

2.

الدالة الأسية

شعبة: علوم تجريبية + تقني رياضي

صن اعداد الأستاذ:

شعبان اسامة

1.

أكتب كل عبارة من العبارات الآتية على أبسط شكل ممكن :
(x عدد حقيقي)

$C = e^{2x} \times e^{-2x}$	$B = (e^{-x}) \times (e^x)^3$	$A = e^{-3} \times (e^2)^4$
$F = \frac{e^{2x+3}}{e^{-2x}}$	$E = (e^x)^3 \times (e^{-5x})$	$D = (e^2)^3 \times (e^{-5} \times e^{-1}) \times e^{-5} \times e^4$
$I = (e^x + e^{-x})^2 - (e^x - e^{-x})^2$	$H = \frac{e^x + e^{-x}}{e^{2x}}$	$G = \frac{e^{-x}}{e^x + 1} - \frac{e^{-2x}}{1 + e^{-x}}$

2.

f دالة معرفة على R كما يلي : $f(x) = x - \frac{e^x - 1}{e^x + 1}$

تحقق أنه من أجل كل x من R فإن :

$$f(x) = x - 1 + \frac{2}{e^x + 1} \text{ و } f(x) = x + 1 - \frac{2e^x}{e^x + 1}$$

3.

حل في المجموعة R كلا من المعادلات والمتراجحات الآتية :

$e^{x^2} - e = 0$	$(e^x)^3 - e^{2x+1} = 0$
$2xe^{-2x} - e^{-2x} > 0$	$e^{x-x^2} \geq 1$
$e^{2x-5} \leq -1$	$e^{5+4x} \leq e^{x^2}$
$\frac{2e^{2x}}{e^x + 1} = \frac{1}{e^{-x}}$	$(e^{2x} - e)(e^{-2x} - 1) = 0$
$(2e^x - 4)(e^x - 1) < 0$ (إلى درس الدالة اللوغاريتمية)	$e^{-x} + e^x \leq 2$

4.

(1) حل في R المعادلة ذات المجهول t : $2t^2 - 5t + 2 = 0$

(2) حل في المجموعة R^2 الجملة الآتية حيث $(x; y)$ هو

$$\begin{cases} 2e^{2x} - 5e^x + 2 = 0 \\ e^x \times e^y = 2 \end{cases}$$

5.

أحسب النهايات التالية :

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3e^x - 1}{2e^x + 4}$	$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^x}{x + 2}$	$\lim_{x \rightarrow -\infty} (x + e^x)$
$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^x}{e^x - 1}$	$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{e^x}{e^x - 1}$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} (e^{2x} - e^x)$

6.

f دالة عددية للمتغير الحقيقي x .

(1) احسب نهاية الدالة f عند كل من $-\infty$ ، $+\infty$ في كل حالة من الحالات التالية :

$$\begin{aligned} \text{أ- } f(x) &= x - e^x & \text{ب- } f(x) &= xe^x - e \\ \text{ج- } f(x) &= (x-1)e^{-x} \end{aligned}$$

(2) احسب نهاية الدالة f عند كل من $-\infty$ ، $+\infty$ و 0 في كل حالة من الحالات التالية :

$$\begin{aligned} \text{أ- } f(x) &= 1 - \frac{3e^x}{e^x - 1} & \text{ب- } f(x) &= \frac{xe^x}{e^x - 1} \\ \text{ج- } f(x) &= \frac{x^3}{e^x - 1} & \text{د- } f(x) &= \frac{xe^x + 1}{e^x - 1} \end{aligned}$$

7.

أحسب النهايات التالية :

$\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{x^2+2x-1}$	$\lim_{x \rightarrow -\infty} e^{\frac{1}{x}}$	$\lim_{x \rightarrow -\infty} e^{2x+1}$
$\lim_{x \rightarrow 1^+} e^{\frac{1}{x-1}}$	$\lim_{x \rightarrow 1^-} e^{\frac{1}{x-1}}$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{\frac{3x+1}{x-5}}$

8

أدرس شفعية كلا من الدالتين f و g المعرفتين على R حيث

$$f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}, \quad g(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$$

9

عين مشتقة الدالة f في كل حالة من الحالات التالية :

(1) الدالة f معرفة على R كما يلي: $f(x) = e^{2x} - 2e^x$.

(2) الدالة f معرفة على R^* كما يلي: $f(x) = \frac{3e^x + 1}{e^x - 1}$.

(3) الدالة f معرفة على R كما يلي: $f(x) = (x^2 - 3x)e^{-x}$.

10

أدرس اتجاه تغير الدالة f في كل حالة :

$f(x) = \frac{e^x}{x-1}$	$f(x) = (x^2 - 3)e^x$	$f(x) = \frac{e^x + 2}{e^x - 1}$
--------------------------	-----------------------	----------------------------------

11

لتكن الدالة f المعرفة على R بـ $f(x) = \frac{e^x}{1+e^x}$.
(C) منحنى الدالة.

بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(-x) + f(x) = 1$ ،
فسر بياننا النتيجة i.

12

نعتبر الدالة f المعرفة على R حيث : $f(x) = -1 + e^{-x+2}$.
أجب بصح أو خطأ ، مع التبرير :

1. الدالة f متناقصة تماما على R .

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$$

3. منحنى الدالة f يقبل المستقيم الذي معادلته

$$y = -1 \text{ كمستقيم مقارب عند } +\infty.$$

4. الدالة f سالبة تماما على $]2; +\infty[$ و موجبة تماما على $]-\infty; 2[$.

5. الدالة $e^{f(x)} \mapsto x$ متزايدة تماما على R .

13

إختر الجواب الصحيح لكل سؤال معللا اختيارك :

$$(1) \text{ المعادلة } e^{2x} - e^x = 0 \text{ في } R :$$

(2) (1) ليس لها حلول . (2) تقبل حلا

وحيدا (3) تقبل حلين مختلفين .

(3) العبارة $-e^{-x}$:

(1) سالبة إذا كان x موجب . (2) سالبة دوما .
(3) سالبة إذا كان x سالب .

$$(4) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2e^x - 1}{e^x + 2} =$$

(1) $-\frac{1}{2}$ (2) $+\infty$ (3) 2

$$(5) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2e^x - 1}{e^x + 2} =$$

(1) $-\frac{1}{2}$ (2) $-\infty$ (3) 2

14

f دالة معرفة على R حيث $f(x) = x - 1 + e^x$ و (C)

تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) أدرس تغيرات الدالة f .

(2) أدرس نهاية الدالة f عند $+\infty$ وعند $-\infty$.

(3) أحسب $f(0)$ ، ثم استنتج إشارة $f(x)$ حسب قيم x .

(4) شكل جدول تغيرات الدالة f .

(5) بين أن المستقيم (Δ) الذي معادلته $y = x - 1$

مقارب لـ (C) عند $-\infty$ ، ثم ادرس وضعية (C) بالنسبة إلى (Δ) .

(6) أكتب معادلة لـ (T) المماس لـ (C) عند النقطة O .

(7) أنشئ (Δ) ، (T) و (C) في نفس المعلم .

(8) ناقش بياننا حسب قيم الوسيط m عدد وإشارة حلول المعادلة $f(x) = 2x + m$.

15

f دالة معرفة على R حيث $f(x) = x - \frac{e^x - 1}{e^x + 1}$ ، و (C)

تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) بين أن الدالة f فردية .

(2) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، واستنتج $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

(3) 1. أثبت انه من اجل كل عدد حقيقي x :

$$f(x) = x + 1 - \frac{2e^x}{e^x + 1} \text{ و } f(x) = x - 1 + \frac{2}{e^x + 1}$$

2. إستنتج أن المستقيم (Δ) الذي معادلته $y = x - 1$ مقارب لـ (C) عند $+\infty$ ، ثم ادرس وضعية (C) بالنسبة إلى (Δ) .

3. إستنتج أن المستقيم (Δ') الذي معادلته $y = x + 1$ مقارب لـ (C) عند $-\infty$ ، ثم ادرس وضعية (C) بالنسبة إلى (Δ') .

4. أدرس تغيرات الدالة f ، وشكل جدول تغيراتها.
5. أنشئ (Δ) ، (Δ') و (C) في نفس المعلم.

16.

الجزء 1 :

g الدالة العددية للمتغير الحقيقي x والمعرفة على المجموعة R كما يلي : $g(x) = e^x - x - 1$.

1. احسب كلا من : $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$.

2. ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

3. - حدد إشارة $g(x)$. - استنتج أنه : من أجل كل عدد حقيقي x : يكون : $e^x - x > 0$.

الجزء 2 :

h الدالة العددية للمتغير الحقيقي x والمعرفة على المجال $[0; +\infty[$ كما يلي : $h(x) = (2 - x)e^x - 1$.

1. احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x)$.

2. ادرس اتجاه تغير الدالة h ثم أنجز جدول تغيراتها.

3. - بين أنه يوجد عدد حقيقي وحيد من المجال $[0; +\infty[$ حيث $h(\alpha) = 0$. - تحقق من أن : $1,84 < \alpha < 1,85$.

- استنتج إشارة $h(x)$.

الجزء 3 :

f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x والمعرفة على المجال $[0; +\infty[$ كما يلي : $f(x) = \frac{e^x - 1}{e^x - x}$.

(C) هو التمثيل البياني للدالة f في المستوى المنسوب إلى

معلم متعامد متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$. $(\|\vec{i}\| = 2cm)$

1. احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$. فسر النتيجة هندسيا .

2. - بين أنه من أجل كل x من المجال $[0; +\infty[$:

يكون : $f'(x) = \frac{h(x)}{(e^x - x)^2}$.

- استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

3. - بين أن : $f(\alpha) = \frac{1}{\alpha - 1}$. - استنتج حصرا لـ $f(\alpha)$.

4. - بين أنه من أجل كل x من المجال $[0; +\infty[$: يكون

: $f(x) - x = \frac{(1 - x) \cdot g(x)}{e^x - x}$.

- استنتج وضعية المنحنى (C) بالنسبة إلى المستقيم

(Δ) الذي $y = x$ معادلة له .

5. اكتب معادلة للمماس (T) للمنحنى (C) عند النقطة

ذات الفاصلة 0 .

6. أنشئ المستقيم (Δ) والمنحنى (C) .

17.

f الدالة العددية المعرفة على R بالعبارة :

: $f(x) = \frac{x}{2} + 1 + e^{-|x|}$.

(C) التمثيل البياني للدالة f في المستوى المنسوب إلى

المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$. [وحدة الطول 2cm]

1. أ) احسب نهايتي f عند حدي مجال تعريفها .

ب) احسب $\lim_{|x| \rightarrow +\infty} \left(f(x) - \frac{x}{2} \right)$. ماذا تستنتج ؟

2. أ) اكتب عبارة $f(x)$ دون رمز القيمة المطلقة .

ب) احسب كلا من : $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x) - f(0)}{x}$ و

: $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{f(x) - f(0)}{x}$.

ماذا تستنتج ؟ . فسر النتيجة هندسيا .

ج) اكتب معادلة لكل من (Δ_1) ، (Δ_2) نصفي المماسين

للمنحنى (C) عند النقطة ذات الفاصلة 0 .

د) ادرس تغيرات الدالة f .

3) أ) بين أن (C) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة

وحيدة فاصلتها α من المجال $]-2,3; -2,2[$.

ب) أنشئ كلا من (Δ_1) ، (Δ_2) و (C) .

ج) ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m : عدد وإشارة

حلول المعادلة الآتية حيث x مجهول حقيقي :

: $me^{|x|} - e^{|x|} - 1 = 0$.