

اختبار الثلاثي الاول في مادة الرياضيات

الشعبة: 3 علوم تجريبية

المدة: 03 ساعات

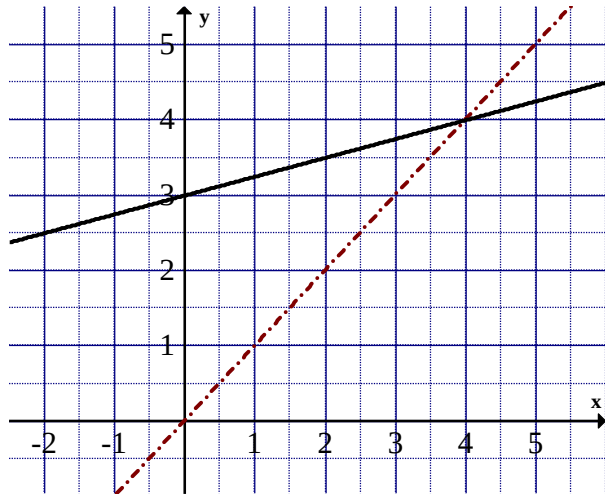
اليوم: الاثنين 04 ديسمبر 2017

التمرين الاول: (06 نقاط)

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ $u_0 = 0$ و $u_{n+1} = f(u_n)$ حيث f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ $f(x) = \frac{1}{4}x + 3$

I. الشكل الموالي يمثل المنحنى (C) للدالة f على $\mathbb{R}$ والمستقيم (D) الذي معادلته $y = x$.

أ. أنقل الشكل على ورقة الإجابة ثم مثل على محور الفواصل الحدود الأربعة الأولى للمتتالية (u_n) دون حسابها مبرزاً خطوط الانشاء.



ب. ما تخمينك حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) وتقاربها ؟

II. أ. برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي $n : 0 \leq u_n < 4$

ب. ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) .

III. نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n كما يلي :

$$v_n = \ln(4 - u_n)$$

أ. بين وجود المتتالية (v_n) من أجل كل عدد طبيعي n .

ب. برهن أن (v_n) متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

ج. أكتب v_n بدلالة n ، ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n .

د. ادرس تقارب المتتالية (u_n) .

IV. نعتبر من أجل كل عدد طبيعي n المجموع S_n والجداء P_n المعرفين كما يلي :

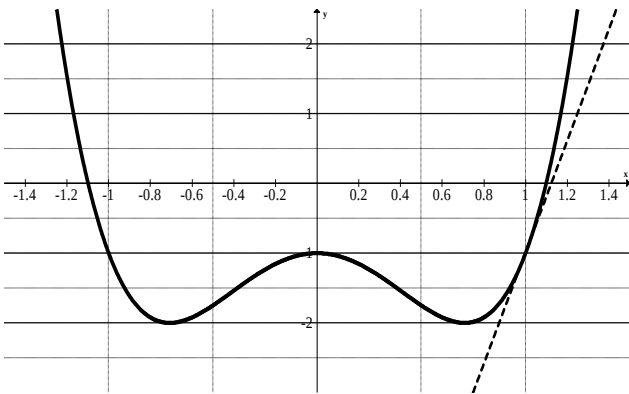
$$P_n = (4 - u_0) \times (4 - u_1) \times \dots \times (4 - u_n) \quad \text{و} \quad S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$$

أ. احسب بدلالة n المجموع S_n .

ب. أوجد علاقة بين S_n و P_n ثم استنتج P_n بدلالة n .

التمرين الثاني: (08 نقاط)

I. لتكن g دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ بـ $g(x) = ax^4 + bx^2 + c$ حيث a و b و c اعداد حقيقية ثابتة. وليكن في



الشكل المقابل (C) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى

معلم متعامد $(O; \vec{i}; \vec{j})$ و $y = 8x - 9$: (T) المماس عند

النقطة ذات الفاصلة 1 للمنحنى (C) .

1. انطلاقاً من التمثيل البياني اوجد الاعداد الحقيقية a و b و c .

2. نأخذ $g(x) = 4x^4 - 4x^2 - 1$ من أجل كل x من $\mathbb{R}$.

أ. احسب $g'(x)$ مشتقة الدالة g ثم شكّل جدول

تغيرات الدالة g .

ب. بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلين مختلفين في الإشارة α ($\alpha < 0$) و β على $\mathbb{R}$ يطلب تعيين حصر لهما بيانياً

سعته 2×10^{-1} .

ج. اوجد القيم المضبوطة لـ α و β .

د. استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II. لتكن f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ $f(x) = \frac{2x^2 - 1}{xe^{x^2}}$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1. ادرس شفعية الدالة f ثم فسّر النتيجة بيانياً.

2. أ. احسب: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ثم استنتج $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$.

ب. بيّن أنّ المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين يطلب تعيين معادلتهم.

3. أ. بيّن أنّ $f'(x) = \frac{-g(x)}{x^2 e^{x^2}}$ من أجل كلّ x من $\mathbb{R}^*$.

ب. استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها (تعطى $f(\alpha) \approx 0.4$ و $f(\beta) \approx -0.4$).

4. ليكن (T_λ) المماس عند النقطة ذات الفاصلة λ للمنحنى (C_f) حيث λ عدد حقيقي من $\mathbb{R}^*$.

أ. بيّن أنّ (T_λ) يشمل المبدأ اذا وفقط اذا كان $f(\lambda) - \lambda f'(\lambda) = 0$.

ب. اوجد القيم الممكنة للعدد λ .

ج. اكتب معادلة (T_λ) في هذه الحالة.

5. أ. حلّ في $\mathbb{R}^*$ المعادلة $f(x) = 0$ ثم فسّر النتائج بيانياً.

ب. ارسم (T_λ) و (C_f) .

ج. ناقش بيانياً حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة $f(x) = e^{-1}x + m$.

التمرين الثالث: (06 نقاط)

I. نعتبر الدالة f المعرفة على $]0; +\infty[$ بما يلي: $f(x) = 2x [2\ln^2(x) - 3\ln(x) + 2]$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1. احسب نهايات الدالة f عند حدود مجموعة التعريف.

2. بيّن أنّ $f'(x) = 2[\ln(x) + 1][2\ln(x) - 1]$ من أجل كلّ x من $]0; +\infty[$ ثم شكّل جدول تغيرات الدالة f .

3. اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة e .

4. بيّن أنّ $f''(x) = \frac{2}{x} [4\ln(x) + 1]$ من أجل كلّ x من $]0; +\infty[$ ثم استنتج أنّ (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيينها.

5. ارسم (T) و (C_f) (وحدة الرسم $\|\vec{i}\| = 2\text{cm}$ و $\|\vec{j}\| = 1\text{cm}$).

II. لتكن g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ $g(x) = f \circ \exp(-x)$ (تعيين عبارة g غير مطلوب).

1. استنتج نهايات الدالة g عند حدود مجموعة التعريف.

2. أ. استنتج عبارة g' الدالة المشتقة للدالة g .

ب. ادرس إشارة $g'(x)$ ثم شكّل جدول تغيرات الدالة g .

3. اكتب معادلة المماس (T') للمنحنى (C_g) عند النقطة ذات الفاصلة -1 .

4. ارسم (T') و (C_g) في نفس الشكل السابق.