

ثانوية: الراحل علي كافي

السنة الدراسية: 2021/2022

المدة: 2 ساعة

المستوى: 2 عيج 2 تر

ميدان التعلم: الحساب

المحور: الإحصاء والإحتمالات

الموضوع: الإحتمالات

المكتسبات القبلية: التواتر الوسط الحسابي

الكفاءة المستهدفة: ممارسة الحساب الإحتمالي على فضاء إحتال منته -تذكير بمحاكاة تجربة عشوائية بسيطة إبراز مفهوم ميل التواترات نحو الإستقرار من خلال أمثلة متنوعة

المراحل	سير الدرس	ملاحظات																																																																																																													
الإطلاق	نشاط: I أكتب على 6 قصاصات متماثلة الأرقام من 1 إلى 6 ثم اطوها جيدا ،أ سحب واحدة تلو الأخرى 10 مرات وفي كل مرة سجل الرقم الذي تحصلت عليه مع إعادة القصاصة المسحوبة في كل مرة أحسب تواتر كل نتيجة (، نأخذ نتائج 10 تلاميذ) ونحسب التواتر لـ 3 عينات أنشئ مضلع التواترات لـ 3 عينات أحسب الوسط الحسابي لكل عينة من العينات الثلاث السابقة II ندمج نتائج العينات العشر 10 مع بعض فنحصل على عينة مقاسها 100 أكمل الجدول التالي: <table><tr><td>النتائج</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td>التكرار</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td>التواتر</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table>	النتائج										التكرار										التواتر																																																																																									
	النتائج																																																																																																														
	التكرار																																																																																																														
التواتر																																																																																																															
ملاحظة 1:	النتائج الممكنة لهذه التجربة هي: {1; 2; 3; 4; 5; 6} لا يمكننا توقع الرقم الذي سنسحبه																																																																																																														
	<table><tr><td>العينة 1</td><td>3</td><td>6</td><td>6</td><td>2</td><td>2</td><td>6</td><td>3</td><td>2</td><td>3</td><td>2</td></tr><tr><td>العينة 2</td><td>3</td><td>3</td><td>4</td><td>4</td><td>2</td><td>6</td><td>3</td><td>4</td><td>1</td><td>3</td></tr><tr><td>العينة 3</td><td>3</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>1</td><td>2</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>5</td></tr><tr><td>العينة 4</td><td>4</td><td>2</td><td>4</td><td>6</td><td>6</td><td>2</td><td>1</td><td>6</td><td>5</td><td>1</td></tr><tr><td>العينة 5</td><td>5</td><td>1</td><td>6</td><td>6</td><td>4</td><td>1</td><td>3</td><td>2</td><td>4</td><td>2</td></tr><tr><td>العينة 6</td><td>6</td><td>6</td><td>1</td><td>4</td><td>5</td><td>4</td><td>1</td><td>3</td><td>3</td><td>4</td></tr><tr><td>العينة 7</td><td>1</td><td>2</td><td>4</td><td>1</td><td>1</td><td>4</td><td>2</td><td>6</td><td>6</td><td>6</td></tr><tr><td>العينة 8</td><td>2</td><td>4</td><td>5</td><td>2</td><td>2</td><td>1</td><td>4</td><td>6</td><td>2</td><td>4</td></tr><tr><td>العينة 9</td><td>1</td><td>3</td><td>1</td><td>5</td><td>6</td><td>6</td><td>3</td><td>6</td><td>1</td><td>5</td></tr><tr><td>العينة 10</td><td>3</td><td>5</td><td>6</td><td>3</td><td>3</td><td>1</td><td>2</td><td>4</td><td>1</td><td>5</td></tr></table>	العينة 1	3	6	6	2	2	6	3	2	3	2	العينة 2	3	3	4	4	2	6	3	4	1	3	العينة 3	3	3	4	5	1	2	1	1	1	5	العينة 4	4	2	4	6	6	2	1	6	5	1	العينة 5	5	1	6	6	4	1	3	2	4	2	العينة 6	6	6	1	4	5	4	1	3	3	4	العينة 7	1	2	4	1	1	4	2	6	6	6	العينة 8	2	4	5	2	2	1	4	6	2	4	العينة 9	1	3	1	5	6	6	3	6	1	5	العينة 10	3	5	6	3	3	1	2	4	1	5
العينة 1	3	6	6	2	2	6	3	2	3	2																																																																																																					
العينة 2	3	3	4	4	2	6	3	4	1	3																																																																																																					
العينة 3	3	3	4	5	1	2	1	1	1	5																																																																																																					
العينة 4	4	2	4	6	6	2	1	6	5	1																																																																																																					
العينة 5	5	1	6	6	4	1	3	2	4	2																																																																																																					
العينة 6	6	6	1	4	5	4	1	3	3	4																																																																																																					
العينة 7	1	2	4	1	1	4	2	6	6	6																																																																																																					
العينة 8	2	4	5	2	2	1	4	6	2	4																																																																																																					
العينة 9	1	3	1	5	6	6	3	6	1	5																																																																																																					
العينة 10	3	5	6	3	3	1	2	4	1	5																																																																																																					
مناقشة النشاط																																																																																																															

ملاحظة 2:

عند ملاحظة النتائج يتبين لنا ببساطة تذبذبها من عينة إلى أخرى وبالتالي فإن كل ما يمكن قوله أن حظوظ ظهور كل رقم تتراوح بين 0,1 و 0,4

النتائج	1	2	3	4	5	6
العينة 1	0,4	0,1	0,2	0,1	0,2	0
العينة 2	0,2	0,2	0	0,2	0,1	0,3
العينة 3	0,2	0,1	0,3	0,1	0,2	0,1

ملاحظة 3:

أنجزنا نفس التجربة في نفس الظروف ولم نتحصل على نفس النتائج تسمى هذه الظاهرة بـ: **تذبذب العينات نظريا**: كل النتائج لها نفس حظ الظهور لكن التجربة أعطت خلاف ذلك

حساب الوسط الحسابي لكل عينة:

$$\overline{X_1} = 1 \times 0.1 + 2 \times 0.1 + 3 \times 0.2 + 4 \times 0.1 + 5 \times 0.2 + 6 \times 0 = 2.6$$

$$\overline{X_2} = 4.7$$

$$\overline{X_3} = 3.3$$

تمة الجدول:

النتائج	1	2	3	4	5	6
التكرار	20	17	17	17	11	18
التواتر	0,2	0,17	0,17	0,17	0,11	0,2

ملاحظة 4:

نلاحظ أن التواترات تميل نحو الإستقرار في القيمة 0,17

مفهوم التجربة العشوائية:

هي كل تجربة تتوزع فيها مجموعة نتائجها مسبقا دون الجزم بإحداها

مثال:

رمي زهرة نرد سداسي الأوجه مرقمة من 1 إلى 6 وتسجيل الرقم الظاهر على الوجه العلوي
-لا يمكن الجزم بالحصول على الرقم 1 في الرمية الأولى
-لا يمكن الجزم بالحصول على الرقم 2 في الرمية الثانية
إذن فهي تجربة عشوائية

ملاحظة:

نرمز لمجموعة النتائج الممكنة بـ Ω ونسميها **مجموعة الإمكانيات** الممكنة أو 'الخارج'
كل عنصر من Ω يسمى **إمكانية أو حادث**

خاصية: قانون الأعداد الكبرى: lois des grandes nombres:

إذا أعدنا تجربة ما في نفس الشروط k مرة فإنه كلما كان k إقترب تواتر كل مخرج من مخارجها أكثر نحو إحتمال تحقق هذا المخرج عندما نجري التجربة مرة واحدة أي

♦ توزيع التواترات للسلاسل ذات المقاس n تميل للاستقرار نحو قيمة ثابتة p كلما كان n كبيرا أي: $f_i \simeq p_i$.

البناء
والترسيخ

المستوى: 2 عيج 2 تر

ميدان التعلم: الحساب

المحور: الإحصاء والإحتمالات

الموضوع: الإحتمالات

ثانوية: الرئيس الراحل علي كافي

السنة الدراسية: 2022/2021

المدة: 3 ساعة

المكتسبات القبلية: التواتر الوسط الحسابي

الكفاءة المستهدفة: ممارسة الحساب الإحتمالي على فضاء إحتال منته-وصف تجربة عشوائية بسيطة عدد النتائج فيها منته-نمذجة بعض الوضعيات البسيطة

ملاحظات	سير الدرس	المراحل
	نشاط: ضع في كيس 10 كرات مرقمة من 21 إلى 30 نسحب عشوائيا كرة واحدة ونسجل رقمها 1- عين مجموعة النتائج الممكنة Ω 2- عين مجموعة إمكانيات كلا من الحادثتين التاليتين: أ- 'A' الرقم المسجل على الكرة المسحوبة مضاعف للعدد 3 ب- 'B' الرقم المسجل على الكرة المسحوبة مضاعف للعدد 4 ج- 'C' الرقم المسجل على الكرة المسحوبة يساوي العدد 12 ج- عين مجموعة الإمكانيات لكل من الحادثتين: أ- الرقم المسجل على الكرة المسحوبة مضاعف للعدد 3 و 4 في آن واحد ب- الرقم المسجل على الكرة المسحوبة مضاعف للعدد 3 أو 4 الحل: مجموعة الإمكانيات الممكنة: $\Omega = \{21; 22; 23; 24; 25; 26; 27; 28; 29; 30\}$ حادثة ظهور رقم مضاعف للعدد 3: $A = \{21; 24; 27; 30\}$ حادثة ظهور رقم مضاعف للعدد 4: $B = \{24; 28\}$ حادثة ظهور الرقم 12: $C = \emptyset$ حادثة ظهور رقم مضاعف للعدد 3 و 4 في آن واحد: $A \cap B = \{24\}$ حادثة ظهور رقم مضاعف لـ 3 أو 4: $A \cup B = \{21; 24; 27; 28; 30\}$ مفهوم الحادثة: نسمي حادثة كل مجموعة جزئية من مجموعة الإمكانيات Ω أمثلة: رمي قطعة نقدية	الإطلاق

$$\Omega = \{P; F\}$$

الحوادث الممكنة هي: $\{P\}; \{F\}; \emptyset; \{P; F\}$

أنماط الحوادث:

البناء
والترسيخ

الحادث المستحيل: هو الحادث الذي سستحيل وقوعه ونرمز له بالرمز $\emptyset$

الحادث البسيط: هو الحادث الذي يحتوي على نتيجة واحدة

مثال: رمي قطعة نقدية حادثة ظهور وجه $\{F\}$ حادث بسيط

الحادث المركب: هو الحادث الذي يحتوي على الأقل على نتيجتين

مثال: رمي زهرة نرد غير مزيف مرقمة من 1 إلى 6

حادثة ظهور رقم مضاف للعدد 3 على الوجه العلوي $\{3; 6\}$ حادث مركب

حادثة ظهور رقم زوجي على الوجه العلوي $\{2; 4; 6\}$ هي حادث مركب

الحادثة العكسية: إذا كانت A حادثة يسمى الحادث المرموز له $\bar{A}$ الحادث العكسي للحادثة A ويطلق عليه أيض متممة A

حيث: $\bar{A} = \Omega / A$

مثال: نرmi زهرة نرد غير مزيف ونسجل الرقم الظاهر على الوجه العلوي

$$\bar{A} = \Omega / A$$

A هي حادثة ظهور رقم زوجي ومنه $\bar{A} = \{1; 3; 5\}$

الحادث $A \cap B$: هو الحادث الذي يقع بوقوع A و B معاً:

الحادث $A \cup B$: هو الحادث الذي يقع بوقوع A أو B

الكتابة $A \subset B$ تعني وقوع الحادث A يستلزمه وقوع الحادث B

نشاط:

الإطلاق

كيس به 14 كرية لا نميز بينها باللمس منها 5 كرات بيضاء و 3 سوداء و 6 حمراء

أحسب تواتر الحصول على لون أبيض ثم تواتر الحصول على لون أحمر ثم تواتر الحصول على لون أسود

الحل:

$$\Omega = \{B_1; B_2; B_3; B_4; B_5; N_1; N_2; N_3; R_1; R_2; R_3; R_4; R_5; R_6\}$$

تواتر الحصول على كرة بيضاء:

$$f_1 = \frac{5}{14}$$

تواتر الحصول على كرة سوداء:

$$f_2 = \frac{3}{14}$$

تواتر الحصول على كرة حمراء:

$$f_3 = \frac{6}{14}$$

ملاحظة:

$$f_1 + f_2 + f_3 = 1$$

تعريف:

لتكن Ω مجموعة النتائج الممكنة و $P(\Omega)$ مجموعة الحوادث، نسمي احتمالا على Ω كل تطبيق P لمجموعة من الحوادث في

$$P(A) = \frac{\text{card}A}{\text{card}\Omega} \text{ : يحقق مايلي}$$

$\text{card}A$: عدد عناصر المجموعة A

$\text{card}\Omega$: عدد عناصر Ω

$$0 \leq P(A) \leq 1 \text{ فإن كل حادثة } A$$

$$P(\emptyset) = 0 \text{ و } P(\Omega) = 1$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \text{ : إذا كانت } A \text{ و } B \text{ حادثتين كيفيتين فإن}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) \text{ فإن } (A \cap B = \emptyset) \text{ حادثتين غير متلائمتين}$$

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) \text{ حيث } \bar{A} \text{ الحادثة العكسية للحادثة } A$$

$$P(A) \leq P(B) \text{ فإن } (A \subset B) \text{ الحادثة } A \text{ جزءا من الحادثة } B$$

تطبيق:

نعتبر تجربة سحب رقم من علبة تحتوي على الأرقام 1; 2; 3; 4; 5; 6

ونسجل الرقم المسحوب في كل مرة، لتكن الحوادث التالية:

"A" حادثة ظهور رقم أكبر من 5

"B" حادثة سحب رقم أصغر من 6

"C" حادثة سحب رقم زوجي

1- عين عناصر Ω

2- عين الحوادث : $\bar{A} \cup \bar{B}; \bar{A} \cup B; \bar{B}; \bar{A}; A \cup B; A \cap B; C; B; A$

3- أحسب احتمال كل حادثة من الحوادث المذكورة في السؤال 2

الحل:

$$\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$$

$$A = \{4; 5; 6\}; \bar{A} = \{1; 2; 3\}$$

$$B = \{1; 2; 3; 4; 5\}; \bar{B} = \{6\}$$

$$C = \{2; 4; 6\}$$

$$A \cup B = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$$

$$A \cap B = \{4; 5\}$$

$$\overline{A \cup B} = \emptyset$$

$$\bar{A} \cup \bar{B} = \{1; 2; 3; 6\}$$

حساب احتمال كل حادثة من الحوادث السابقة:

$$P(A) = \frac{1}{2};$$

$$P(B) = \frac{5}{6};$$

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) = \frac{1}{2}$$

$$P(\bar{B}) = 1 - P(B) = \frac{1}{6}$$

$$P(A \cap B) = \frac{1}{3}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A \cap B) = 1$$

$$P(\overline{A \cup B}) = P(\phi) = 0$$

$$P(\bar{A} \cup \bar{B}) = \frac{2}{3}$$

بناء

قانون الإحتمال:

لتكن Ω مجموعة ذات n إمكانية لتجربة عشوائية $\Omega = \{x_1; x_2; \dots; x_i; \dots; x_n\}$ يعرف قانون إحتمال P على E بإرفاق كل إمكانية x_i بعدد موجب P_i حيث مجموع الأعداد P_i يساوي 1 $\sum_{i=1}^n P_i = 1; P_i \leq 1$

x_1	x_2	...	x_n
P_1	P_2	...	P_n

هذا الجدول يسمى قانون الإحتمال

إذا كان $P_1 = P_2 = P_3 = \dots = P_n = \alpha$ فإن $n\alpha = 1$ ومنه $\alpha = \frac{1}{n}$

ملاحظة: نقول عن تجربة أنها متساوية الإحتمال عندما يكون لكل الحوادث الأولية نفس الإحتمال ونقول قانون الإحتمال متساوي التوزيع

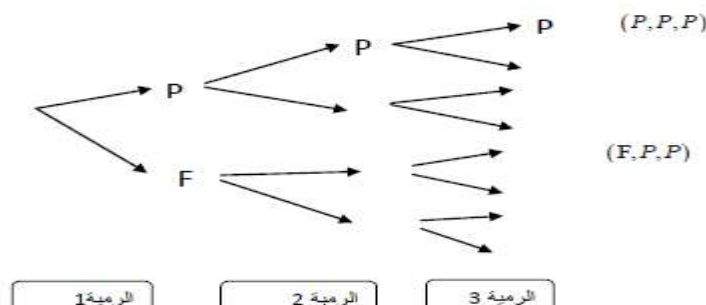
مثال: رمي زهرة نرد متوازنة بما أن الحوادث الأولية لها نفس حظوظ الظهور فإن:

$$P(\{1\}) = P(\{2\}) = P(\{3\}) = P(\{4\}) = P(\{5\}) = P(\{6\}) = \frac{1}{6}$$

إستثمار

تمرين:

في تجربة عشوائية نرمي قطعة نقدية ثلاث مرات متتالية ونسجل الوجه العلوي في كل مرة نرمز إلى الوجه بـ F وللظهر بـ P لتكن النتائج كما هو موضح أدناه:

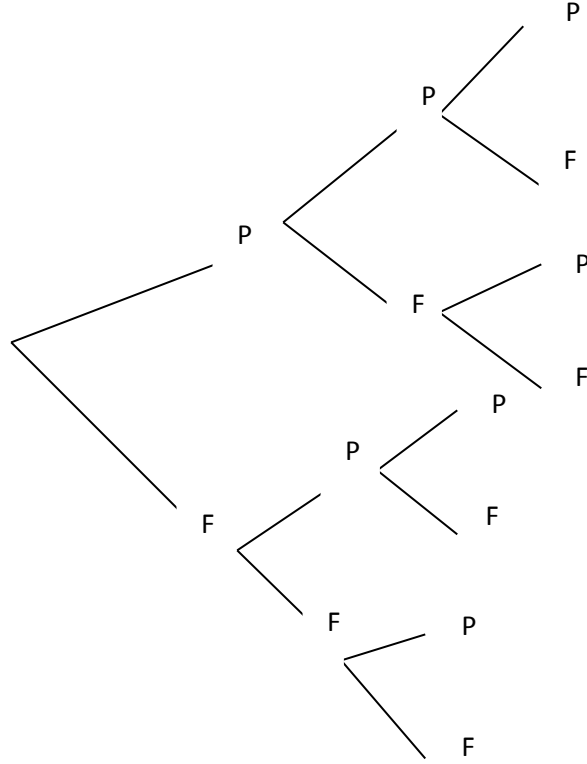


1-أكمل الخطط (يسمى هذا الخطط **بشجرة الإمكانيات**)

2-ماهي مجموعة الامكانيات Ω

3-عين الحدث A ظهور وجهين وظهور

الحل:



مجموعة الامكانيات هي :

$$\Omega = \{(P, P, P), (P, P, F), (P, F, P), (P, F, F), (F, P, P), (F, P, F), (F, F, P), (F, F, F)\}$$

$$A = \{(P, F, F), (F, P, F), (F, F, P)\} : \text{الحدث } A$$

تمرين:

زهرتي نرد غير مزيفتين أوجه كل منهما مرقمة من 1 إلى 6 أحدهما خضراء والأخرى حمراء، نرمي كل منهما في آن واحد ثم نسجل

الرقم الظاهر على الوجه العلوي لكل منهما

1-عين مجموعة الإمكانيات الممكنة Ω

2-عين قانون احتمال التجربة

3-أحسب احتمال الحصول على رقمين متساويين

4-أحسب احتمال أن يكون الرقم الظاهر على زهرة النرد الخضراء أكبر من الرقم الظاهر على زهرة النرد الحمراء

الحل:

لتكن مجموعة الإمكانيات Ω هي مجموعة الثنائيات المرتبة $(a; b)$ حيث: $1 \leq a \leq 6; 1 \leq b \leq 6$

مجموعة الإمكانيات الممكنة موضحة في الجدول أدناه:

V \ R	1	2	3	4	5	6
1	(1;1)	(1;2)	(1;3)	(1;4)	(1;5)	(1;6)
2	(2;1)	(2;2)	(2;3)	(2;4)	(2;5)	(2;6)
3	(3;1)	(3;2)	(3;3)	(3;4)	(3;5)	(3;6)
4	(4;1)	(4;2)	(4;3)	(4;4)	(4;5)	(4;6)
5	(5;1)	(5;2)	(5;3)	(5;4)	(5;5)	(5;6)
6	(6;1)	(6;2)	(6;3)	(6;4)	(6;5)	(6;6)

ومنه $card\Omega = 36$ حيث إحتمال كل مخرج هو $\frac{1}{36}$ هنا قانون الإحتمال متساوي التوزيع وإحتمال كل مخرج يساوي $\frac{1}{36}$

حادثة ظهور رقمين متساويين:

$$A = \{(1;1); (2;2); (3;3); (4;4); (5;5); (6;6)\}$$

$$P(A) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6} \text{ ومنه:}$$

حادثة ظهور رقم أخضر أكبر تماماً من الرقم الأحمر:

$$B = \{(4;3); (5;2); (5;3); (5;4); (6;2); (6;3); (6;4); (6;5); (2;1); (3;1); (4;1); (5;1); (6;1); (3;2); (4;2)\}$$

إحتمال الحادثة B :

$$P(B) = \frac{15}{36}$$

$$P(B) = \frac{5}{12}$$

يمكن التدرب أكثر على تمارين الكتاب المدرسي ص 390 و 391

ثانوية: الرئيس الراحل علي كافي

السنة الدراسية: 2022/2021

المدة: 3 ساعة

المستوى: 2 عيج 2 تر

ميدان التعلم: الحساب

المحور: الإحصاء والاحتمالات

الموضوع: الاحتمالات

المكتسبات القبلية: مجموعة الإمكانيات الممكنة لتجربة عشوائية- حساب احتمال حادثة- قانون احتمال

الكفاءة المستهدفة: ممارسة الحساب الإحتمالي على فضاء احتمال منته- حساب الأمل الرياضي- التباين - الانحراف المعياري لمتغير عشوائي

ملاحظات

سير الدرس

المراحل

المتغير العشوائي:

ليكن الفضاء E حيث: $E = \{x_1; x_2; \dots; x_n\}$ نسمي متغيرا عشوائيا كل دالة معرفة على E لتكن $\{t_1; t_2; t_3; \dots; t_k\}$ مجموعة صور عناصر E بالدالة T حيث: $k \leq n$ نرمز بـ: $(T = t_i)$ للحادثة المكونة من الإمكانيات التي صورها t_i حيث: $1 \leq i \leq k$ فيكون قانون الاحتمال:

القيم	t_1	t_2	...	t_k
الاحتمال	$P(T = t_1)$	$P(T = t_2)$	...	$P(T = t_k)$

مثال:

يحتوي كيس على 5 كرات مرقمة من 1 إلى 5 نسحب في آن واحد كرتين ونفرض أن جميع السحبات متساوية الاحتمال

ليكن T المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب مجموع الرقمين الناتجينسأهي قيم المتغير العشوائي T ثم عين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي T

الحل:

السحبات الممكنة:

 $\{(1;2); (1;3); (1;4); (1;5); (2;3); (2;4); (2;5); (3;4); (3;5); (4;5)\}$

وعددها 10 وعليه: عند سحب كرتين مجموع الرقمين هو أحد هذه الأعداد: 3,4,5,6,7,8,9

إذن: $T = \{3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$

$$P(T = 3) = \frac{1}{10}; P(T = 4) = \frac{1}{10}; P(T = 5) = \frac{2}{10}$$

$$P(T = 6) = \frac{2}{10}; P(T = 7) = \frac{2}{10}; P(T = 8) = \frac{1}{10} \text{ ومنه: } P(T = 9) = \frac{1}{10}$$

$$P(T = 9) = \frac{1}{10}$$

ويكون قانون الاحتمال للمتغير العشوائي T كما يلي:

T	3	4	5	6	7	8	9
$P(T)$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$

الأمل الرياضي:

معارف

$$E = \sum_{i=1}^k t_i P_i \text{ نضع } P(T = t_i) = P_i \text{ نجد الأمل الرياضي كما يلي}$$

في المثال السابق لدينا:

$$E = 3 \times \frac{1}{10} + 4 \times \frac{1}{10} + 5 \times \frac{2}{10} + 6 \times \frac{2}{10} + 7 \times \frac{2}{10} + 8 \times \frac{1}{10} + 9 \times \frac{1}{10} = 6$$

التباين:

$$V(t) = \sum_{i=1}^n (t_i - E(t))^2 p_i$$

في المثال السابق:

$$V = \frac{1}{10}(3-6)^2 + \frac{1}{10}(4-6)^2 + \frac{2}{10}(5-6)^2 + \frac{2}{10}(6-6)^2 + \frac{2}{10}(7-6)^2 + \frac{1}{10}(8-6)^2 + \frac{1}{10}(9-6)^2 = 2.8$$

الانحراف المعياري:

$$\sigma(T) = \sqrt{V(T)}$$

في المثال السابق:

$$\sigma(T) = \sqrt{V(T)} = 1.67$$

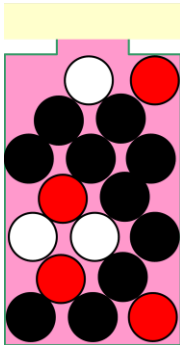
تمرين:

إعادة
إستثمار
وترخيص

يحتوي كيس على 3 كرات بيضاء ، 4 كرات حمراء و 10 كرات سوداء لا نميز بينها باللمس .
تُسحب عشوائيا كرية من الصندوق فيربح الساحب دينارا واحدا إذا كانت الكرية سوداء ،
يربح ثلاثة دنانير إذا كانت حمراء و عشرة دنانير إذا كانت الكرية بيضاء .

نعرف المتغير العشوائي X الذي يأخذ قيمة الربح المحتمل في اللعبة

- 1- عين القيم الممكنة للمتغير X
- 2- عَرِّف قانون الاحتمال للمتغير X
- 3- أحسب الأمل الرياضي للمتغير X
- 4- أحسب الانحراف المعياري للمتغير X



- قيم X الممكنة هي : 1 ، 3 ، 10

2- الحادثة "X=1" هي " سحب كرية سوداء " عدد الكرات السوداء 10 و عدد كل الكرات 17

$$\text{ومنه } P(X=1) = \frac{10}{17} \text{ (حالة تساوي احتمال)}$$

$$\text{بنفس الطريقة نجد : } P(X=3) = \frac{4}{17} \text{ و } P(X=10) = \frac{3}{17}$$

تجمع النتائج في الجدول التالي :

X_i	1	3	10
$P(X = X_i)$	$\frac{10}{17}$	$\frac{4}{17}$	$\frac{3}{17}$

$$E(X) = \frac{10}{17} + 3 \times \frac{4}{17} + 10 \times \frac{3}{17} = \frac{52}{17} \approx 3,06 \quad -3$$

$$V(X) = 1^2 \times \frac{10}{17} + 3^2 \times \frac{4}{17} + 10^2 \times \frac{3}{17} - \left(\frac{52}{17}\right)^2 = \frac{3178}{289} \quad -4$$

و بالتالي : $\sigma(X) = \frac{\sqrt{3178}}{17} \approx 3,32$

مسألة:

يحتوي صندوق على 90 كرة حيث :

للألوان الكريات هي : الأحمر ، الأسود و الأبيض .

لل30 كرة على الأقل حمراء .

للعدد الكريات الحمراء و السوداء معا هو 60 على الأقل

يشارك شخص في لعبتين و قبل البدء في أية لعبة يُخَيَّر بين قاعدتين :

اللعبة الثانية

يسحب اللاعب كرة واحدة و حسب لونها

و القاعدة المختارة يربح اللاعب :

	كرة حمراء	كرة بيضاء	كرة سوداء
القاعدة C	100DA	0 DA	100 DA
القاعدة D	0 DA	100 DA	100 DA

اللعبة الأولى

يسحب اللاعب كرة واحدة و حسب لونها

و القاعدة المختارة يربح اللاعب :

	كرة حمراء	كرة بيضاء	كرة سوداء
القاعدة A	100 DA	0 DA	0 DA
القاعدة B	0 DA	100DA	0 DA

1- ماهي القاعدة المناسبة للترجأ أكثر بالنسبة للعبة الأولى ؟

2- ماهي القاعدة المناسبة للترجأ أكثر بالنسبة للعبة الثانية ؟

الحل:

عموما يختار المشاركون بالنسبة للعبة الأولى القاعدة A و بالنسبة للعبة الثانية للقاعدة D

بتوظيف الأمل الرياضي يبين أن الإختيار مناسب

نرمز بالرموز $P(N), P(R), P(B)$ لاحتمالات سحب كرة حمراء ، سوداء و بيضاء على الترتيب .

حسب المعطيات لدينا :

$$P(R) + P(N) + P(B) = 1 \quad \text{و} \quad P(R) + P(N) \geq \frac{2}{3} \quad \text{و} \quad P(R) \geq \frac{1}{3}$$

بالنسبة للعبة الثانية

نعتبر y_1 و y_2 المتغيرين العشوائيين المناسبين

للربح حسب القاعدتين C و D على الترتيب

$$E(y_1) = 100(P(R) + P(N)) \geq \frac{200}{3}$$

$$E(y_2) = 100(P(B) + P(N))$$

$$P(B) + P(N) = 1 - P(R) \leq 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

$$\text{و منه} \quad E(y_2) \leq \frac{200}{3}$$

اختيار القاعدة D أفضل

بالنسبة للعبة الأولى

نعتبر x_1 و x_2 المتغيرين العشوائيين المناسبين

للربح حسب القاعدتين A و B على الترتيب

$$E(x_1) = 100 \times P(R) \geq \frac{100}{3}$$

$$E(x_2) = 100 \times P(B)$$

$$P(B) = 1 - (P(R) + P(N))$$

$$P(B) \leq 1 - \frac{2}{3} \quad \text{أي أن} \quad P(B) \leq \frac{1}{3}$$

$$\text{و منه} \quad E(x_2) \leq \frac{100}{3}$$

اختيار القاعدة A أفضل