

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
ثانوية مفدي زكرياء - الأزهرية
الشعبة: ثلاثة تقني رياضي
السنة الدراسية : 2017 - 2018
فروض الفصل الثالث

⌚ المدة: 02 س

الفرض الأول في مادة: الرياضيات

التمرين الأول: (6 نقاط)

- 1/ حل في $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z التالية: $(E) \dots z^2 - 4z + 7 = 0$. (نرمز بـ z_1, z_2 إلى حلي المعادلة (E))
 حيث $(Im(z_1) > 0)$.
 2/ أ) أثبت أن: $\left(\frac{z_1 - 1}{2}\right)^{2014} + \left(\frac{z_2 - 1}{2}\right)^{2014}$ حقيقي .
 ب) عيّن قيم العدد الطبيعي n حتى يكون العدد $\left(\frac{z_1 - 1}{2}\right)^n$ حقيقي .
 3/ في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$ نعتبر النقط A, B, C ذات اللواحق $z_A = 2 + i\sqrt{3}$ ؛ $z_B = 2 - i\sqrt{3}$ ؛ $z_C = 5$ ؛ (Γ) مجموعة النقط $M(z)$ حيث: $z = 1 + 2e^{i\theta}$ مع $\theta \in \mathbb{R}$.
 أ) تحقق أن: A و B تنتميان إلى (Γ) .
 ب) عيّن طبيعة (Γ) و حدّد عناصرها المميزة .
 4/ S التشابه المباشر الذي مركزه C ويحوّل A إلى B .
 < عيّن الكتابة المركبة لـ S و حدّد عناصره المميزة .

التمرين الثاني: (5 نقاط)

- (u_n) المتتالية العددية المعرفة كما يلي:
$$\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{3u_n}{2u_n + 1} \end{cases}$$

 1/ برهن بالتراجع أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n لدينا: $u_n \geq 1$.
 2/ أدرس اتجاه تغيّر (u_n) ؛ ثم استنتج أنّها متقاربة .
 3/ (v_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $v_n = 1 - \frac{1}{u_n}$.
 أ) بين أنّ (v_n) متتالية هندسية يُطلَب تعيين أساسها و حدّها الأول .
 ب) أحسب v_n بدلالة n ؛ ثم استنتج u_n بدلالة n و عيّن $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.
 4/ أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث $S_n = \frac{1}{u_0} + \frac{1}{u_1} + \dots + \frac{1}{u_n}$.
 5/ أ) أثبت أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n لدينا: $0 \leq u_{n+1} - 1 \leq \frac{1}{3}(u_n - 1)$.
 ب) استنتج أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n : $0 \leq u_n - 1 \leq \left(\frac{1}{3}\right)^n$ ؛ ثم عيّن نهاية (u_n) من جديد .

التمرين الثالث: (9 نقاط)

- I) الدالة المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كما يلي: $g(x) = x^2 - 2 + \ln x$.
 1/ أدرس تغيّرات g و شكّل جدول تغيّراتها .

2/ بَيِّنْ أَنَّ المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α حيث $1.31 < \alpha < 1.32$.

3/ حدّد إشارة $g(x)$ حسب قيم x .

II f الدالة المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ : $f(x) = x - e + \frac{1 - \ln x}{x}$ ؛ (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ (وحدة الطول 2cm) .

1/ أ) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ؛ ثم بَيِّنْ أَنَّ : $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = +\infty$ وفسّر النتيجة بياياً .

ب) بَيِّنْ أَنَّ المستقيم (Δ) الذي معادلته $y = x - e$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) ثم أدرس الوضعية النسبية بين (C_f) و (Δ) .

2/ أ) بَيِّنْ أَنَّهُ من أجل كلّ عدد حقيقي من المجال $]0; +\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$ ؛ ثم استنتج إتجاه تغيّر f وشكل جدول تغيّراتها .

ب) بَيِّنْ أَنَّ : $f(\alpha) = 2\alpha - e - \frac{1}{\alpha}$ ؛ ثم استنتج حصراً لـ $f(\alpha)$.

3/ انشئ (C_f) و (Δ) في نفس المعلم .

4/ نعتبر الدالتين h و H المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كما يلي : $h(x) = \frac{1 - \ln x}{x}$ ؛ $H(x) = \ln x - \frac{1}{2}(\ln x)^2$ ؛
أ) بَيِّنْ أَنَّ H دالة أصلية لـ h .

ب) استنتج دالة أصلية لـ f على المجال $]0; +\infty[$.