(4x + 4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E &= (5x + 1)^2 - (6x - 7)^2 \\ &= [(5x + 1) - (6x - 7)][(5x + 1) + (6x - 7)] \\ &= (5x + 1 - 6x + 7)(5x + 1 + 6x - 7) \\ &= (-x + 8)(11x - 6) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} L &= (3x - 10)(x + 6) - (9x^2 - 100) \\ &= (3x - 10)(x + 6) - [(3x)^2 - (10)^2] \\ &= (3x - 10)(x + 6) - (3x - 10)(3x + 10) \\ &= (3x - 10)[(x + 6) - (3x + 10)] \\ &= (3x - 10)(x + 6 - 3x - 10) \\ &= (3x - 10)(-2x + 16) \end{aligned}$$

استخراج العامل المشترك

$$\begin{aligned} F &= 12x^2 + 3x \\ &= 3x \times 4x + 3x \\ &= 3x(4x + 1) \end{aligned}$$

بارز

$$\begin{aligned} H &= (2x + 3)^2 - (x + 1)(2x + 3) \\ &= (2x + 3)(2x + 3) - (x + 1)(2x + 3) \\ &= (2x + 3)[(2x + 3) - (x + 1)] \\ &= (2x + 3)(2x + 3 - x - 1) \\ &= (2x + 3)(x + 2) \end{aligned}$$

غير بارز

بالمضاعفات

$$\begin{aligned} K &= (6x + 15)(x + 4) - (2x + 5)(7 - x) \\ &= 3(2x + 5)(x + 4) - (2x + 5)(7 - x) \\ &= (2x + 5)[3(x + 4) - (7 - x)] \\ &= (2x + 5)(3x + 12 - 7 + x) \\ &= (2x + 5)(4x + 5) \end{aligned}$$

بالمطابقات الشهيرة



3

تطبيقات حول التحليل محلولة

عليها.

ننشر العبارة المحللة : $(y-1)(y-3)$

$$\begin{aligned}
 (y-1)(y-3) &= y(y-3) - 1(y-3) \\
 &= y \times y - y \times 3 - y + 3 \\
 &= y^2 + (-3-1)y + 3 \\
 &= y^2 - 4y + 3 \\
 &= B
 \end{aligned}$$

تحليل العبارة $C = (2z+1)(3z-4) + 5(2z+1)$

$$\begin{aligned}
 C &= (2z+1)(3z-4) + 5(2z+1) \\
 &= (2z+1)[(3z-4) + 5] \\
 &= (2z+1)(3z-4+5) \\
 &= (2z+1)(3z+1)
 \end{aligned}$$

اختبار العبارة $A = x(5x-3)$ ننشر العبارة $C = (2z+1)(3z-4) + 5(2z+1)$

×	2z	+1
5	10z	+5

×	2z	+1
3z	+6z ²	+3z
-4	-8z	-4

$$\begin{aligned}
 C &= (2z+1)(3z-4) + 5(2z+1) \\
 &= 6z^2 + 3z - 8z - 4 + (10z + 5) \\
 &= 6z^2 + 3z - 8z - 4 + 10z + 5 \\
 &= 6z^2 + (3-8+10)z + (-4+5) \\
 &= 6z^2 + 5z + 1
 \end{aligned}$$

×	2z	+1
3z	+6z ²	+3z
+1	2z	+1

$$\begin{aligned}
 A &= 5x^2 - 3x \\
 B &= (y-1)^2 - 2(y-1) \\
 C &= (2z+1)(3z-4) + 5(2z+1)
 \end{aligned}$$

○ الحل :

اختبار $x(5x-3) = A$ تحليل العبارة $A = 5x^2 - 3x$

×	5x	-3
x	5x ²	-3x

$$\begin{aligned}
 A &= 5x^2 - 3x \\
 &= 5x \times x - 3 \times x \\
 &= x(5x-3)
 \end{aligned}$$

إذن $x(5x-3) = 5x^2 - 3x = A$ إذن $A = x(5x-3)$ تحليل العبارة $B = (y-1)^2 - 2(y-1)$

$$\begin{aligned}
 B &= (y-1)^2 - 2(y-1) \\
 &= (y-1)(y-1) - 2(y-1) \\
 &= (y-1)[(y-1) - 2] \\
 &= (y-1)(y-1-2) \\
 &= (y-1)(y-3)
 \end{aligned}$$

اختبار العبارة B ننشر العبارة $B = (y-1)^2 - 2(y-1)$

$$\begin{aligned}
 B &= (y-1)^2 - 2(y-1) \\
 &= (y)^2 - 2(y)(1) + (1)^2 - (2 \times y - 2 \times 1) \\
 &= y^2 - 2y + 1 - 2y + 2 \\
 &= y^2 + (-2-2)y + (1+2) \\
 &= y^2 - 4y + 3
 \end{aligned}$$

○ تمرين تطبيقي (01) : (من السلسلة الرابعة)

 $S = (2x-3)(x+2) - 5(2x-3)$ ، حيث :1. أنشر وتبسط العبارة S .2. حلّل العبارة S إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى.

○ الحل :

1. نشر وتبسيط العبارة S

×	2x	-3
x	2x ²	-3x
+2	+4x	-6

×	2x	-3
5	10x	-15

أي :

$$\begin{aligned}
 S &= (2x-3)(x+2) - 5(2x-3) \\
 &= 2x^2 - 3x + 4x - 6 - (10x - 15) \\
 &= 2x^2 - 3x + 4x - 6 - 10x + 15 \\
 &= 2x^2 + (-3+4-10)x + (-6+15) \\
 &= 2x^2 - 9x + 9
 \end{aligned}$$

إذن : $S = 2x^2 - 9x + 9$ 2. تحليل العبارة S إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى :

$$\begin{aligned}
 S &= (2x-3)(x+2) - 5(2x-3) \\
 &= (2x-3)[(x+2) - 5] \\
 &= (2x-3)(x+2-5) \\
 &= (2x-3)(x-3)
 \end{aligned}$$

إذن : $S = (2x-3)(x-3)$

○ تمرين تطبيقي (02) : (من السلسلة الرابعة)

في كل مما يأتي عيّن عاملاً مشتركاً، ثمّ حلّل واختبر المساواة التي حصلت

أي :

$$\begin{aligned}
 (2z+1)(3z+1) &= 6z^2 + 3z + 2z + 1 \\
 &= 6z^2 + (3+2)z + 1 \\
 &= 6z^2 + 5z + 1
 \end{aligned}$$

○ تمرين تطبيقي (03) : (من السلسلة الرابعة)

. حلّ كلاً من العبارات الآتية :

$$\begin{aligned}
 x_1 &= 49 - 36x^2 \\
 x_2 &= x^2 - 2x + 1 \\
 x_3 &= 25m^2 - 30m + 9 \\
 x_4 &= (2x-1)^2 - (3x+2)^2 \\
 x_5 &= 9 + 30z + 25z^2 \\
 x_6 &= (t+1)^2 - 8(t+1) + 16
 \end{aligned}$$

○ الحل :

$$\begin{aligned}
 x_1 &= 49 - 36x^2 & x_2 &= x^2 - 2x + 1 \\
 &= (7)^2 - (6x)^2 & &= (x)^2 - 2(x)(1) + (1)^2 \\
 &= (7-6x)(7+6x) & &= (x-1)^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 x_3 &= 25m^2 - 30m + 9 \\
 &= (5m)^2 - 2(5m)(3) + (3)^2 \\
 &= (5m-3)^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 x_4 &= (2x-1)^2 - (3x+2)^2 \\
 &= [(2x-1) - (3x+2)][(2x-1) + (3x+2)] \\
 &= (2x-1-3x-2)(2x-1+3x+2) \\
 &= (-x-3)(5x+1)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 x_5 &= 9 + 30z + 25z^2 \\
 &= (3)^2 + 2(3)(5z) + (5z)^2 \\
 &= (3+5z)^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 x_6 &= (t+1)^2 - 8(t+1) + 16 \\
 &= (t+1)^2 - 2 \times 4(t+1) + (4)^2 \\
 &= [(t+1) - 4]^2 \\
 &= (t-3)^2
 \end{aligned}$$

○ تمرين تطبيقي (04) : (من السلسلة الرابعة)

 m عبارة جبرية، حيث : $m = 9 - (2x-1)^2$

1. أنشر وبسّط العبارة m .
2. حلّ العبارة m إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى.
3. أخصب العبارة m من أجل $x = \frac{1}{2}$.
4. x عدد حقيقي، حل المعادلة : $m = 0$.

○ الحل :

1. نشر وتبسيط العبارة m :

$$\begin{aligned}
 m &= 9 - (2x-1)^2 \\
 &= 9 - [(2x)^2 - 2(2x)(1) + (1)^2] \\
 &= 9 - [2^2 \times x^2 - 2 \times 2 \times 1 \times x + 1] \\
 &= 9 - (4x^2 - 4x + 1) \\
 &= 9 - 4x^2 + 4x - 1 \\
 &= -4x^2 + 4x + (9-1) \\
 &= -4x^2 + 4x + 8
 \end{aligned}$$

2. تحليل العبارة m :

$$\begin{aligned}
 m &= 9 - (2x-1)^2 \\
 &= (3)^2 - (2x-1)^2 \\
 &= [(3) - (2x-1)][(3) + (2x-1)] \\
 &= (3-2x+1)(3+2x-1) \\
 &= (-2x+4)(2x+2)
 \end{aligned}$$

3. حساب العبارة m من أجل $x = \frac{1}{2}$:نعوض $x = \frac{1}{2}$ في $m = (-2x+4)(2x+2)$ فنجد أنّ :

$$\begin{aligned}
 \left(-2 \times \frac{1}{2} + 4\right) \left(2 \times \frac{1}{2} + 2\right) &= \left(\frac{-2}{2} + 4\right) \left(\frac{2}{2} + 2\right) \\
 &= (-1+4)(1+2) = 3 \times 3 = 9
 \end{aligned}$$

4. حل المعادلة $m = 0$:لدينا : $m = 0$ يكافئ : $9 - (2x-1)^2 = 0$. يكافئ :

$$(-2x+4)(2x+2) = 0 \quad (1)$$

أي :

$$\begin{array}{l|l}
 -2x+4=0 & 2x+2=0 \\
 -2x=-4 & 2x=-2 \\
 x=\frac{-4}{-2} & x=\frac{-2}{2} \\
 x=2 & x=-1
 \end{array} \quad \text{أو :}$$

إذن، حلول المعادلة (1) تُكتب على الشكل التالي :

$$S_{(1)} = \{-1; 2\}$$

○ تمرين تطبيقي (05) : (من السلسلة الرابعة)

 x عدد حقيقي، حل المعادلات الآتية :

$$\begin{array}{l|l}
 (x-2)(3+x)=0 & 3x(10x+4)(15-3x)=0 \\
 x^2-4=0 & -5(x^2+10)(\sqrt{7}-x)=0 \\
 \left(\frac{x}{2}+2\right)\left(3x-\frac{5}{3}\right)=0 & (9x-3)(-x+4)^2=0 \\
 (\sqrt{12}-3x)(2x+\sqrt{8})=0 & \frac{x}{4-\sqrt{3}}=\frac{4+\sqrt{3}}{x}
 \end{array}$$

○ الحل :

• حل المعادلات : نضع :

$$(x-2)(3+x)=0 \quad (2)$$

إذن، حلول المعادلة (5) تُكتب على الشكل التالي :

$$S_{(5)} = \left\{ -\sqrt{3}; \frac{2\sqrt{3}}{3} \right\}$$

نضع :

$$3x(10x+4)(15-3x)=0 \quad (6)$$

يكافئ

$$3x=0 \text{ أو } (10x+4)=0 \text{ أو } (15-3x)=0.$$

لدينا :

$$\begin{array}{l|l} 3x=0 & 10x+4=0 \\ x=0 & 10x=-4 \\ & x=-\frac{4}{10} \\ & x=-\frac{2}{5} \end{array} \quad \text{أو} \quad \begin{array}{l|l} 15-3x=0 & -3x=-15 \\ & x=\frac{-15}{-3} \\ & x=5 \end{array}$$

إذن، حلول المعادلة (6) تُكتب على الشكل التالي :

$$S_{(6)} = \left\{ -\frac{2}{5}; 0; 5 \right\}$$

نضع :

$$-5(x^2+10)(\sqrt{7}-x)=0 \quad (7)$$

يكافئ

$$-5 \neq 0 \text{ لاحظ أن } (\sqrt{7}-x)=0 \text{ أو } (x^2+10)=0.$$

لدينا :

$$\begin{array}{l} x^2+10=0 \\ x^2=-10 \end{array} \quad (8)$$

$$\text{يكافئ } \left(\frac{x}{2}+2\right)=0 \text{ أو } \left(3x-\frac{5}{3}\right)=0.$$

لدينا :

$$\begin{array}{l|l} \frac{x}{2}+2=0 & 3x-\frac{5}{3}=0 \\ \frac{x}{2}=-2 & 3x=\frac{5}{3} \\ x=2 \times (-2) & x=\frac{\frac{5}{3}}{3} = \frac{5}{3} \times \frac{1}{3} \\ x=-4 & x=\frac{5}{9} \end{array} \quad \text{أو} :$$

إذن، حلول المعادلة (4) تُكتب على الشكل التالي :

$$S_{(4)} = \left\{ -4; \frac{5}{9} \right\}$$

نضع :

$$\left(\sqrt{12}-3x\right)\left(2x+\sqrt{8}\right)=0 \quad (5)$$

$$\text{يكافئ } \left(\sqrt{12}-3x\right)=0 \text{ أو } \left(2x+\sqrt{8}\right)=0.$$

لدينا :

$$\begin{array}{l|l} \sqrt{12}-3x=0 & 2x+\sqrt{8}=0 \\ -3x=-\sqrt{12} & 2x=-\sqrt{8} \\ -3x=-\sqrt{4 \times 3} & 2x=-\sqrt{4 \times 2} \\ -3x=-\sqrt{4} \times \sqrt{3} & 2x=-\sqrt{4} \times \sqrt{2} \\ -3x=-2\sqrt{3} & 2x=-2\sqrt{3} \\ x=\frac{-2\sqrt{3}}{-3} & x=\frac{-2\sqrt{3}}{2} \\ x=\frac{2\sqrt{3}}{3} & x=-\sqrt{3} \end{array} \quad \text{أو} :$$

$$\text{يكافئ } (x-2)=0 \text{ أو } (3+x)=0.$$

لدينا :

$$\begin{array}{l|l} x-2=0 & 3+x=0 \\ x-2+2=0+2 & 3-3+x=0-3 \\ =0 & =0 \\ x=2 & x=-3 \end{array} \quad \text{أو} :$$

إذن، حلول المعادلة (2) تُكتب على الشكل التالي :

$$S_{(2)} = \{-3; 2\}$$

نضع :

$$x^2-4=0 \quad (3)$$

لنحلّل الطرف الأيسر (3) فنجد :

$$\begin{array}{l} x^2-4=0 \\ (x)^2-(2)^2=0 \\ (x-2)(x+2)=0 \end{array}$$

$$\text{يكافئ } (x-2)=0 \text{ أو } (x+2)=0.$$

لدينا :

$$\begin{array}{l|l} x-2=0 & x+2=0 \\ x-2+2=0+2 & +2-2+x=0-2 \\ =0 & =0 \\ x=2 & x=-2 \end{array} \quad \text{أو} :$$

إذن، حلول المعادلة (3) تُكتب على الشكل التالي :

$$S_{(3)} = \{-2; 2\}$$

نضع :

$$\left(\frac{x}{2}+2\right)\left(3x-\frac{5}{3}\right)=0 \quad (4)$$

نطبق المتطابقة السابقة في هذا السؤال، فنجد أنّ:

$$\begin{aligned}
 F &= (7x-3)^2 - (10-x)(7x-3) \\
 &= (7x)^2 - 2(7x)(3) + (3)^2 - [10 \times 7x - 10 \times 3 - x \times 7x + x \times 3] \\
 &= 7^2 \times x^2 - 2 \times 7 \times 3 \times x + 3^2 - (70x - 30 - 7x^2 + 3x) \\
 &= 49x^2 - 42x + 9 - 70x + 30 + 7x^2 - 3x \\
 &= (49+7)x^2 + (-42-70-3)x + (9+30) \\
 &= 56x^2 - 115x + 39
 \end{aligned}$$

2. تحليل العبارة F إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى:في الحقيقة، نتمتع قليلاً في العبارة الجبرية F .
فيظهر جلياً $(7x-3)$ عامل مشترك.نستخرج هذا العامل المشترك، بعبارة أخرى نستخرج $(7x-3)$ من العبارة F فنجد أنّ:

$$\begin{aligned}
 F &= (7x-3)^2 - (10-x)(7x-3) \\
 &= (7x-3)[(7x-3) - (10-x)] \\
 &= (7x-3)[7x-3-10+x] \\
 &= (7x-3)(7x+x-3-10) \\
 &= (7x-3)(8x-13)
 \end{aligned}$$

4. حل المعادلة التالية: $F=0$
 $F=0$ تكافئ: $(7x-3)(8x-13)=0$. نضع:

$$(7x-3)(8x-13)=0 \quad (11)$$

◀ طريقة (حلول المعادلة) من النوع $(ax+b)(cx+d)=0$:حيث $a \neq 0$ و $c \neq 0$.• حلول المعادلة $(ax+b)(cx+d)=0$ هي قيم x التي تجعل $ax+b=0$ أو $cx+d=0$.

وبالرجوع على معادلتنا،

ف نجد أنّ: $(7x-3)=0$ أو $(8x-13)=0$.

لدينا:

$$\begin{aligned}
 \frac{x}{4-\sqrt{3}} &= \frac{4+\sqrt{3}}{x} \\
 x \times x &= (4-\sqrt{3})(4+\sqrt{3}) \\
 x^2 &= (4)^2 - (\sqrt{3})^2 \\
 x^2 &= 16-3 \\
 x^2 &= 13 \\
 (x-\sqrt{13})(x+\sqrt{13}) &= 0
 \end{aligned}$$

يكافئ $(x-\sqrt{13})=0$ أو $(x+\sqrt{13})=0$.
لدينا:

$$\begin{aligned}
 x-\sqrt{13}=0 & \quad \text{أو} \quad x+\sqrt{13}=0 \\
 x=\sqrt{13} & \quad \text{أو} \quad x=-\sqrt{13}
 \end{aligned}$$

إذن، حلول المعادلة (10) تُكتب على الشكل التالي:

$$S_{(10)} = \{-\sqrt{13}; \sqrt{13}\}$$

○ تمرين تطبيقي (06): (من السلسلة الرابعة)

لتكن العبارة الجبرية F ، حيث:

$$F = (7x-3)^2 - (10-x)(7x-3)$$

1. أنشر وبسط العبارة F .2. حلّ العبارة F إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى.3. أخصب العبارة F من أجل $x = \frac{1}{3}$.4. x عدد حقيقي، حل المعادلة: $F=0$.

○ الحل:

• 1. نشر وتبسيط العبارة F :

كيف أبداً؟ بقليل من الملاحظة سيتضح لنا أنّ هناك علاقة يجب أنّ ندكر بها -أولادي-

< a و b عدداً حقيقيين:

$$(a-b)^2 = (a)^2 - 2(a)(b) + (b)^2$$

المعادلة (8) لا تقبل حلول في الأعداد الحقيقية،
لأنّ x^2 موجب، و -10 سالب.

$$\begin{aligned}
 \sqrt{7}-x &= 0 \\
 -x &= -\sqrt{7} \\
 x &= \frac{-\sqrt{7}}{-1} \\
 x &= \sqrt{7}
 \end{aligned}$$

إذن، حلول المعادلة (7) تُكتب على الشكل التالي:

$$S_{(7)} = \{\sqrt{7}\}$$

نضع:

$$(9x-3)(-x+4)^2=0 \quad (9)$$

يكافئ $(9x-3)=0$ أو $(-x+4)^2=0$.
لدينا:

$$\begin{aligned}
 9x-3=0 & \quad \text{أو} \quad (-x+4)^2=0 \\
 9x=3 & \quad -x+4=0 \\
 x=\frac{3}{9} & \quad -x=-4 \\
 x=\frac{1}{3} & \quad x=\frac{-4}{-1} \\
 & \quad x=1
 \end{aligned}$$

إذن، حلول المعادلة (9) تُكتب على الشكل التالي:

$$S_{(9)} = \left\{ \frac{1}{3}; 1 \right\}$$

نضع:

$$\frac{x}{4-\sqrt{3}} = \frac{4+\sqrt{3}}{x} \quad (10)$$

• نحل المعادلة $(7x - 3) = 0$:

لدينا : $(7x - 3) = 0$ هذا يعني لنا : $7x = 3$ وعليه : $\frac{7}{7}x = \frac{3}{7}$
 إذن : $x = \frac{3}{7}$

• نحل المعادلة $(8x - 13) = 0$:

لدينا : $8x - 13 = 0$ هذا يعني لنا : $8x = 13$ وعليه : $\frac{8}{8}x = \frac{13}{8}$
 إذن : $x = \frac{13}{8}$ ومنه مجموعة حلول المعادلة (11) تكتب على الشكل التالي :

$$S_{(11)} = \left\{ \frac{3}{7}; \frac{13}{8} \right\}$$

○ تمرين تطبيقي (07) :

لتكن العبارتين الجبريتين A و B التاليتين :

$$\begin{aligned} A &= (4x + 5)(x - 2) - x(x + 4) \\ B &= (3x - 10)(x + 1) \end{aligned}$$

1. أثبت أن : $A = B$.2. استنتج حلول المعادلة : $A = 0$.

○ الحل :

• 1. إثبات أن : $A = B$:

لدينا :

$$\begin{aligned} A &= (4x + 5)(x - 2) - x(x + 4) \\ &= (4x + 4 + 1)(x - 2) - x(x + 4) \\ &= (4x + 4)(x - 2) + 1(x - 2) - x(x + 4) \\ &= 4(x + 1)(x - 2) - x(x + 1 + 3) + (x - 2) \\ &= 4(x + 1)(x - 2) - x(x + 1) - 3x + x - 2 \\ &= 4(x + 1)(x - 2) - x(x + 1) - 2(x + 1) \\ &= (x + 1)[4(x - 2) - x - 2] \\ &= (x + 1)(4x - 8 - x - 2) \\ &= (x + 1)(4x - x - 8 - 2) \\ &= (x + 1)(3x - 10) = B \end{aligned}$$

• 2. استنتج حلول المعادلة : $A = 0$:

لدينا : $A = 0$ يكافئ $B = 0$ (لأن : $A = B$)
 نضع :

$$(3x - 10)(x + 1) = 0 \quad (12)$$

يكافئ $(3x - 10) = 0$ أو $(x + 1) = 0$.
 لدينا :

$$\begin{aligned} 3x - 10 &= 0 \\ 3x &= 10 \\ x &= \frac{10}{3} \end{aligned} \quad \text{أو} \quad \begin{aligned} x + 1 &= 0 \\ x &= -1 \end{aligned}$$

إذن، حلول المعادلة (12) تكتب على الشكل التالي :

$$S_{(12)} = \left\{ -1; \frac{10}{3} \right\}$$

○ تمرين تطبيقي (08) :

 G عبارة جبرية، حيث : $G = (5x + 6)(3x + 5) - 9x^2 + 25$.1. أنشر وبسّط العبارة G .2. حلّ العبارة $9x^2 - 25$ إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى، ثم استنتج تحليلاً للعبارة G .3. x عدد حقيقي، حل المعادلة : $(5x + 6)(3x + 5) = 9x^2 - 25$.4. أحسب العبارة G من أجل $x = -\sqrt{5}$.5. أ. x عدد حقيقي، حل المتراجحة : $G \geq 6x^2 + 8x + 20$.

ب. مثّل بيانياً هذه المتراجحة.

○ الحل :

1. نشر وتبسيط العبارة G : لدينا :

×	5x	+6
3x	15x ²	+18x
+5	+25x	+30

وبالتالي :

$$\begin{aligned} G &= 15x^2 + 18x + 25x + 30 - 9x^2 + 25 \\ &= (15 - 9)x^2 + (+18 + 25)x + (+30 + 25) \\ &= 6x^2 + 43x + 55 \end{aligned}$$

$$G = 6x^2 + 43x + 55$$

2. تحليل $(9x^2 - 25)$ إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى :
 نستعين بالمطابقة التالية :

$$(a)^2 - (b)^2 = (a - b)(a + b)$$

لدينا :

$$\begin{aligned} 9x^2 - 25 &= (3x)^2 - (5)^2 \\ &= (3x - 5)(3x + 5) \end{aligned}$$

استنتج تحليلاً للعبارة G إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى :
 لدينا :

$$\begin{aligned} G &= (5x + 6)(3x + 5) - 9x^2 + 25 \\ &= (5x + 6)(3x + 5) - (9x^2 - 25) \\ &= (5x + 6)(3x + 5) - (3x - 5)(3x + 5) \\ &= (3x + 5)[(5x + 6) - (3x - 5)] \\ &= (3x + 5)(5x + 6 - 3x + 5) \\ &= (3x + 5)(5x - 3x + 6 + 5) \\ &= (3x + 5)(2x + 11) \end{aligned}$$

$$3. \text{ حل المعادلة } 9x^2 - 25 = (5x + 6)(3x + 5) :$$

نضع :

$$(5x + 6)(3x + 5) = 9x^2 - 25 \quad (13)$$

المعادلة (13) تكافئ : $(5x + 6)(3x + 5) - 9x^2 + 25 = 0$ أي : $G = 0$.
 حسب السؤال السابق، لدينا :

$$G = (3x + 5)(2x + 11)$$

أي :

$$(3x + 5)(2x + 11) = 0$$

يكافئ $0 = (3x + 5)$ أو $0 = (2x + 11)$.
لدينا :

$$\begin{array}{l|l} 3x + 5 = 0 & 2x + 11 = 0 \\ 3x = -5 & 2x = -11 \\ x = -\frac{5}{3} & x = -\frac{11}{2} \end{array} \quad \text{أو :}$$

إذن، حلول المعادلة (13) تُكتب على الشكل التالي :

$$S_{(13)} = \left\{ -\frac{11}{2}; -\frac{5}{3} \right\}$$

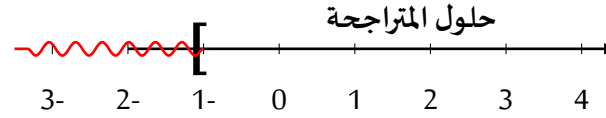
4. حساب العبارة G من أجل $-\sqrt{5}$:

$$\begin{aligned} 6(-\sqrt{5})^2 + 43(-\sqrt{5}) + 55 &= 6 \times 5 - 43\sqrt{5} + 55 \\ &= 30 + 55 - 43\sqrt{5} \\ &= 85 - 43\sqrt{3} \end{aligned}$$

5. حل المتراجحة $G \geq 6x^2 + 8x + 20$:

$$\begin{aligned} G &\geq 6x^2 + 8x + 20 \\ 6x^2 + 43x + 55 &\geq 6x^2 + 8x + 20 \\ \underbrace{6x^2 - 6x^2} + 43x - 8x &\geq 20 - 55 \\ &= 0 \\ 35x &\geq -35 \\ x &\geq \frac{-35}{35} \\ x &\geq -1 \end{aligned}$$

ينتج أنّ حلول المتراجحة $G \geq 6x^2 + 8x + 20$ هي كل الأعداد x الأكبر من أو تساوي -1 .



ما يُزعج قلبك، سيبدل الله بإذنه تعالى مكانه فرحة بقوته وقدرته، ما تظنه مستحيل، الله قادر على تحقيقه، لا تسأل كيف ومتى؟ ولكن ثق بالله، الفرج قريب، والفرح اقرب مما تظن بقوة الله وقدرته توكل على الله وقل (يأت بها الله إنّ الله لطيف خبير)

لا تنسوننا بالدعاء وجزاكم الله خيرا

