



سنة ثانية ثانوي
الشعب:

رياضيات | علوم تجريبية | تقني رياضي

ملخص فني

المراجع

إعداد الأستاذ:

قويسم إبراهيم الخليل

آخر تحديث:

[26 جانفي 2022]

www.dzexams.com

مرجح نقطتين

❖ **تعريف:** A و B نقطتين متميزتين، و α و β عددين حقيقيين حيث $(\alpha + \beta \neq 0)$ نسمي G مرجح النقطتين A و B المرفقين بالمعاملين α و β على الترتيب حيث:

$$\alpha \overrightarrow{GA} + \beta \overrightarrow{GB} = \overrightarrow{0}$$

- ❖ **مفاهيم عامة:**
 - الثنائية $(A; \alpha)$ تسمى نقطة مثقلة
 - الجملة $\{(A; \alpha); (B; \beta)\}$ تسمى جملة نقطتين مثقلتين
 - إذا كان $\alpha + \beta = 0$ أي $\alpha = -\beta$ ومنه العلاقة تصبح $\overrightarrow{GA} - \overrightarrow{GB} = \overrightarrow{0}$ وهذا غير ممكن إذا كان $A \neq B$ و $\alpha \neq 0$
 - إذا كان $\alpha = \beta$ نحصل على $\overrightarrow{GA} = -\overrightarrow{GB}$ والنقطة G منتصف $[AB]$

- ❖ **نتائج هامة:**
 - النقطة G وحيدة
 - G مرجح الجملة $\{(A; \lambda\alpha); (B; \lambda\beta)\}$ حيث $\lambda \in \mathbb{R}$
 - النقط A, B و G على استقامية واحدة
 - من أجل كل نقطة M من المستوي: $\alpha \overrightarrow{MA} + \beta \overrightarrow{MB} = (\alpha + \beta) \overrightarrow{MG}$
- ❖ **إنشاء مرجح نقطتين:** لإنشاء G نعلم العلاقة:

$$\overrightarrow{AG} = \frac{\beta}{\alpha + \beta} \overrightarrow{AB}$$

- ❖ **إحداثي مرجح نقطتين:** G مرجح النقطتين $A(x_A; y_A)$ و $B(x_B; y_B)$ المرفقين بالمعاملين α و β على الترتيب و $G(x_G; y_G)$ لدينا:

$$y_G = \frac{\alpha y_A + \beta y_B}{\alpha + \beta} \text{ و } x_G = \frac{\alpha x_A + \beta x_B}{\alpha + \beta}$$

- ❖ **مجموعات النقط:**
 - النقطة G مرجح الجملة: $\{(A; \alpha); (B; \beta)\}$
 - والنقطة G' مرجح الجملة: $\{(A; \alpha'); (B; \beta')\}$
- كل علاقة من الشكل $\|\alpha \overrightarrow{MA} + \beta \overrightarrow{MB}\| = \|\alpha' \overrightarrow{MA} + \beta' \overrightarrow{MB}\|$ حيث: $|\alpha + \beta| = |\alpha' + \beta'| \neq 0$ هي محور القطعة $[GG']$
- كل علاقة من الشكل: $\|\alpha \overrightarrow{MA} + \beta \overrightarrow{MB}\| = \|\lambda \overrightarrow{MA} - \lambda \overrightarrow{MB}\|$ حيث: $\alpha + \beta \neq 0$ و $\lambda \neq 0$ هي: دائرة مركزها G ونصف قطرها r حيث: $r = \frac{|\lambda|}{|\alpha + \beta|} \times AB$
- كل علاقة من الشكل: $\|\alpha \overrightarrow{MA} + \beta \overrightarrow{MB}\| = k$ حيث k عدد حقيقي موجب تماما و $\alpha + \beta \neq 0$ هي: دائرة مركزها G ونصف قطرها r حيث: $r = \frac{k}{|\alpha + \beta|}$

مرجح ثلاث نقط

❖ **تعريف:** A, B, C ثلاث نقط متمایزة و α, β, γ أعداد حقيقية حيث $(\alpha + \beta + \gamma \neq 0)$ نسمي G مرجح النقط A, B, C المرفقة بالمعاملات α, β, γ على الترتيب حيث

$$\alpha \overrightarrow{GA} + \beta \overrightarrow{GB} + \gamma \overrightarrow{GC} = \vec{0}$$

❖ **مفاهيم عامة:**

- إذا كان $\alpha + \beta + \gamma = 0$ فإن المرجح غير موجود
- إذا كان $\alpha = \beta = \gamma \neq 0$ فإن G تسمى مركز المسافات المتساوية
- إذا كان $\alpha = \beta = \gamma = 1$ والنقط A, B, C ليست على استقامية فإن G مركز ثقل المثلث ABC

❖ **نتائج هامة:**

- النقطه G وحيدة
- G مرجح الجملة $\{(A; \lambda\alpha); (B; \lambda\beta); (C; \lambda\gamma)\}$ حيث $\lambda \in \mathbb{R}$
- من أجل كل نقطه M من المستوي: $\alpha \overrightarrow{MA} + \beta \overrightarrow{MB} + \gamma \overrightarrow{MC} = (\alpha + \beta + \gamma) \overrightarrow{MG}$

❖ **إنشاء مرجح ثلاث نقط:** لإنشاء G نعلم العلاقة:

$$\overrightarrow{AG} = \frac{\beta}{\alpha + \beta + \gamma} \overrightarrow{AB} + \frac{\gamma}{\alpha + \beta + \gamma} \overrightarrow{AC}$$

❖ **إحداثي مرجح ثلاث نقط:** G مرجح النقط $A(x_A; y_A), B(x_B; y_B), C(x_C; y_C)$ المرفقة بالمعاملات α, β, γ على الترتيب و $G(x_G; y_G)$ لدينا:

$$x_G = \frac{\alpha x_A + \beta x_B + \gamma x_C}{\alpha + \beta + \gamma} \text{ و } y_G = \frac{\alpha y_A + \beta y_B + \gamma y_C}{\alpha + \beta + \gamma}$$

❖ **إنشاء مرجح ثلاث نقط:** لإنشاء G نعلم العلاقة:

$$\overrightarrow{AG} = \frac{\beta}{\alpha + \beta + \gamma} \overrightarrow{AB} + \frac{\gamma}{\alpha + \beta + \gamma} \overrightarrow{AC}$$

❖ **خاصية التجميع:** G مرجح $\{(A; \alpha); (B; \beta); (C; \gamma)\}$ ، إذا كان $\alpha + \beta \neq 0$ وكانت G' مرجح $\{(A; \alpha); (B; \beta)\}$

فإن G مرجح الجملة $\{(G'; \alpha + \beta); (C; \gamma)\}$

❖ **مجموعات النقط:**

- إذا كان $\|\overrightarrow{MG}\| = AB$ ، فإن مجموعة النقط M هي: دائرة مركزها G ونصف قطرها AB
- إذا كان $\|\overrightarrow{MG}\| = k$ حيث: $k > 0$ ، فإن مجموعة النقط M هي: دائرة مركزها G ونصف قطرها k
- إذا كان $\|\overrightarrow{MG}\| = k$ حيث: $k < 0$ ، فإن مجموعة النقط M هي: مجموعة خالية $\emptyset$
- إذا كان $\|\overrightarrow{MG}\| = 0$ ، فإن مجموعة النقط M هي: النقطه G

❖ **ملاحظات:**

- لإثبات أن النقطه B تنتمي إلى مجموعة النقط يكفي تعويض M بـ B في العلاقة المعطاة ونتحصل على علاقة صحيحة
- لإثبات أن شعاع أو علاقة ما مستقلة عن M يكفي استخدام علاقة شال وخواص الأشعة للتخلص من M

❖ **إثبات تلاقي مستقيمتين:**

لإثبات أن مستقيمتين تتقاطعان في نقطه G يكفي أن نثبت أن هذه النقطه مرجح لنقطتين من كل مستقيم بمعاملات حقيقية

❖ **إثبات استقامية نقط:**

لإثبات أن ثلاث نقط في استقامية يكفي أن نثبت أن نقطه منها هي مرجح للنقطتين الآخرين بمعاملين حقيقيين