

اختبار البكالوريا التجريبي في مادة الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين :

- الموضوع الأول -

التمرين الأول : (05 قطة)

- I- نعتبر المتتالية العددية (U_n) المعرفة بـ $U_0 = 2$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1} = 2U_n + 1$
- برهن بالتراجع أن كل حدود المتتالية (U_n) موجبة.
- II- لتكن المتتالية (V_n) المعرفة كما يلي من أجل كل عدد طبيعي n : $V_n = U_n + 1$
- أ/ أثبت أن (V_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.
- ب/ أكتب V_n بدلالة n ثم استنتج U_n بدلالة n
- ج/ أحسب بدلالة n المجموعين S_n و S'_n حيث:
- $$S'_n = U_0 + U_1 + U_2 + \dots + U_n \quad \text{و} \quad S_n = V_0 + V_1 + V_2 + \dots + V_n$$

التمرين الثاني : (04 قطة)

C, B, A ثلاث صناديق حيث :

- A يحتوي علي ثلاث كرات حمراء وخمسة سوداء
- B يحتوي علي كرتين حمراوين وكرة سوداء
- C يحتوي علي كرتين حمراوين وثلاثة سوداء
- نأخذ عشوائيا احد الصناديق و نسحب منه كرة واحدة .
- 1/ شكل شجرة الإمكانيات .
- 2/ احسب احتمال سحب كرة حمراء.
- 3/ إذا كانت الكرة المسحوبة حمراء ، ما احتمال أن تكون من الصندوق A .
- 4/ أراد شخص أن يشارك في اللعبة التالية :
- نسحب كرة من الصندوق A
- الحصول على كرة حمراء يعطي ربح $50DA$.
- الحصول على كرة سوداء يعطي خسارة $35DA$.
- أ- عرف قانون الاحتمال .
- ب- احسب الأمل الرياضي .
- ج- هل للمشاركة حظ في الربح.

التمرين الثالث : (04 قطة)

يمثل الجدول التالي مبيعات شركة ENIEM للآلات الكهرومنزلية خلال 6 سنوات

السنة	1996	1997	1998	1999	2000	2001
رتبة السنة	1	2	3	4	5	6
عدد المبيعات	623	712	785	860	964	1073

- 1/ مثل في معلم متعامد مبدؤه $O(0,600)$ سحابة النقط $M_i(x_i; y_i)$ حيث 2cm لكل رتبة على محور الفواصل و 1cm لكل 50 آلة على محور الترتيب
- 2/ عين احداثي النقطة المتوسطة G
- 3 / اكتب معادلة (Δ) مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا
- 4 / مثل G و (Δ) في المعلم السابق
- 5 -/ أرسم المستقيم الذي معادلته $y = 88.029x + 528.067$
- باستعمال المستقيم السابق كتعديل خطي للسلسلة حدد عدد الآلات المتوقع بيعها سنة 2009

التمرين الرابع : (07 قطة)

- لتكن الدالة العددية f المعرفة $]-\infty; -1[\cup]1; +\infty[$ على كما يلي $f(x) = x + \ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)$
- و (C_f) المنحنى الممثل لها في مستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$
- 1 / أحسب نهايات الدالة f عند حدود مجموعة تعريفها.
 - 2 / أ- تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]-\infty; -1[\cup]1; +\infty[$ فإن: $f'(x) = \frac{x^2 - 3}{x^2 - 1}$
 ب- أدرس إشارة $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .
 - 3 / أ- بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f)
 ب- أدرس إشارة $\ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)$ مع العلم أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]-\infty; -1[\cup]1; +\infty[$ فإن: $\left(\frac{x+1}{x-1} = 1 + \frac{2}{x-1}\right)$
 - ج- إستنتج الوضعية النسبية للمنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ)
 - 4 / أنشئ المستقيمات المقاربة و (C_f) (يعطى $\sqrt{3} \approx 1.7$ و $f(\sqrt{3}) = 3$ و $f(-\sqrt{3}) = -3$)
 - 5 / لتكن الدالة العددية F المعرفة $]-\infty; -1[\cup]1; +\infty[$ حيث: $F(x) = (x+1)\ln(x+1) - (x-1)\ln(x-1)$
 أ- تحقق أن F دالة أصلية للدالة $\ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)$ على المجال $]-\infty; -1[\cup]1; +\infty[$
 ب- أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) و المستقيمين اللذين معادليهما $x = 2$ و $x = 4$

- الموضوع الثاني -

التمرين الأول : (04 قـطـ)

- نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على N كما يلي : $u_0 = 1$ و $u_{n+1} = \frac{1}{2}(u_n + \sim)$
- 1/ عين قيمة $\sim$ التي من أجلها تكون (u_n) متتالية ثابتة .
- 2/ نضع $\sim = -1$.
- نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $v_n = u_n + 1$
- أ- بين أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول .
- ب- أكتب v_n بدلالة n ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n .
- ج - بين أن المتتالية (u_n) متقاربة ثم عين نهايتها .
- د- أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$

التمرين الثاني : (05 قـطـ)

الجدول التالي يمثل تطور نسبة النجاح في ثانوية ما بين السنوات 2002 - 2007

السنوات	2002	2003	2004	2005	2006	2007
ترتيب السنوات	1	2	3	4	5	6
النسبة المئوية	25	27	30	31	37	51

- 1/ مثل سحابة النقط $M_i(x_i, y_i)$ في معلم متعامد حيث $1cm$ لكل سنة على محور الفواصل و $1cm$ لكل 5% على محور الترتيب .
- 2/ احسب إحداثي النقطة المتوسطة G .
- 3/ أ- بين أن المعادلة المختصرة لـ (Δ) مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا لهذه السلسلة هي : $y = 4.6x + 1.74$ ثم مثله .
- ب- ما هي نسبة النجاح المتوقعة لسنة 2009 لهذه الثانوية .

التمرين الثالث : (04 قـطـ)

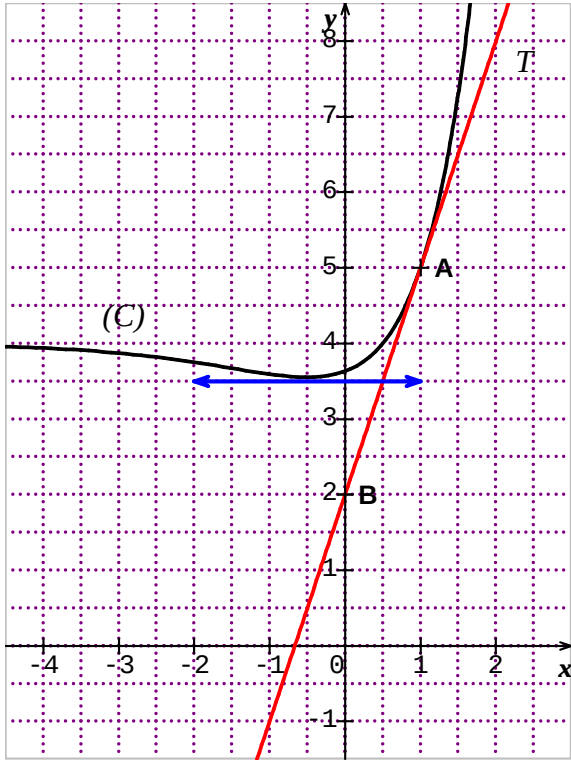
- من أجل كل عدد حقيقي x نضع : $P(x) = x^3 - 6x^2 + 3x + 10$
- 1/ أحسب $P(2)$ ثم عين العددين الحقيقيين a و b حيث من أجل كل عدد حقيقي x فإن :
- $$P(x) = (x - 2)(x^2 + ax + b)$$
- 2/ حل في R المعادلة $P(x) = 0$
- 3/ حل في R كل من المعادلات التالية :
- $$\ln(x^3 - 2x^2 + 4) - \ln(4x^2 - 3x - 6) = 0$$
- $$e^{3x} - 6e^{2x} + 3e^x + 10 = 0$$
- $$2^{3x} - 6 \times 2^{2x} + 3 \times 2^x + 10 = 0$$

التمرين الرابع : (07 قسط)

f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي $f(x) = (ax + b)e^{x-1} + c$ و (C_f) تمثيلها البياني كما هو مبين في الشكل المقابل حيث (C_f) يقبل مماس (T) عند النقطة $A(1;5)$ ويشمل النقطة $B(0;2)$ ويقبل مماس آخر يوازي محور الفواصل عند النقطة ذات الفاصلة $-\frac{1}{2}$

جزء A : (1) حدد قيم $f(1)$; $f'(-\frac{1}{2})$; $f'(1)$ ثم أكتب معادلة (T)

(2) أحسب $f'(x)$ ثم عين الأعداد الحقيقية $c; b; a$



جزء B : نعتبر فيما يلي الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$

$$f(x) = (2x - 1)e^{x-1} + 4$$

(1) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(2) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن

$$f(x) = \frac{2}{e}xe^x - \frac{1}{e}e^x + 4$$

(3) استنتج $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ثم فسر النتيجة بيانيا

(4) أحسب $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات f

(5) استنتج إشارة f على $\mathbb{R}$ ثم بين أن المعادلة $f(x) = 6$ تقبل حل وحيد $\sim$ ينتمي للمجال $[1; 2]$

(6) ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد

$$2x - 1 = \frac{m - 4}{e^{x-1}}$$

جزء C : نعتبر الدالة F المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $F(x) = (2x - 3)e^{x-1} + 4x$ و (Γ) تمثيلها البياني

(1) أحسب $F'(x)$ ماذا نقول عندئذ عن الدالة F

(2) استنتج اتجاه تغير F دون دراسة ثم برر أن (Γ) لا يقبل مماسات موازية لمحور الفواصل.