

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية

ثانويات المقاطعة التفتيشية غرداية 02
دورة: ماي 2023

مديرية التربية لولاية غرداية
امتحان البكالوريا التجريبي
الشعبة: تقني رياضي

المدة: 04 سا و 30 د

اختبار في مادة: الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط):

(1) نعتبر المعادلة ذات المجهول $(x; y)$: $(E) : 14x + 9y = 13$ ، حيث x و y عدنان صحيحان .

(أ) عين الثنائية $(x_0; y_0)$ حل المعادلة (E) حيث $x_0 + y_0 = 2$.

(ب) حل المعادلة (E) .

(2) ليكن العدد الطبيعي N حيث:

$$\begin{cases} N \equiv -9[14] \\ N \equiv 4[9] \end{cases}$$

عين قيم العدد الطبيعي N ، ثم استنتج باقي قسمة N على 126

(3) حل المعادلة ذات المجهول $(x; y)$: $14x + 9y = 130$ ، حيث x و y عدنان صحيحان .

(4) في ثانوي لتزيين قسم السنة الثالثة تقني رياضي ، اشترك مجموعة من تلاميذ القسم من ذكور وإناث في دفع 130 قطعة نقدية من فئة 20 دينار حيث دفع كل ذكر 14 قطعة نقدية ودفعت كل أنثى 9 قطع نقدية

ما هو عدد الذكور وعدد الإناث في هذا القسم ؟

التمرين الثاني: (04 نقاط)

صندوق به ثلاث كريات خضراء تحمل الرقم 0 و كريتان حمراوان تحملان الرقم 5 و كرية واحدة بيضاء تحمل العدد α حيث α عدد طبيعي غير معدوم يختلف عن 5 و 10 ، كل الكريات متماثلة لا نفرق بينها عند اللمس. سحب لاعب ثلاث كريات في آن واحد.

(1) احسب احتمال كل من الحوادث A ، B و C الآتية :

A : "الكريات المسحوبة من نفس اللون" ، B : " الكرات المسحوبة ذات ألوان متميزة مثني مثني " C : " الكريات المسحوبة من لونين مختلفين".

(2) اللاعب يربح بالدينار مجموع الأرقام المسجلة على الكريات المسحوبة.

نعرف المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب ثلاث كريات الربح الذي يتحصل عليه اللاعب.

(أ) عين قيم المتغير العشوائي X ثم بين أن: $P(X = \alpha) = \frac{3}{20}$ ،

(ب) عرّف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X ثم احسب بدلالة α أمله الرياضياتي $E(X)$.

(ج) عين قيمة α حتى يكون متوسط ربح اللاعب هو 20 دينارا.

اختبار في مادة: الرياضيات/الشعبة: تقني رياضي /البكالوريا التجريبي 2023

التمرين الثالث: (05 نقاط)

(I) (u_n) المتتالية العددية المعرفة بحددها الأول u_0 حيث $u_0 = \alpha$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{u_n - 1}{u_n + 3}$

- عين قيمة العدد الحقيقي α بحيث تكون المتتالية (u_n) ثابتة على $\mathbb{N}$.

(II) فيما يلي نضع $u_0 = 0$.

(1) أ) عين قيمة العدد الحقيقي b بحيث يكون من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = 1 + \frac{b}{u_n + 3}$

(ب) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $-1 < u_n \leq 0$

(2) أ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} - u_n = \frac{-(u_n + 1)^2}{u_n + 3}$ ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n) .

(ب) استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة.

(3) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على مجموعة الأعداد الطبيعية $\mathbb{N}$ بـ : $v_n = \frac{1}{u_n + 1}$

أ) بين أن المتتالية (v_n) حسابية أساسها $\frac{1}{2}$ واحسب حددها الأول v_0 .

(ب) اكتب عبارة v_n بدلالة n ، ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n واحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

(4) احسب المجموع S حيث $S = \frac{8}{u_0 + 1} + \frac{8}{u_1 + 1} + \dots + \frac{8}{u_{2022} + 1}$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

g الدالة العددية المعرفة على $]0; +\infty[$ بتمثيلها البياني (C_g)

فالمستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(Δ) المستقيم ذو المعادلة $y = -3x$.

النقطة $A(e; 1)$ حدية (ذروة) للمنحنى (C_g) .

و النقطة B ذات الفاصلة β .

(I) 1) بين أن $a = -1$ و $b = 2$ علما أن:

$g(x) = a(\ln x)^2 + b \ln x$

(2) أ) بقراءة بيانية حدّد وضعية (C_g) بالنسبة إلى (Δ).

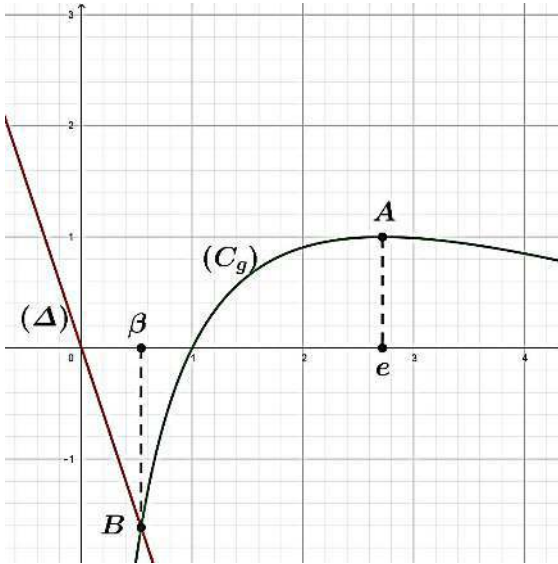
(ب) استنتج إشارة $h(x)$ على $]0; +\infty[$ حيث:

$h(x) = g(x) + 3x$

(نعتبر الدالة f المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ : $f(x) = 3 \ln x + \frac{(\ln x)^2}{x}$

(C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) أ) أحسب $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ ثم فسّر النتيجة بيانياً.



اختبار في مادة: الرياضيات/الشعبة: تقني رياضي /البكالوريا التجريبي 2023

(نعتبر الدالة f المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ: $f(x) = 3 \ln x + \frac{(\ln x)^2}{x}$.

(C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) أ) أحسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ثم فسّر النتيجة بيانياً.

ب) بيّن أن: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\ln x)^2}{x} = 0$ ثم استنتج $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

(2) أ) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0; +\infty[$ فإن: $f'(x) = \frac{h(x)}{x^2}$.

ب) أدرس اتجاه تغيّر لدالة f ثم شكّل جدول تغيّراتها.

(3) بيّن أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلّين أحدهما α حيث: $0,3 < \alpha < 0,4$ ثم تحقق أن: $\ln \alpha = -3\alpha$.

(4) أرسم المنحنى (C_f) . (يعطى $\beta = 0,5$ و $f(\beta) = -1,2$)

(5) أ) بيّن أن الدالة $u: x \rightarrow x \ln x - x$ أصلية للدالة $x \rightarrow \ln x$ على المجال $]0; +\infty[$.

ب) بيّن أن مساحة الحيز المستوي S_α المحدد بـ (C_f) و المستقيمات ذات المعادلات $y = 0$ ، $x = \alpha$ ، $x = 1$ هي $S_\alpha = -9\alpha^3 - 9\alpha^2 - 3\alpha + 3$.

انتهى الموضوع الأول

اختبار في مادة: الرياضيات/الشعبة: تقني رياضي /البكالوريا التجريبي 2023

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط).

1. ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 2^n على 5 .
2. عين باقي القسمة الإقليدية للعدد : $1444^{2n+1} + 2022^{4n+3} - 2 \times 2023^{8n}$ على 5 حيث n عدد طبيعي .
3. بين أن العدد 131 أولي

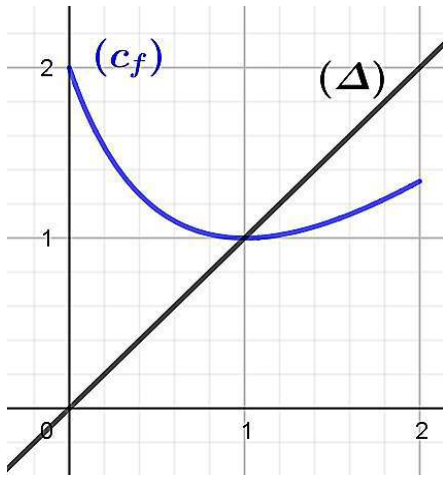
4. أ) a, b عدنان طبيعيين . عين الأعداد الطبيعية n التي تحقق :
$$\begin{cases} 3m + 7d = 2^n - 48 \\ ab = 5m \end{cases}$$

حيث $d = \text{pgcd}(a; b)$ و $m = \text{ppcm}(a; b)$.

ب) عين قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون $7 < n < 15$ ثم استنتج الثنائيات $(a; b)$.

التمرين الثاني: (05 نقاط).

نعتبر الدالة f المعرفة على لمجال $[0; 2]$ بـ : $f(x) = \frac{x^2 - x + 2}{x + 1}$ ، (C_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى



المعلم المتعامد والمتجانس وليكن (Δ) المستقيم ذو المعادلة $y = x$ (انظر الشكل المقابل)

المتتالية العددية (u_n) معرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $u_0 = 2$

ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = f(u_n)$

(1) أ) من التمثيل البياني ، حدّد اتجاه تغيّر الدالة f على المجال $[1; 2]$.

ب) انقل الشكل المقابل على ورقة إجابتك ، ثم مثل على حامل

محور الفواصل الحدود u_0 ، u_1 و u_2 ، مبرزاً خطوط الإنشاء

ج) ضع تخميناً حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) وتقاربها .

(2) أ) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $1 < u_n \leq 2$.

ب) بين أن المتتالية (u_n) متناقصة تماماً $\mathbb{N}$ ، ثم استنتج أنها متقاربة.

(3) أ) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 < \frac{u_n - 1}{u_n + 1} \leq \frac{1}{3}$.

ب) تحقّق أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 < u_{n+1} - 1 \leq \frac{1}{3}(u_n - 1)$.

ج) استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 < u_n - 1 \leq \left(\frac{1}{3}\right)^n$ ، ثم استنتج $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

(4) نضع : $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$.

برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $n < S_n \leq n + \frac{1}{2} \left[1 - \left(\frac{1}{3}\right)^n \right]$ ، ثم احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$.

اختبار في مادة: الرياضيات/الشعبة: تقني رياضي /البكالوريا التجريبي 2023

التمرين الثالث: (04 نقاط)

نعتبر في المستوى المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$ النقط A, B, C التي لواحقها

$$z_A = 2 + 2i, \quad z_B = 2\sqrt{3} - 2i, \quad z_C = \overline{z_B} \text{ على الترتيب.}$$

$$(1) \text{ حل في مجموعة الأعداد المركبة } \mathbb{C} \text{ المعادلة ذات المجهول } z: (z - 2 - 2i)(z^2 - 4z + 16) = 0.$$

$$(2) \text{ أكتب العدد المركب } \frac{z_A}{z_B} \text{ على الشكل الجبري، ثم على الشكل الأسّي.}$$

$$(3) \text{ أ - أكتب العدد المركب } \frac{z_A - z_C}{z_B - z_C} \text{ على الشكل الأسّي، ثم استنتج طبيعة المثلث } ABC.$$

$$\text{ب - } n \text{ عدد طبيعي، عين قيم } n \text{ بحيث يكون العدد } \left(\frac{z_B}{z_C}\right)^n \text{ حقيقيا.}$$

$$(4) \text{ عين } (E) \text{ مجموعة النقط } M \text{ من المستوى ذات اللاحقة } z \text{ التي من أجلها يكون } \frac{z - z_A}{z - z_B} \text{ عددا حقيقيا موجبا تماما.}$$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

$$I. \text{ نعتبر الدالة } g \text{ المعرفة على } \mathbb{R} \text{ كما يلي: } g(x) = 2 + (x - 2)e^{-x+2}.$$

(1) ادرس اتجاه تغير الدالة g وشكل جدول تغيراتها.

$$(2) \text{ بين أن المعادلة } g(x) = 0 \text{ تقبل حلا وحيدا } \alpha \text{ حيث: } 1,14 < \alpha < 1,15 \text{ ثم حدّد حسب قيم } x \text{ إشارة } g(x).$$

$$II. \text{ لتكن الدالة } f \text{ المعرفة على } \mathbb{R} \text{ كما يلي: } f(x) = 2x - 1 - (x - 1)e^{-x+2}.$$

$$(C_f) \text{ تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم لمتعامد المتجانس } (O; \vec{i}, \vec{j}) \text{ حيث: } \|\vec{i}\| = 2cm.$$

$$(1) \text{ أ - احسب كلا من: } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) \text{ و } \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x).$$

$$\text{ب - اثبت أن المنحنى } (C_f) \text{ يقبل مستقيما مقاربا } (\Delta) \text{ حيث: } y = 2x - 1 \text{ معادلة له.}$$

$$\text{ج - ادرس الوضع النسبي للمنحنى } (C_f) \text{ والمستقيم } (\Delta).$$

$$(2) \text{ أ - بين أنه من أجل كل عدد حقيقي } x \text{ فإن: } f'(x) = g(x).$$

(ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها.

$$\text{ج) بين أن: } f(\alpha) = 2\alpha + 1 + \frac{2}{\alpha - 2} \text{ ثم استنتج حصرا للعدد } f(\alpha).$$

$$(3) \text{ بين أن المنحنى } (C_f) \text{ يقبل مماسا } (T) \text{ يوازي } (\Delta) \text{ يطلب تعيين معادلة له.}$$

$$(4) \text{ بين أن المنحنى } (C_f) \text{ يقبل نقطة انعطاف } \omega \text{ يطلب تعيين إحداثيها.}$$

$$(5) \text{ أنشئ كلا من } (\Delta), (T) \text{ والمنحنى } (C_f).$$

$$(6) \text{ عين بيانيا قيم الوسيط الحقيقي } m \text{ حتى تقبل المعادلة: } 2m - 1 - (x - 1)e^{-x+2} = 0 \text{ حلين متمايزين.}$$

$$(7) \text{ ليكن } \lambda \text{ عددا حقيقيا حيث: } \lambda > 1. \text{ هي مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى } (C_f) \text{ والمستقيم } (\Delta)$$

$$\text{والمستقيمين اللذين معادلتيهما } x = 1 \text{ و } x = \lambda.$$

$$\text{باستعمال التكامل بالتجزئة، أحسب بالسنتيمتر مربع المساحة } A(\lambda) \text{ بدلالة } \lambda \text{ ثم أحسب } \lim_{\lambda \rightarrow +\infty} A(\lambda).$$

انتهى الموضوع الثاني