

التمرين الأول (4 نقاط)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بما يلي : $u_0 = 1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = \sqrt{2u_n + 3}$

① نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $[0, 3]$ بما يلي : $f(x) = \sqrt{2x + 3}$

أدرس اتجاه تغير الدالة f على المجال $[0, 3]$ وشكل جدول تغيراتها

بين أنه إذا كان $x \in [0, 3]$ فإن $f(x) \in [0, 3]$

② باستعمال المحنى (C_f) الممثل للدالة f والمستقيم $(\Delta) : y = x$

مثل الحدود الأربعة الأولى للمتتالية (u_n)

ما هو تخمينك لإتجاه تغير المتتالية (u_n) ؟

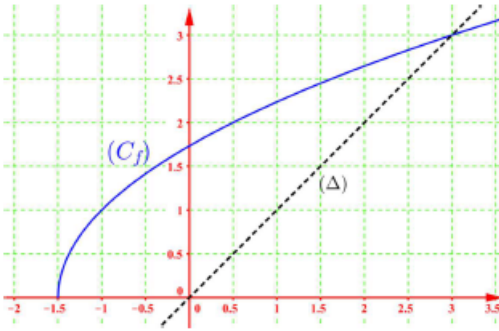
③ برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $0 \leq u_n \leq 3$

أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n)

إستنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة

④ بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $0 \leq 3 - u_{n+1} \leq \frac{2}{3}(3 - u_n)$

استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $0 \leq 3 - u_n \leq 2 \times \left(\frac{2}{3}\right)^n$ ثم أحسب $\lim U_n$



التمرين الثاني (4 نقاط)

نعتبر كثير الحدود $P(Z)$ للمتغير المركب Z حيث : $P(Z) = Z^3 - 15Z^2 + 81Z - 175$

① أحسب $p(7)$ ثم حل $p(Z)$ الى جداء عاملين

② حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة : $P(Z) = 0$

③ في المستوي المركب المنسوب الى M م M م $(\vec{O}; \vec{U}; \vec{V})$ نعتبر النقط A, B, C التي لواحقتها:

$$Z_C = 7, Z_B = 4 + 3i, Z_A = 4 - 3i$$

أ- علم النقط A, B, C

ب- تحقق أن : $Z_A - Z_C = i(Z_B - Z_C)$ ثم استنتج طبيعة المثلث ABC

④ ليكن R الدوران الذي مركزه Ω ودو اللاحقة $Z_\Omega = 4$ ويحول النقطة C الى B

أ- أكتب العبارة المركبة للدوران R

ب- أوجد Z_D للاحقة النقطة D صورة النقطة B بالدوران R ثم علمها في المعلم السابق

ج- ما طبيعة الرباعي $ACBD$

⑤ عين (γ) مجموعة النقط M دات اللاحقة Z حتى يكون $\frac{Z - Z_B}{Z - Z_C}$ تخيليا صرفا موجبا ثم أنشئها

⑥ أنشئ (σ) صورة (γ) بالدوران R

التمرين الثالث (6 نقاط)

يحتوي كيس U_1 على ثمانية كريات ثلاث منها تحمل الرقم 2 والبقية تحمل الرقم 3 يحتوي كيس U_2 على عشر كريات من بينها خمسة كريات حمراء تحمل الارقام 1,1,3,3,3 وأربعة بيضاء تحمل الارقام 1,1,2,2 وكرة خضراء واحدة تحمل الرقم 1 ويحتوي كيس U_3 على تسعة كريات منها أربعة حمراء تحمل الارقام 1,2,2,3 وثلاثة بيضاء تحمل الارقام 1,2,3 وكرتين خضراويتين تحملان الرقمين 3,3 جميع الكريات لانفرد بينها باللمس

① نسحب كرية واحدة من الكيس U_1 اذا كان رقمها 2 فاننا نسحب ثلاث كريات على التوالي دون ارجاع من الكيس U_2 أما اذا كان رقمها 3 فنسحب ثلاث كريات على التوالي مع الارجاع من الكيس U_3
أ- أحسب احتمال الحوادث التالية : A "الحصول على ثلاث كريات من نفس اللون " B "الحصول على ثلاث كريات تحمل ألوان العلم الوطني " C "الحصول على ثلاث كريات من لونين فقط "

ب- اذا علمت أن الكريات الثلاث المسحوبة من نفس اللون فما احتمال أن تكون من الكيس U_3
② نفرغ جميع كريات الكيس U_3 في الكيس U_2 ثم نسحب من الكيس U_2 ثلاث كريات في ان واحد وليكن المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب مجموع الأرقام المحصل عليها
أ- عين قانون احتمال المتغير العشوائي X ب- أحسب كل من $\sigma(X)$; $V(X)$; $E(X)$

التمرين الرابع (6 نقاط)

الجزء الأول

g الدالة المعرفة على المجال $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = e^{-x} + x - 1$

- ① أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها
- ② بين انه من أجل كل $x \in \mathbb{R}$: $g(x) \geq 0$ ثم استنتج أن : $e^{-x} + x \geq 1$

الجزء الثاني

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = \frac{x}{e^{-x} + x}$ ، وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

- ① تحقق أنه من أجل كل $x \in \mathbb{R}$: $f(x) = \frac{1}{1 + \frac{1}{xe^x}}$
- ② أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ثم فسر النتائج بيانيا
- ③ أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = \frac{e^{-x}(1+x)}{(e^{-x} + x)^2}$
ب- أدرس إشارة $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيراتها
- ④ أ- أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة O
ب- تحقق أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $x - f(x) = \frac{xg(x)}{g(x) + 1}$ ثم استنتج إشارة $x - f(x)$
- ج- أستنتج الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) دا المعادلة $y = x$
- ⑤ أنشئ (Δ) و (C_f)
- ⑥ ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة $\frac{xe^x}{xe^x + 1} - 1 = m$