

القسمة الإقليدية و الموافقات في $\mathbb{Z}$ في البكالوريا 2008-2018

شعبة : آداب و فلسفة + لغات أجنبية

جمع و كتابة الأستاذ: شعبان أسامة

باكوريا 2008

الموضوع الأول: (06 نقط)

a و b عددان طبيعيين حيث $a = 1428$ ، $b = 2006$

1/أ) عين باقي القسمة الإقليدية للعدد a على 9

ب) بين أن : $b \equiv -1[9]$

ج) هل العددين a و b متوافقان بترديد ؟ برر إجابتك.

2/أ) ما هو باقي قسمة العدد $(a+b^2)$ على 9 ؟

ب) استنتج باقي قسمة $(a+b^2)$ على 3.

الموضوع الثاني: (04نقط)

1-أحسب باقي قسمة كل من $3^2, 3^3, 3^4, 3^5, 3^6$ على 7.

2-عين باقي قسمة كل من: 3^{6n} و 3^{6n+4} على 7 حيث n عدد طبيعي غير معدوم.

استنتج باقي قسمة 3^{2008} على 7.

3-بين أن العدد: $4 + 2 \times 3^{6n} - 3 \times 3^{6n+4}$ يقبل القسمة على 7 من أجل كل عدد طبيعي n .

باكوريا 2009

الموضوع الأول: (05نقط)

ليكن العدد الطبيعي $a = 25$

1.أ-تحقق أن: $a \equiv 1[3]$

ب-استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد $4 + 2a^2$ على 3

ج-بين أن: $3[3] \equiv 5^{360} - 5$

2.أ) أدرس، حسب قيم العدد الطبيعي n ، باقي قسمة 5^n على 3

ب) عين قيم العدد الطبيعي n بحيث: $5^n + a^2 \equiv 0[3]$

الموضوع الثاني: (05نقط)

1) أدرس تبعا لقيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 7^n على 9.

2) عين باقي القسمة الإقليدية للعدد: $(2008^{1430} + 1429^{2009})$ على 9 .

3) بين أن العدد A حيث: $6 + 7^{3n+2} + 7^{3n+1} + 7^{3n} = A$ يقبل القسمة على 9 من أجل كل عدد طبيعي n .

باكوريا 2010

الموضوع الأول: (06 نقط)

a و b عددان طبيعيين حيث: $a = 2010$ و $b = 1431$.

1.أ-عين باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين a و b على 7.

ب-استنتج مما سبق ، باقي القسمة الإقليدية للعدد $(a + 2b)$ على 7.

ج-تحقق أن: $1[7] \equiv a^3$ و $6[7] \equiv b^3$ واستنتج أن

$$0[7] \equiv a^3 + b^3.$$

2.أوجد الأعداد الطبيعية n التي تحقق: $1431[7] \equiv n + 2010^3$

ثم استنتج قيم n الأصغر من أو تساوي 16.

الموضوع الثاني: (03نقط)

في كل من الأسئلة الآتية، اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات الثلاث المقترحة، مع التعليل.

1. باقي القسمة الإقليدية للعدد (-203) على 5 هو:

أ) -3 ب) 2 ج) 3

2. x عدد صحيح. إذا كان باقي القسمة الإقليدية للعدد x على 7 هو

5، فإن باقي القسمة الإقليدية للعدد $2x + 5$ على 7 هو:

أ) 0 ب) 1 ج) 2

باكوريا 2011

الموضوع الأول: (06نقط)

نعتبر العددين الطبيعيين a و b حيث: $a = 619$ و $b = 2124$.

1.بين أن العددين a و b متوافقان بترديد 5.

2.أ) بين أن: $1[5] \equiv -1[5]$

ب) استنتج باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين 2124^{720} و

2124^{721} على 5.

ج) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن: $1[5] \equiv 2124^{2n}$.

د) عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون:

$$0[5] \equiv 2124^{4n} + 619^{4n+1} + n$$

الموضوع الثاني:

(06نقط)

a و b و c أعداد صحيحة بحيث باقي القسمة الإقليدية للعدد a على 7 هو 3، باقي القسمة الإقليدية للعدد b على 7 هو 4 وباقي القسمة الإقليدية للعدد c على 7 هو 6.
1- عين باقي القسمة الإقليدية على 7 لكل من العددين: $a \times b$ ، $a^2 - b^2$.

2- (أ) أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $c^{2n} \equiv 1[7]$.

(ب) تحقق أن $48 \equiv 6[7]$ ثم استنتج باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين: 48^{2010} و 48^{2011} على 7.

بكالوريا 2012

الموضوع الأول:

(03نقط)

اذكر في كل حالة من الحالات الآتية إن كانت العبارة المقترحة صحيحة أو خاطئة مع التعليل.

1. n و n' عدنان طبيعيين حيث: $n = 3n' + 5$. باقي قسمة n على 3 هو 5.

2. باقي القسمة الإقليدية للعدد 2^{2012} على 7 هو 4. (لاحظ أن: $2(2012) = 3 \times 670 + 2$).

3. n عدد صحيح حيث: $n \equiv 2[11]$. باقي القسمة الإقليدية للعدد $2n^2 - 9$ على 11 هو 10.

الموضوع الثاني:

(06نقط)

a و b عدنان طبيعيين بحيث: $a + b \equiv 7[11]$ و $a - b \equiv 5[11]$.

1. (أ) عين باقي القسمة الإقليدية للعدد $a^2 - b^2$ على العدد 11.

(ب) بين أن: $2a \equiv 1[11]$ و $2b \equiv 2[11]$ ثم استنتج أن: $a \equiv 6[11]$ و $b \equiv 1[11]$.

2. (أ) أثبت أن: $a^5 \equiv -1[11]$.

(ب) استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي k : $a^{10k} \equiv 1[11]$.

3. (أ) تحقق أن: $2012 = 10 \times 201 + 2$.

(ب) عين باقي القسمة الإقليدية للعدد a^{2012} على العدد 11.

بكالوريا 2013

الموضوع الأول: (06نقط)

1- هل العدنان 2013 و 718 متوافقان بترديد 7؟

2- (أ) عين باقي القسمة الإقليدية للعدد 4^6 على 7.

(ب) استنتج أنه، من أجل كل عدد طبيعي n : $4^{6n} - 1 \equiv 0[7]$.

3- (أ) عين باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين 2013 و 718 على 7.

(ب) بين أنه ، من أجل كل عدد طبيعي n ، العدد $2013 + 3 \times 718^{6n}$ يقبل القسمة على 7.

4- (أ) تحقق أن: $1434 \equiv -1[7]$.

(ب) عين الأعداد الطبيعية n ، الأصغر من 25، بحيث: $1434^{2n} + n \equiv 0[7]$.

الموضوع الثاني: (06نقط)

a و b عدنان صحيحان حيث: $a \equiv 2[7]$ و $b \equiv 6[7]$.

1- عين باقي القسمة الإقليدية للعدد $3a + b$ على 7.

2- عين باقي القسمة الإقليدية للعدد $a^2 + 3b^2$ على 7.

3- (أ) تحقق أن: $b \equiv -1[7]$.

(ب) استنتج باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين b^{2013} و b^{1434} على 7.

4- عين الأعداد الطبيعية n بحيث: $(a + b)^n + n \equiv 0[7]$.

بكالوريا 2014

الموضوع الأول: (05نقط)

1) عين باقي القسمة الإقليدية للعدد 28 على العدد 9

2) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي k : $10^k \equiv 1[9]$

3) استنتج أن: $4 \times 10^4 + 3 \times 10^3 + 2 \times 10^2 + 28 \equiv 1[9]$

4) (أ) تحقق أن: $2^3 \equiv -1[9]$

(ب) عين الأعداد الطبيعية n بحيث: $2^{6n} + n - 1 \equiv 0[9]$

الموضوع الثاني: (06نقط)

عين الاقتراح الصحيح من بين الاقتراحات الثلاثة في كل حالة من الحالات الخمسة مع التبرير:

الاقتراح - ج	الاقتراح - ب	الاقتراح - أ	عدد قواسم العدد 1435 هو:	1
2	5	8	إذا كان $a \equiv -1[8]$ فإن باقي قسمة a على 8 هو:	2
6	7	-1	العدنان 1435 و 2014 متوافقان بتردد:	3
3	4	2	إذا كان $x \equiv 2[5]$ و $y \equiv 2[5]$ فإن:	4
$x^9 + y^9 \equiv 4[5]$	$x^9 + y^9 \equiv 2[5]$	$x^9 + y^9 \equiv 3[5]$	لدينا $27 \equiv 21[6]$ إذن:	5
$9 \equiv 7[3]$	$9 \equiv 7[2]$	$9 \equiv 7[6]$		

الموضوع الأول: (06نقط)

نعتبر الأعداد الطبيعية a, b, c حيث:

$$c = 1954, b = 1437, a = 2016$$

1. عين باقي القسمة الاقليدية لكل من الأعداد a, b, c على 5.

2. استنتج باقي القسمة الاقليدية لكل من الأعداد $a+b+c$:

$$a \times b \times c \text{ و } b^4 \text{ على } 5.$$

3. أ- تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $b^{4n} \equiv 1[5]$

ب- استنتج أن العدد $b^{2016} - 1$ يقبل القسمة على 5.

4. أ- تحقق أن: $c \equiv -1[5]$

ب- بين أن: $c^{1438} + c^{2017} \equiv 0[5]$

الموضوع الثاني: (06نقط)

a, b, c ثلاثة أعداد طبيعية حيث:

$$c = 2017, b = 1966, a = -5[7]$$

1. عين باقي القسمة الاقليدية لكل من الأعداد a, b, c على 7.

2. تحقق أن: $b = -1[7]$

3. أثبت أن العدد: $2 - 3c^{1438} + b^{2017}$ يقبل القسمة على 7.

4. تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي k : $2^{3k} \equiv 1[7]$ ثم استنتج

أن: $2^{3k+1} \equiv 2[7]$ و $2^{3k+2} \equiv 4[7]$

5. عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون: $2^n + 3$ قابلا للقسمة

على 7.

بكالوريا 2017 الدورة الاستثنائية

الموضوع الأول: (06نقط)

1. أ- عين باقي القسمة الاقليدية لكل من الأعداد $4^3, 4^2, 4$ على 9.

ب- بين أن: من أجل كل عدد طبيعي n , $4^{3n} \equiv 1[9]$

ج- استنتج أن: من أجل كل عدد طبيعي n , $4^{3n+1} \equiv 4[9]$

2. تحقق أن: $4[9] = 2020^{1438}$

3. بين أن العدد $(2020^{1438} - 2017^2 + 1995)$ يقبل القسمة

على 9.

الموضوع الثاني: (06نقط)

a و b عددان صحيحان حيث: $a \equiv 14[13]$ و $b \equiv -1[13]$

1. أ- بين أن باقي القسمة الاقليدية للعدد a و b على 13 هو 1 و 12

على الترتيب.

ب- استنتج باقي القسمة الاقليدية لكل من $a-b, a+b$

و $2a+b^2$ على 13.

2. بين أن العدد $a^{1438} + b^{2017}$ يقبل القسمة على 13.

3. عين الأعداد الطبيعية n بحيث: $b^{2017} + n + 1438 \equiv 0[13]$

الموضوع الأول: (05نقط)

عين الاقتراح الوحيد الصحيح مع التعليل. من بين الاقتراحات الثلاثة

في كل حالة من الحالات الأربعة التالية:

1. إذا كان a عددا صحيحا حيث: $a \equiv -1[5]$ فإن:

أ- $a \equiv 2[5]$ ب- $a \equiv 6[5]$ ج- $a \equiv 9[5]$

2. باقي القسمة الاقليدية للعدد -99 على 7 هو:

أ- 1 ب- 6 ج- 1

3. من أجل كل عدد طبيعي n , العدد $10^n - 1$ يقبل القسمة على:

أ- 3 ب- 5 ج- 2

4. مجموع كل ثلاثة أعداد طبيعية متعاقبة هو دوما:

أ- عدد زوجي ب- مضاعف للعدد 3 ج- مضاعف للعدد 4

الموضوع الثاني: (06نقط)

a و b عددان صحيحان يحققان: $a \equiv 13[7]$ و $b \equiv -6[7]$

1. عين باقي القسمة الاقليدية على 7 لكل من a و b

2. بين أن العددين $a^3 + 1$ و $b^3 + 1$ يقبلان القسمة على 7

3. أ- تحقق أن: $a \equiv 2015[7]$ و $a \equiv 1436[7]$

ب- عين باقي القسمة الاقليدية على 7 للعدد: $2015^3 + 1436^3$

ج- استنتج أن: $2015^3 + 1436^3 - 1962^2 + 1 \equiv 0[7]$

بكالوريا 2016

الموضوع الأول: (05نقط)

1. عين باقي القسمة الاقليدية لكل من الأعداد $2^4, 2^3, 2^2, 2^1, 2^0$

على العدد 5.

2. أ- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n يكون: $2^{4n} \equiv 1[5]$

ب- استنتج باقي القسمة الاقليدية للعدد 2^{2016} على العدد 5.

3. عين قيم العدد الطبيعي حتى يكون: $2^{2016} + 2 + n \equiv 0[5]$

الموضوع الثاني: (06نقط)

1. أ- عين باقي القسمة الاقليدية للعدد 4^3 على 9.

ب- استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي k : $4^{3k} \equiv 1[9]$

ج- أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n باقي القسمة الاقليدية للعدد

4^n على 9.

د- عين باقي القسمة الاقليدية للعدد 2015^{2016} على 9.

2. أ- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $8^{2n} \equiv 1[9]$

ب- عين الأعداد الطبيعية بحيث يكون العدد مضاعفا للعدد 9.

$8^{2n} + 4^n + 1$

1. أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة 2^n على 5.
2. عين قيم العدد الطبيعي a حتى يكون : $2018 = 4a + 2$
3. بين أن العدد: $5 - 2017^8 + 2^{2018}$ يقبل القسمة على 5.
4. أ-تحقق بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $[5] 2^n \equiv 12^n$ و $[5] 2^n \equiv (-3)^n$.
- ب- عين قيم العدد الطبيعي n بحيث: $[5] 0 \equiv 12^n + (-3)^n - 4$.

- a و b عددان طبيعيين غير معدومين حيث: $a = 4b + 6$
1. عين باقي القسمة الاقليدية للعدد a على 4.
 2. بين أن a و b متوافقان بترديد 3.
 3. نضع: $b = 489$
 - أ-تحقق أن : $[13] a \equiv -1$
 - ب-استنتج باقي القسمة الاقليدية للعدد $40^{2968} + a^{2018}$ على 13.
 - ج- عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون: $a^{2n} + n + 3$ قابلا للقسمة على 13.

بالتوفيق في بكالوريا 2019.

