

التمرين الأول (5 نقط)

- (1) أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الأقليدية للعدد 3^n على 5 .
- (2) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n يكون العدد $(2 \times 2019^{2n} + 2018^{4n+1})$ قابلاً للقسمة على 5 .
- (3) أ. برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n يكون : $[5] \equiv (n+1)3^{2n+1} \pmod{3n \times 9^n + 8^{2n+1}}$.
ب. عيّن قيم العدد الطبيعي n حتى يكون : $[5] \equiv 3n \times 9^n + 8^{2n+1}$.
- (4) من أجل كل عدد طبيعي n ، نعتبر في المجموعة $\square \times \square$ المعادلة ذات المجهول (x, y) :
$$45x - 25y = 3^n + 49 \dots (1)$$

عين قيم العدد الطبيعي n من أجلها المعادلة (1) تقبل حلولاً في $\square \times \square$.
- (5) أ) حل في المجموعة $\square \times \square$ هذه المعادلة $45x - 25y = 3^4 + 49$.
ب) N عدد طبيعي يكتب $\overline{\alpha\alpha 6}$ في نظام تعداد أساسه 9 و $\overline{1\beta 21}$ في نظام تعداد أساسه 5 .
عين α و β ثم أكتب N في النظام العشري .

التمرين الثاني (5نقط)

- المستوى المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس المباشر $(O, \vec{u}, \vec{v})$
- نعتبر العدد المركب a حيث : $a = \frac{\sqrt{3}+1}{4} + i \frac{\sqrt{3}-1}{4}$ و النقطة A_0 ذات اللاحقة $z_0 = 6 + 6i$.
 - من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n نعتبر النقطة A_n ذات اللاحقة z_n حيث $z_n = a^n \cdot z_0$.
 - (1) أكتب كلا من z_1 و a^2 على الشكل الجبري .
 - (2) أكتب z_1 على الشكل الأسّي ، بين أن : $a^2 = \frac{1}{2} e^{i\frac{\pi}{6}}$ إستنتج الشكل الأسّي للعدد المركب a .
 - (3) إستنتج القيمتين المضبوطتين لكل من $\cos(\frac{\pi}{12})$ و $\sin(\frac{\pi}{12})$.
 - (4) عبر عن z_3 و z_7 بدلالة z_1 و a^2 ثم إستنتج الشكل الأسّي لكل من z_3 و z_7 .
 - (5) نعتبر المتتاليتين (u_n) و (v_n) المعرفتين من أجل كل عدد طبيعي n ، ب : $u_n = |z_n|$ و $v_n = \arg(z_n)$.
 - (6) بين أن المتتالية (u_n) هندسية و المتتالية (v_n) حسابية يطلب تعيين أساس وحساب الحد الأول لكل منهما .
 - (7) عين نهاية المتتالية (u_n) ثم فسر هندسيا النتيجة .
 - (8) عين قيم الأعداد الطبيعية إن وجدت بحيث تكون النقط O ، A_0 و A_n في إستقامة .

التمرين الثالث (5نقط)

- يحتوي كيس على 14 كرات مماثلة لا نفرق بينها باللمس ، 6 كرات حمراء تحمل الأرقام 1 ، 1 ، 1 ، 1 ، 2 ، 2 ، 2 و 8 كرات بيضاء تحمل الأرقام 1 ، 1 ، 1 ، 1 ، 1 ، 1 ، 2 ، 2 ، 2 .
نسحب عشوائياً من هذا الكيس كرتين في آن واحد .
- (1) أحسب إحتمال الحادثتين التاليتين :
A " الكرتان المسحوبتان من نفس اللون "
B " الكرتان المسحوبتان لاتحملان نفس الرقم "

- (2) إذا كانت الكرتان المسحوبتان تحملان الرقم 1 فما هو الاحتمال أن تكون بيضاوين .
 (3) أحسب إحتمال الحصول على كرتين تحملان نفس اللون علما أنهما تحملان الرقم.
 (4) نسمي X المتغير العشوائي الذي يساوي عدد الكرات الحمراء المحصل عليها
 (1) عين قانون الأحتمال للمتغير العشوائي X ، أحسب الأمل الرياضي $E(X)$
 (2) أحسب إحتمال الحادثة C " $e^X \leq 4$ "

التمرين الرابع (5نقط)

1. نعتبر الدالة f العددية المعرفة على $[0, +\infty[$ بـ :

$$\begin{cases} f(x) = \frac{x}{x - \ln x} & x \in]0, +\infty[\\ f(0) = 0 \end{cases}$$

 (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

- (1) أحسب $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x}$ ، ثم فسر النتيجة بيانيا .
 (2) أدرس تغيرات الدالة f ثم إستنتج أنه إذا كان $x \in [0, 1]$ فإن $f(x) \in [0, 1]$.
 (3) أكتب معادلة (T) مماس (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 1.
 (4) بين أنه من أجل كل x من المجال $]0, +\infty[$ ، $f(x) < x$ ، (يمكن دراسة تغيرات $g(x) = \frac{f(x)}{x}$).
 (5) أرسم (T) و (C_f) .

II. (u_n) المعرفة كما يلي : $u_0 = \frac{1}{2}$ و العلاقة التراجعية $u_{n+1} = f(u_n)$

- (1) ضع على حامل محور الفواصل و دون الحساب الحدود الثلاث الأولى للمتتالية (u_n) مبرزا خطوط العمل
 (2) برهن بالتراجع من أجل كل عدد طبيعي n ، $0 \leq u_n \leq 1$.
 (3) أدرس إتجاه تغير المتتالية (u_n) ، ثم برر تقارب (u_n) .