

الإختبار الثاني في مادة الرياضيات

التمرين الأول:

إختياري

(1) أ- حل المعادلة التفاضلية $2y' - y = 0$.

ب- عين الحل f الذي يحقق : $f(2) = 1$

(2) (U_n) متتالية عددية معرفة من أجل كل عدد طبيعي n كمايلي: $U_n = e^{\frac{n-2}{2}}$

أ- برهن أن المتتالية (U_n) هندسية يطلب تعيين أساسها q و حدها الأول U_0

ب- أحسب بدلالة n المجموع: $S_1 = U_0 + U_1 + \dots + U_{n-1}$.

(3) (V_n) متتالية عددية معرفة من أجل كل عدد طبيعي n كمايلي: $V_n = \ln(U_n)$

أ- برهن أن المتتالية (V_n) حسابية يطلب تعيين حدها الأول V_0 و أساسها r .

ب- أحسب بدلالة n المجموع: $S_2 = V_0 + V_1 + \dots + V_n$.

ج - عين قيمة العدد الطبيعي n حتي يكون $S_2 = \frac{3}{2}$.

(4) أحسب بدلالة n الجداء: $P = U_0 \times U_1 \times \dots \times U_n$.

التمرين الثاني:

إختياري

(1) أ- حل في مجموعة الأعداد الصحيحة Z المعادلة التالية: $8x - 5y = 3 \dots (E)$

ب) m عدد صحيح بحيث توجد ثنائية من الأعداد الصحيحة (p, q) تحقق: $m = 5q + 4$ و $m = 8p + 1$

✓ أثبت أن الثنائية (p, q) حل للمعادلة (E) ثم استنتج أن $m \equiv 9[40]$.

✓ عين أصغر عدد طبيعي m يحقق : $m > 2000$.

(2) أدرس تبعا لقيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة 2^n على 7 ، استنتج باقي قسمة 2^{2014} على 7

(3) N عدد طبيعي يكتب في النظام العشري $a00b$ (a و b عدنان طبيعيان أصغر أو يساوي 9 مع $a \neq 0$)

✓ تحقق أن : $10^3 \equiv -1[7]$.

✓ استنتج الأعداد الطبيعية N بحيث : $N \equiv 0[7]$

التمرين الثالث:

إختياري

في دراسة خاصة بحالة سيارات مدنية ما تبين أن 12 % من السيارات ذات مكابح ضعيفة، من بين

السيارات ذات المكابح الضعيفة هناك 20 % لها إضاءة ضعيفة.

من بين السيارات ذات المكابح القوية هناك 8 % لها إضاءة ضعيفة و قصد سلامة الطرقات طلب من

شرطة المرور تكثيف المراقبة ، نعتبر الحادثتين التالين:

L: السيارات الموقوفة من قبل شرطة المرور لها إضاءة قوية.

F: السيارة الموقوفة من قبل شرطة المرور لها مكابح قوية .

1- أحسب احتمال F ، احتمال $\bar{L}$ علما أن $\bar{F}$ محققة ، ثم احتمال $\bar{L}$ علما أن F محققة

- 2- أ- أحسب احتمال أن تكون السيارة الموقوفة من قبل شرطة المرور لها مكابح ضعيفة و إضاءة ضعيفة أيضا.
 ب- أحسب احتمال أن تكون السيارة الموقوفة من قبل الشرطة لها مكابح قوية و إضاءة ضعيفة.
 ج- استنتج احتمال أن تكون السيارة الموقوفة من قبل الشرطة لها إضاءة ضعيفة.
 3- علما أن سيارة ما روقبت و كانت لها إضاءة ضعيفة ، ما احتمال أن تكون لها مكابح ضعيفة أيضا.
 4- أ- برهن أن احتمال توقيف سيارة في حالة جيدة (مكابح قوية و إضاءة قوية) هو 0,8096.
 ب- إذا كانت شرطة المرور قد أوقفت 20 سيارة ، ما احتمال وجود سيارة واحدة ليست في حالة جيدة على الأقل.

ملاحظة: اختر تمرينين من بين الثلاثة الاختياريين أما المسألة " إجبارية "

مسألة:

الجزء الأول:

g الدالة المعرفة على المجال $]-\infty, 0[$ كما يلي:

$$g(x) = \frac{1}{2} + e^x(x - 1)$$

- (1) أدرس إتجاه تغيرات الدالة g . (يطلب حساب النهايتين عند حدود مجال التعريف).
- (2) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α يحقق: $-1,67 < \alpha < -1,68$
- (3) استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]-\infty, 0[$.

الجزء الثاني:

f الدالة المعرفة على مجموعة الأعداد الحقيقية R كما يلي:

$$f(x) = \frac{1}{2}x + 2 + e^x(x - 2) : x \in]-\infty, 0[$$

$$f(x) = \ln\left(\frac{2x+1}{x+1}\right) - x : x \in]0, +\infty[$$

(C) تمثيلها البياني في مستوى منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(\vec{o}, \vec{i}, \vec{j})$

- (1) أ- أثبت أن الدالة f مستمرة عند 0.
 ب- أحسب نهايتي الدالة f عند $-\infty$ و عند $+\infty$
 ج - أحسب العدد المشتق للدالة f عند 0 من اليمين ومن اليسار ، فسر النتيجة هندسيا
 د- أدرس تغيرات الدالة f ثم شكل جدول التغيرات.
- (2) بين أن المستقيمين : $(\Delta_1): y = -x + \ln 2$ و $(\Delta_2): y = \frac{1}{2}x + 2$ مقاربين للمنحنى (C) بجوار $+\infty$ و $-\infty$ على الترتيب.
- (3) أ- أثبت أن $e^\alpha = \frac{-1}{2(\alpha-1)}$ ثم استنتج أن : $f(\alpha) = \frac{1}{2}(\alpha + 3 + \frac{1}{\alpha-1})$
 ب- أعط حصرًا للعدد $f(\alpha)$ بتقريب 0,01 .
- (4) أنشئ (Δ_1) ، (Δ_2) و المنحنى (C) .