

الفرض الثلاثي الأول في الرياضيات

نص التمرين:

(I) لتكن f_α الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يأتي: $f_\alpha(x) = (2x^3 - 4x^2)e^{\alpha x}$. حيث α وسيط حقيقي

ليكن (C_α) التمثيل البياني للدالة f_α في معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

. أحسب تبعا لقيم الوسيط α نهايتي الدالة f_α عند $-\infty$ و $+\infty$.

. بين أن كل المنحنيات (C_α) تتقاطع في نقطتين ثابتتين يطلب تعيينهما.

(II) في كل مايلي نأخذ $\alpha = -1$

. ادرس اتجاه تغير الدالة f_{-1} ثم شكل جدول تغيراتها.

. أ) عين معادلة للمستقيم (T) مماس للمنحنى (C_{-1}) عند النقطة ذات الفاصلة 2.

ب) أدرس وضعية المنحنى (C_{-1}) بالنسبة إلى حامل محور الفواصل.

ج) أنشئ بكل عناية المماس (T) والمنحنى (C_{-1}) .

، ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي عدد وإشارة حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي x ،

$$f_{-1}(x) = f_{-1}(m)$$

$$h, \text{ دالة معرفة على } [0; +\infty[\text{ بـ } : \begin{cases} h(x) = f_{-1}(x) & x \geq 2 \\ h(x) = (2-x)e^x & 0 \leq x < 2 \end{cases}$$

أ) أدرس قابلية اشتقاق الدالة h في 2 . فسر النتيجة بيانيا .

ب) أدرس اتجاه تغير الدالة h ، ثم شكل جدول تغيراتها .

ج) أدرس الوضعية النسبية للمنحنيين (C_{-1}) و (C_h) .

د) أنشئ (C_h) في نفس المعلم .

بالتوفيق والسداد

$$n \geq 2 \quad \cup$$

$$h'(n) = f'_1(n)$$

$$= (-2n^3 + 10n^2 - 8n) e^{-n}$$

is sign

n	2	4	$+\infty$
$h'(n)$	+	+	-

(2,4) is local max
(4, $+\infty$) is local min

$$0 \leq n \leq 2 \quad \cup$$

$$h'(n) = -1e^n + (2-n)e^n$$

$$= (1-n)e^n$$

1-n is sign

n	0	1	2
1-n	+	+	-

(1,2) is local max
(2, $+\infty$) is local min

n	0	1	2	4	$+\infty$
$h'(n)$	+	+	-	+	-

Diagram showing sign changes at n=1 and n=2. Arrows indicate the sign of h'(n) in different intervals: (+) for (0,1), (+) for (1,2), (-) for (2,4), and (-) for (4, $+\infty$).

(C₁), (C₂) is local max

$$n \geq 2 \quad \cup$$

$$h(n) = f_n(n)$$

(C₁) is local max

$$0 \leq n \leq 2 \quad \cup$$

$$f_n(n) \leq 0, \quad h(n) \geq 0$$

(S₁) is local max

(S₂) is local max

(C₂) is local max
the result

$$[0, +\infty) \text{ is } R \quad (5)$$

$$h(n) = f_{-1}(n); \quad n \geq 2$$

$$h(n) = (2-n)e^n; \quad 0 \leq n < 2$$

is h is local max

$$h(2) = f_{-1}(2) = 0$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{h(2+h) - h(2)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(2-(2+h))e^{2+h} - 0}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-h e^{2+h}}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} -e^{2+h} = -e^2$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{h(2+h) - h(2)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f_{-1}(2+h) - f_{-1}(2)}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(2-(2+h))^2 e^{2+h} - 0}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(2(8+12h+6h^2+2h^3) - 4(4+4h+h^2))e^{2+h}}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(16+24h+12h^2+2h^3 - 16-16h-4h^2)e^{2+h}}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(8h^2+8h+8h^3)e^{2+h}}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{8(h^2+1+h^2)e^{2+h}}{1}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} (2h^2+8h+8)e^{2+h}$$

$$= 8e^2$$

$$-e^2 \neq 8e^2$$

$x_0=2$ is local max

A(2,0) is local max

is local max

is local max

is local max

is local max

$$h(0) = (2-0)e^0 = 2$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} h(n) = \lim_{n \rightarrow +\infty} f_n(n) = 0$$