

اختبار الثلاثي الأول في مادة الرياضيات

التمرين الاول :

◀ أجب بصحيح أو خطأ مع التعليل في كل حالة:

(1) الدالتان f و g المعرفتان بـ: $f(x) = \sqrt{x^2 + 2} - x$ و $g(x) = \frac{2}{\sqrt{x^2 + 2} + x}$ متساويتان.

(2) معادلة المماس (T) لمنحنى الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = \sin x$ ، عند النقطة ذات الفاصلة 0 هي: $y = -x$

(3) لتكن A و B حادثان مستقلتان، اذا كان: $P(A) = \frac{1}{3}$ و $P(B) = \frac{1}{2}$ فإن: $P(\overline{A} \cup \overline{B}) = \frac{1}{6}$

(4) نعتبر المعادلة ذات المجهول الحقيقي x ، حيث $x^4 + x^2 - 2 = 0$ مجموعة حلول المعادلة في $\mathbb{R}$ هي: $\{1; \sqrt{2}\}$

التمرين الثاني :

(I) كيس غير شفاف به 5 كريات متماثلة لا نفرق بينها عند اللمس منها: ثلاث كريات سوداء مرقمة: 0 ، 1 ، 2 و كرتين حمراوين مرقمة بـ: 1 ، 2، نسحب عشوائيا من الكيس كرتين على التوالي دون ارجاع.

• نرسم للكرات السوداء بـ: N • نرسم للكرات الحمراء بـ: R

(1) شكل جدول يندرج هذه التجربة واستنتج عدد عناصر مجموعة الامكانيات Ω

(2) نعتبر الحوادث التالية:

◀ A : " سحب كرتين مجموع رقيهما زوجي". ◀ B : " سحب كرتين من نفس اللون"

◀ C : " سحب كرتين جداء رقيهما معدوم"

(أ) أحسب $P(A)$ ، $P(B)$ ، $P(A \cap B)$ ثم استنتج $P(A \cup B)$

(ب) أحسب $P(C)$ ثم استنتج احتمال سحب كرتين جداء رقيهما غير معدوم.

(II) نعتبر اللعبة التالية: يدفع اللاعب مبلغ α دينار حيث: (α عدد طبيعي غير معدوم)، يربح 100 دينار عند ظهور أي كرية سوداء ويخسر 50 دينار دينار عند ظهور أي كرية حمراء.

نعرف المتغير العشوائي X الذي يمثل مقدار الربح أو الخسارة.

(1) برأ أن قيم المتغير العشوائي X هي: $\{-100 - \alpha; 50 - \alpha; 200 - \alpha\}$ ثم عرف قانون احتماله

(2) أحسب الأمل الرياضي $E(X)$ بدلالة α

(3) عين أكبر قيمة ممكنة لـ α حتى تكون اللعبة في صالح اللاعب.

التمرين الثالث :

(I) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = x^3 + 3x - 14$

(1) أحسب $g(2)$ ، ماذا تستنتج؟

(2) حل $g(x)$ ثم استنتج حلول المعادلة $g(x) = 0$ على $\mathbb{R}$

(3) استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

(II) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = \frac{x^3 + ax^2 + b}{x^2 + 1}$ حيث: a و b عدنان حقيقيان، و (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

(1) عين قيمة العددين a و b اذا علمت أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) عند النقطة $A(2;2)$ معادلته $y = 2$

◀ نضع في مايلي: $a = -1$ و $b = 6$

(2) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = \frac{xg(x)}{(x^2 + 1)^2}$

(3) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

(4) عين حصرا لـ $f(x)$ على المجال $[0;2]$

(5) أكتب معادلة المماس (T') للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1

(6) عين قيمة مقربة للعدد $f(1.0001)$

(7) أرسم (T) ، (T') و (C_f) .

(8) ناقش بيانيا، وحسب قيم العدد الحقيقي m ، عدد وإشارة حلول المعادلة: $f(x) = 2m - 3$

(III) نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x) = f(-2x + 4)$

(1) أحسب $h'(x)$ (عبارة $h(x)$ لا يطلب تعيينها)

(2) شكل جدول تغيرات الدالة h

التعريف 01:

صحيح [1] 0,25 كسب، التبرير: 1

$$d_f = d_g \text{ --- (1) } \text{ و } d_g = 1R \text{ و } d_f = 1R$$

$$f(x) = \frac{(\sqrt{x^2+2} - x)(\sqrt{x^2+2} + x)}{\sqrt{x^2+2} + x} = \frac{2}{\sqrt{x^2+2} + x} = g(x) \text{ ولدينا أجل كل عدد حقيقي } x$$

$$f(x) = g(x) \text{ --- (2) } \text{ أ ب}$$

$$f = g \text{ : (1) و (2) } \text{ ن}$$

$$f(x) = \cos x \text{ ولدينا } 1R \text{ ولدينا } f \text{ لعل الاستنتاج على (1) التبرير: 0,25 كسب خطأ [2]}$$

$$(T): y = f'(0)x + f(0)$$

$$(T): y = x$$

$$P(\bar{A} \cup \bar{B}) = P(\overline{A \cap B}) = 1 - P(A \cap B)$$

خطأ، التبرير: 0,25 كسب (1) [3]

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) \text{ بما أن } A \text{ و } B \text{ مستقلتان فإنه}$$

$$P(\bar{A} \cup \bar{B}) = 1 - P(A) \cdot P(B)$$

$$P(\bar{A} \cup \bar{B}) = \boxed{\frac{5}{6}}$$

أ ب

$$X^2 + X - 2 = 0 \text{ (4) خطأ، الاستنتاج على (1) التبرير: 0,25 كسب خطأ [4]}$$

$$x = -1 \text{ أو } x = 2 \text{ ، } x^2 = 1 \text{ ، } x^2 = -2 \text{ لا حلول لها في } 1R$$

$$\begin{cases} X = 1 \\ X = -2 \end{cases} \text{ إما : و}$$

$$S = \{-1, 1\} \text{ و منه}$$

ω	N_0	N_1	N_2	R_1	R_2
N_0	///	$N_0 N_1$	$N_0 N_2$	$N_0 R_1$	$N_0 R_2$
N_1	$N_1 N_0$	///	$N_1 N_2$	$N_1 R_1$	$N_1 R_2$
N_2	$N_2 N_0$	$N_2 N_1$	///	$N_2 R_1$	$N_2 R_2$
R_1	$R_1 N_0$	$R_1 N_1$	$R_1 N_2$	///	$R_1 R_2$
R_2	$R_2 N_0$	$R_2 N_1$	$R_2 N_2$	$R_2 R_1$	///

0,25 card(ω) = 20

$P(A \cap B) = \frac{2}{20} = \frac{1}{10}$, $P(B) = \frac{8}{20} = \frac{2}{5}$, $P(A) = \frac{8}{20} = \frac{2}{5}$ ① ②

0,15 $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{14}{20} = \frac{7}{10}$

0,25 $P(\bar{C}) = \frac{3}{5}$, 0,25 $P(C) = \frac{8}{20} = \frac{2}{5}$ ③

-100- α RR , 50- α : NR , 200- α : NN ① (II)

0,25 $X \in \{200-\alpha, 50-\alpha, -100-\alpha\}$ رتبة

قانون الاحتمال المتغير العشوائي X :

X_i	200- α	50- α	-100- α	الاجموع
$P(X=X_i)$	$\frac{3}{10}$	$\frac{6}{10}$	$\frac{1}{10}$	1

0,15 $E(X) = 80 - \alpha$ ②

80 > α : $E(X) > 0$: اللعبة في صالح اللاعب هناك ③

0,75 $\alpha = 79$ DA ④

قاسم

التمرين الثالث:

$$g(x) = x^3 + 3x - 14 \quad (I)$$

(1) حساب $g(2)$: $g(2) = 2^3 + 3(2) - 14 = 0$ (0,25)

نستنتج أنه 2 جذر لكثير الحدود g (0,25)

(2) تبديل $g(x)$: $g(x) = (x-2)(x^2+2x+7)$ (0,15)

حلول المعادلة $g(x)=0$: $S=\{2\}$ (0,25)

(3) إشارة $g(x)$:

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$x-2$	-	0	+
x^2+2x+7	+	+	+
$g(x)$	-	0	+

(0,15)

$$f(x) = \frac{x^3 + ax^2 + b}{x^2 + 1}$$

(II)

$$f(2) = 2$$

$$f'(2) = 0$$

(1)

$$f(x) = \frac{x^4 + 3x^2 + (2a-2b)x}{(x^2+1)^2}$$

f تقبل الاستقامة على $\mathbb{R}$ ولدينا:

بالتعويض نجد

(0,15) $a = -1$ (0,15) $b = 6$

$$f(x) = \frac{x^4 + 3x^2 - 14x}{(x^2+1)^2}$$

(2) f تقبل الاستقامة على $\mathbb{R}$ ولدينا

(0,15) $f(x) = \frac{x \cdot g(x)}{(x^2+1)^2}$ ومنه

(3) اتجاه تغير الدالة f : إشارة $f'(x)$ من إشارة $xg(x)$

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
x	-	0	+	+
$g(x)$	-	-	0	+
$f'(x)$	+	0	-	+

(0,15)

الدالة f متزايدة تماما على كل من المجالين $]-\infty; 0[$ و $]2; +\infty[$ ومتناقصة تماما على المجال $]0; 2[$.

(0,25)

جدول تغيرات الدالة f :

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
$f'(x)$		$+$	$-$	$+$
$f(x)$		$\nearrow 6$	$\searrow$	$\nearrow$

(0.15)

(0.25)

(4) حصر $f(x)$ على المجال $[0, 2]$: $2 \leq f(x) \leq 6$

(0.15)

(T): $y = -\frac{5}{2}x + \frac{11}{2}$

(5)

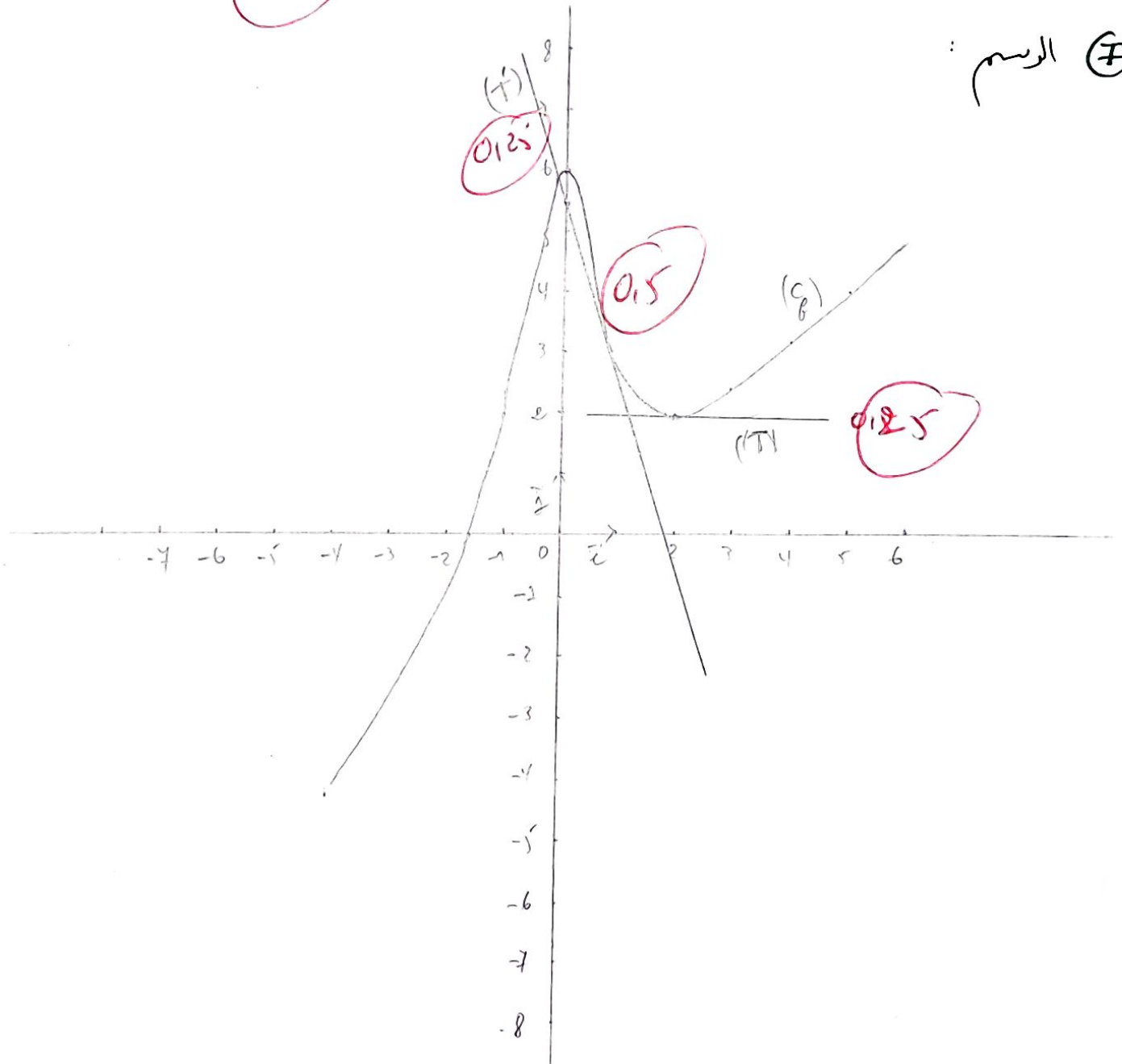
(6)

$$f(1.0001) \approx -\frac{5}{2}(1.0001) + \frac{11}{2}$$

(0.25)

ومنه: $f(1.0001) \approx 2.99975$

(7) الرسم :



$$m \in \mathbb{R}$$

$$f(m) = 2m - 3 \quad \text{نوع المناقشة أفقية}$$

معرفة عدد فواصل فقط تقاطع للمنحنى (f) مع المستقيم الأفقي $y = m$ والمعادلة $y = m$

$$2m - 3 < 2 \quad \text{لما}$$

$$\text{أ ب : } m < \frac{5}{2} \quad \text{حل وحيد خالب}$$

$$2m - 3 = 2 \quad \text{لما}$$

$$\text{أ ب : } m = \frac{5}{2} \quad \text{حليين مختلفين في الإشارات}$$

$$2 < 2m - 3 < 6 \quad \text{لما}$$

$$\text{أ ب : } \frac{5}{2} < m < \frac{9}{2} \quad \text{كل حل (موجب وحل سالب)}$$

$$2m - 3 = 6 \quad \text{لما}$$

$$\text{أ ب : } m = \frac{9}{2} \quad \text{حليين (موجب والآثر معدوم)}$$

$$2m - 3 > 0 \quad \text{لما}$$

$$\text{أ ب : } m > \frac{9}{2} \quad \text{حل وحيد موجب تمامًا}$$

$$h'(x) = -2 f(-2x + 4) \quad \text{لدينا } \mathbb{R} \text{ و } h \text{ تفصل الأسقاط على } \mathbb{R} \text{ و } h \text{ (III) (1)}$$

(2) جدول تغيرات الدالة h

x	$-\infty$	1	$\frac{5}{2}$	$+\infty$
$f(-2x+4)$	+	○	○	+
$h'(x)$	-	○	○	-
$h(x)$				