

التمرين رقم 01

أحسب نهاية الدالة f عند x_0 في كل حالة من الحالات التالية:

1) $f(x) = \frac{x+2}{\sqrt{x^2-4}}$; $x_0 = -2$

2) $f(x) = \frac{\sqrt{2x^2+1}-1}{x}$; $x_0 = 0$

3) $f(x) = \frac{x-2}{\sqrt{x-1}-1}$; $x_0 = 2$

4) $f(x) = \frac{\sqrt{x+3}-2}{x-1}$; $x_0 = 1$

5) $f(x) = \frac{\sqrt{x+2}-\sqrt{2x+1}}{x-1}$; $x_0 = 1$

6) $f(x) = \frac{\sqrt{x+1}-1}{x^2-x}$; $x_0 = 0$

التمرين رقم 02

نعتبر الدالتين f و g المعرفتين على الترتيب على $\mathbb{R}^*$ و $\mathbb{R} - \{-1\}$:

$$g(x) = \frac{x}{x+1} \text{ و } f(x) = \frac{x+1}{x}$$

(1) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 1} g(x)$ واستنتج $\lim_{x \rightarrow +\infty} g \circ f(x)$ (2) أحسب $\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{2}} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow -1} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -1} g(x)$ ثم استنتج $\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{2}} g \circ f(x)$ (3) أحسب $g \circ f(x)$ ثم جد نهايتي $g \circ f$ عند $+\infty$ وعند $-\frac{1}{2}$.

التمرين رقم 03

أحسب النهايات التالية:

1) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+1}{4-x^2}$ 2) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \cos\left(\frac{2x+1}{3x^2-x+1}\right)$

3) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2+x-2}{1-x^2}$ 4) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^2+\sin x}{x^2+3}$

5) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3x+1}-2}{x-1}$ 6) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos^2(3x)}{x^2}$

التمرين رقم 04

أحسب النهايات التالية:

1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1}-\sqrt{1-x}}{\sin x}$ 2) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\cos^2 x - 1}{1 + \cos x}$

3) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{|x||x-2|}{x(x^2-x-2)}$ 4) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin \pi x}{x-1}$

5) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1-\sin x}{\cos^2 x}$ 6) $\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{\frac{\sin x}{x}}$

7) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin x}{x^3}$ 8) $\lim_{|x| \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2+2x-5}}{x}$

9) $\lim_{|x| \rightarrow +\infty} \frac{x\sqrt{x^2+1}}{x^2-1}$ 10) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin x}{x}$

التمرين رقم 05

أحسب نهايتي الدالة f عند $-\infty$ و $+\infty$ (إن وجدت) في الحالتين التاليتين:

1) $f(x) = \frac{1+\cos x}{\sqrt{x}}$ 2) $f(x) = \frac{x \sin x}{x^2+1}$

التمرين رقم 06

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = 2x - \sin x$.(1) بين من أجل كل عدد حقيقي x أن: $2x-1 \leq f(x) \leq 2x+1$.(2) استنتج نهايتي الدالة f عند $-\infty$ و $+\infty$.

التمرين رقم 07

لتكن الدالة f المعرفة على المجال $[0; +\infty[$ بـ: $f(x) = \sqrt{x+2} - \sqrt{x}$.(1) بين من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $[0; +\infty[$ أن:

$$f(x) = \frac{2}{\sqrt{x+2} + \sqrt{x}}$$

(2) بين من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $[0; +\infty[$ أن:

$$0 \leq f(x) \leq \frac{2}{\sqrt{x}}$$

(3) استنتج نهاية الدالة f عند $+\infty$.

التمرين رقم 08

لتكن الدالة f المعرفة على المجال $[0; +\infty[$ بـ: $f(x) = x - \sqrt{x} + 4$.(1) بين من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $[0; +\infty[$ أن:

$$f(x) \geq 3\sqrt{x}$$

(2) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

التمرين رقم 09

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = \frac{x+\sin x}{2-\sin x}$.(1) بين من أجل كل عدد حقيقي x أن:

$$\frac{1}{3} \leq \frac{1}{2-\sin x} \leq 1$$

(2) استنتج حصرا لـ $f(x)$ من أجل $x > 1$.(3) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

التمرين رقم 10

لتكن f الدالة المعرفة على المجال $[2; +\infty[\cup]-\infty; 0]$ بـ:

$$f(x) = 2x\sqrt{\frac{x}{x-2}} - x$$

(1) أحسب:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) ; \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) ; \lim_{x \rightarrow 2} f(x)$$

(2) أحسب النهايات التالية:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{f(x)}{x}\right) ; \lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - x)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{f(x)}{x}\right) ; \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{f(x)+x}{x^2}\right)$$

التمرين رقم 11

أثبت وجود النهايتين التاليتين ثم احسبهما.

1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3+2x^2+1}{4x^2+3x+2} \sin\left(\frac{1}{x}\right)$

2) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{2}{\sin(x)^2} - \frac{1}{1-\cos x}\right)$