

إختبار الثلاثي الثاني في مادة الرياضيات

التمرين الأول 6 نقاط:

نوزع عشوائيا 3 كرات على أربع صناديق مرقمة من 5 الى 8 ، يمكن أن يحتوي كل صندوق على n كرية بحيث : $0 \leq n \leq 3$.

(1) أحسب إحتمال الأحداث التالية :

A "صندوق واحد لا يحتوي على أي كرية".

B "أحد الصناديق يحتوي على الكريات الثلاث"

(2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية التوزيع عدد الصناديق الفارغة .

أ- عين قيم المتغير العشوائي X ، ثم عرف قانون الإحتمال .

ب- أحسب $P(X^2 - 3X = X - 3)$

التمرين الثاني 6 نقاط:

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بحدّها الأول $u_0 = 2024$ ، ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{1}{2025} u_n + 2024$.

(1) أ- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n < 2025$.

ب- بيّن أن المتتالية (u_n) متزايدة تماما ، ثم استنتج أنها متقاربة .

(2) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $v_n = \sqrt{u_{n+1} - u_n}$.

أ- أثبت أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $q = \frac{1}{45}$ يطلب تعيين حدّها الأول.

ب- أكتب عبارة v_n بدلالة n .

(3) نضع: من أجل كل عدد طبيعي n ، $S_n = v_0^2 + v_1^2 + v_2^2 + \dots + v_{n-1}^2$.

أ- بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $S_n + u_0 = u_n$.

ب- استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n = 2025 - \frac{1}{2025^n}$.

ج- أحسب نهاية المتتالية (u_n) .

التمرين الثالث 8 نقاط:

(I) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعلاقة: $g(x) = 1 - (4x^2 - 4x + 1)e^{-2x+2}$

(1) - أدرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

(2) - أثبت أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل ثلاث حلول هي: $1, \alpha$ و β حيث: $0.2 < \alpha < 0.3$ و $2.2 < \beta < 2.3$

(3) - استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

(II) - الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = e^2 - 2x - (4x^2 + 1)e^{-2x+2}$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي

المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ حيث: $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 2cm$

(1) - أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، ثم أثبت أن: $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$

(3) أ- أثبت أنه من أجل كل $x \in \mathbb{R}$: $f'(x) = -2g(x)$

ب - استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

(4) - أثبت أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين أحدهما معدوم والآخر γ حيث: $3.5 < \gamma < 3.6$

(5) - أثبت أن $y = -2x + e^2$: (Δ) مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $+\infty$ ، ثم أدرس وضعية (C_f) بالنسبة لـ (Δ)

(6) - أثبت أن (C_f) يقبل نقطتي انعطاف A و B يطلب تعيين إحداثيتهما.

(7) - أكتب معادلة المماس (T) لـ (C_f) الذي يعامد المستقيم $y = \frac{1}{2}x$: (Δ')

(8) (أرسـم (Δ) و (C_f) على المجال $[0; +\infty[$ (نأخذ: $f(\alpha) \approx 1.29$ و $f(\beta) \approx 1.14$)

(III) 1- تحقق أن الدالة $e^{-2x+2}(4x^2+4x+3)$ هي دالة أصلية للدالة $e^{-2x+2}(4x^2+1)$ $x \mapsto -$

2- أحسب مساحة الحيز من المستوي المحدد بالمنحى (C_f) و حامل محور الفواصل والمستقيمين المعرفين بمعادلتين

$x=0$ و $x=1$

ص 2 من 2

بقلم الأستاذ: حمدان الشاوي

ليس هناك حدود للعقل يقف عندها ، سوى تلك التي إقتنعنا بوجودها..