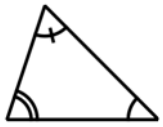
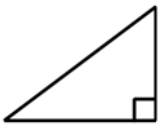
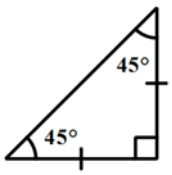
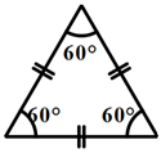
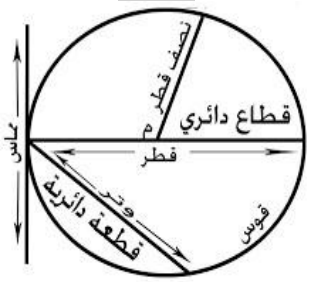
الهندسة المستوية

Prof Mustapha
KHALDI

I]. المثلثات

	الشكل	خواصه
المثلثات	المثلث الكيفي 	❶ مجموع زواياه الداخلية = 180° ❷ مجموع زواياه الخارجية = 360°
	المثلث القائم 	❶ مجموع زواياه = 180° ❷ له ضلعان متعامدان ❸ لديه زاوية قائمة = 90° ❹ مربع الوتر = مجموع مربع الضلعان القائمان ❺ طول المتوسط المتعلق بالوتر = نصف طول الوتر (الوتر هو أكبر ضلع و يقابل الزاوية القائمة)
	المثلث متساوي الساقين	❶ مجموع زواياه = 180° ❷ له ضلعان متقايسان ❸ زاويتا القاعدة متقايستان ❹ الارتفاع المتعلق بالقاعدة هو منصف زاوية الرأس ويقطع القاعدة في المنتصف
	المثلث القائم ومتساوي الساقين 	❶ مجموع زواياه = 180° ❷ له ضلعان متعامدان و متقايسان ❸ لديه زاوية قائمة = 90° ❹ زاويتا القاعدة متقايستان = 45° ❺ مربع الوتر = مجموع مربع الضلعان القائمان ❻ الارتفاع المتعلق بالوتر هو منصف الزاوية القائمة ويقطع الوتر في المنتصف
	المثلث متقايس الأضلاع 	❶ مجموع زواياه = 180° ❷ كل أضلاعه متقايسة ❸ كل زواياه متقايسة = 60° ❹ كل الارتفاعات تنصف الزاوية المنطلقة منها وتقطع الضلع المقابل لها في المنتصف

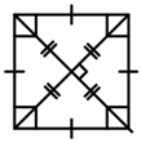
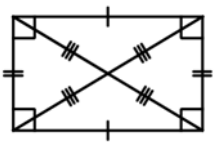
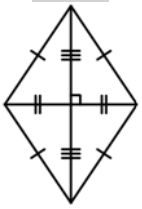
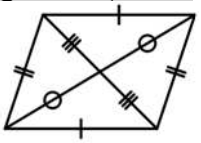
II]. الدائرة

الدائرة 	❶ الدائرة تشكل زاوية قدرها 360° ❷ إذا كان AB قطر للدائرة و M نقطة من محيط الدائرة فإن ABM مثلث قائم في M (مهما كان موضع M) ❸ جميع أقطارها متساوية ❹ جميع أنصاف أقطارها متساوية

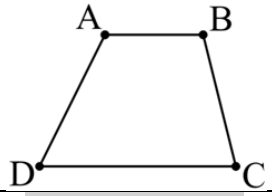
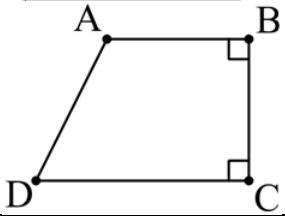
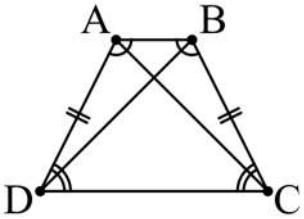
www.dzexams.com

Prof Mustapha
KdHA-LDJ

III]. متوازيات الأضلاع

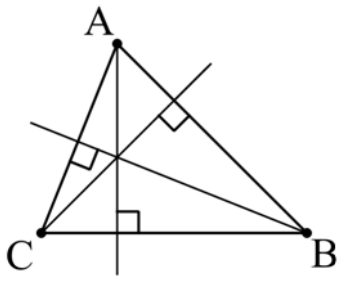
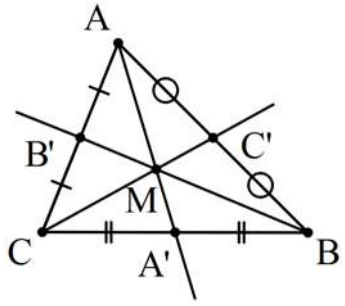
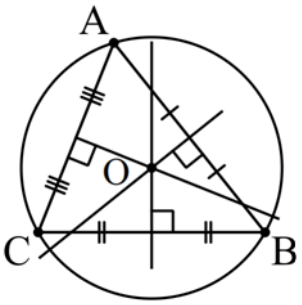
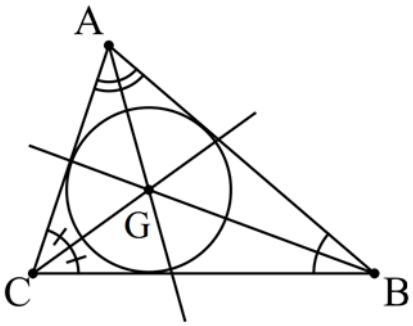
الشكل		خواصه وشروطه
متوازيات الأضلاع	المربع 	❶ كل ضلعان متقابلان متوازيان ❷ كل أضلاعه متقايسة ❸ له أربع زوايا قائمة ❹ قطراه متساويان ❺ قطراه متعامدان ❻ قطراه متناصفان ❼ كل قطر ينصف الزاويتين المتعلق بهما
	المستطيل 	❶ كل ضلعان متقابلان متوازيان ❷ كل ضلعان متقابلان متقايسان ❸ له أربع زوايا قائمة ❹ قطراه متساويان ❺ قطراه متناصفان
	المعين 	❶ كل ضلعان متقابلان متوازيان ❷ كل أضلاعه متقايسة ❸ كل زاويتان متقابلتان متقايستان ❹ قطراه متعامدان ❺ قطراه متناصفان ❻ كل قطر ينصف الزاويتين المتعلق بهما
	متوازي الأضلاع 	❶ كل ضلعان متقابلان متوازيان ❷ كل ضلعان متقابلان متقايسان ❸ كل زاويتان متقابلتان متقايستان ❹ قطراه متناصفان ❺ ضلعان متقابلان متقايسان ومتوازيان

IV]. الشبه منحرف

الشكل		خواصه	خ مشتركة
الشبه منحرف	شبه منحرف كيفي 	❶ القاعدتين متوازيتين غير متساويتين ❷ الساقان غير متوازيان وغير متساويان ❸ مجموع زواياه = $360°$	• $C\hat{D}A + D\hat{A}B = 180°$ • $A\hat{B}C + B\hat{C}D = 180°$
	شبه منحرف القائم 	❶ القاعدتين متوازيتين غير متساويتين ❷ الساقان غير متوازيان وغير متساويان له زاويتان قائمتان ❸ مجموع زواياه = $360°$	
	شبه منحرف متساوي الساقين 	❶ القاعدتين متوازيتين غير متساويتين ❷ الساقان متساويان غير متوازيان ❸ قطراه متقايسان ❹ زاويتي القاعدة الكبرى متقايستين ❺ زاويتي القاعدة الصغرى متقايستين ❻ مجموع زواياه = $360°$	

www.dzexams.com

V]. المستقيمات الخاصة في مثلث

المستقيم	خواصه
الإرتفاع 	• **الإرتفاع في مثلث هو المستقيم الذي يشمل أحد رؤوس المثلث ويعامد الضلع المقابل.**
المتوسط 	❶ **المتوسط في مثلث هو المستقيم الذي يشمل أحد رؤوس المثلث ومنتصف الضلع المقابل.** ❷ **نقطة تقاطع متوسطات مثلث هي مركز ثقل المثلث** ❸ $\boxed{MA = 2MA'}$; $\boxed{MB = 2MB'}$; $\boxed{MC = 2MC'}$
المحور 	❶ **المحور في مثلث هو المستقيم الذي يعامد أحد أضلاعه في المنتصف وليس شرط أن يشمل الرأس المقابل** ❷ **نقطة تقاطع محاور مثلث هي مركز الدائرة المحيطة بهذا المثلث (التي تشمل رؤوسه)** ❸ $\boxed{OA = OB = OC}$
المنصف 	❶ **المنصف في مثلث هو منصف إحدى زواياه** ❷ **نقطة تقاطع منصفات مثلث هي مركز الدائرة المرسومة داخل هذا المثلث (التي تمس أضلاعه)**

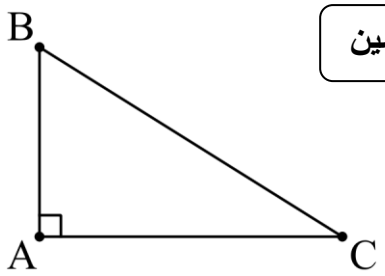
Prof Mustapha
KHALDI

www.dzexams.com

Prof Mustapha
KdHALDI

VI]. مبرهنة فيتاغورس وعكسها

1) مبرهنة فيتاغورس



في المثلث القائم: مربع الوتر = مجموع مربع الضلعين القائمين

أي: $(BC)^2 = (AB)^2 + (AC)^2$

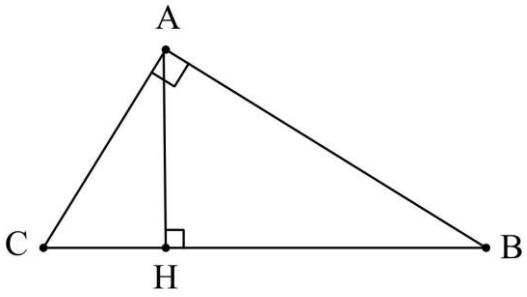
نستنتج أن:

- $(AB)^2 = (BC)^2 - (AC)^2$
- $(AC)^2 = (BC)^2 - (AB)^2$

2) المبرهنة العكسية لفيتاغورس

إذا كان مربع الضلع الأكبر= مجموع مربع الضلعان الآخران فإن هذا المثلث قائم حسب المبرهنة العكسية لفيتاغورس

أي إذا كان: $(BC)^2 = (AB)^2 + (AC)^2$ فإن ABC مثلث قائم في A حسب المبرهنة العكسية لفيتاغورس

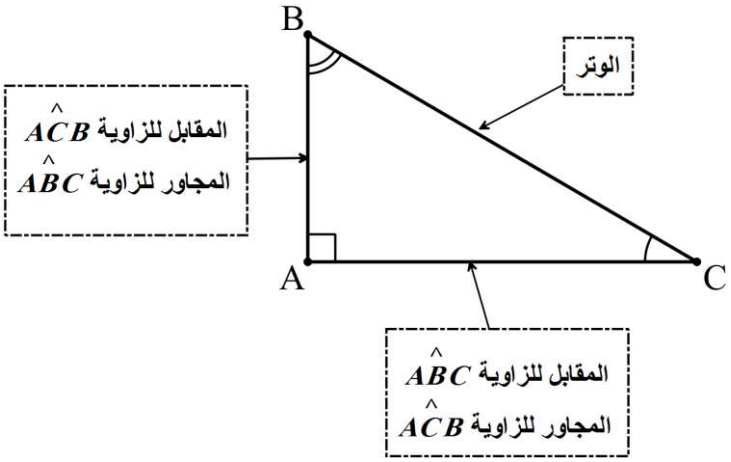


3) خواص الارتفاع في مثلث قائم

- $\boxed{AB \times AC = AH \times BC}$
- $\boxed{AB^2 = BH \times BC}$
- $\boxed{AC^2 = CH \times CB}$
- $\boxed{AH^2 = HC \times HB}$

VII]. النسب المثلثية في المثلث القائم

$$\boxed{\sin x = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}} \quad ; \quad \boxed{\cos x = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}} \quad ; \quad \boxed{\tan x = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}}$$



$$\sin A\hat{B}C = \frac{AC}{BC}$$

$$\cos A\hat{B}C = \frac{AB}{BC}$$

$$\tan A\hat{B}C = \frac{AC}{AB}$$

العلاقات بين النسب المثلثية:

$$\boxed{\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}} \quad ; \quad \boxed{\sin^2 x + \cos^2 x = 1}$$

sin : جب
cos : تجب
tan : ظل
x: زاوية

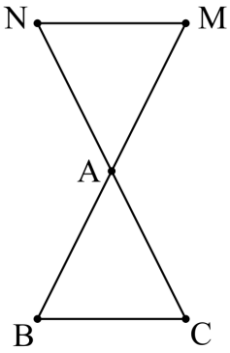
✓ ملاحظة 1: قيمة sin و قيمة cos دائما أصغر من 1 و أكبر من 0

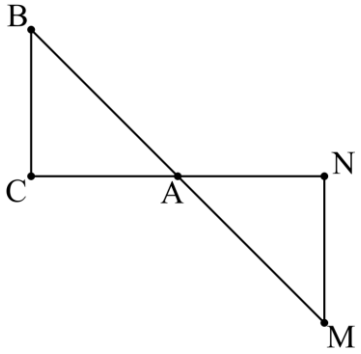
✓ ملاحظة 2: في المثلث القائم قيم sin, cos و tan دائما موجبة

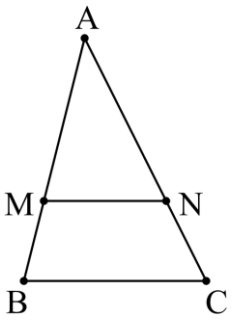
www.dzexams.com

VIII]. مبرهنة طالس وعكسها

في كل من الأشكال التالية لدينا $(MN) \,//\, (BC)$ مما يعني إمكانية تطبيق مبرهنة طالس:







1) مبرهنة طالس (المباشرة):

بما أن $(MN) \,//\, (BC)$ حسب مبرهنة طالس لدينا: $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$

2) المبرهنة العكسية لطالس: (إثبات التوازي)

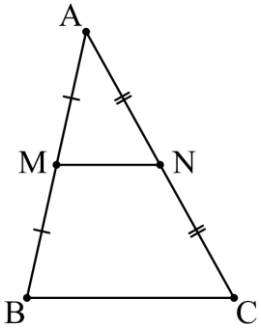
من المعطيات نختار كسرين متناسبين مثلا $\frac{AM}{AB}$ و $\frac{MN}{BC}$ ونحسب قيمة كلا منهما

نقول: بما أن $\frac{AM}{AB} = \frac{MN}{BC}$ و النقط A, M, B و A, N, C بنفس الترتيب على استقامية فإن $(MN) \,//\, (BC)$ حسب المبرهنة العكسية لطالس

3) خاصية مستقيم المنتصفين (المباشرة):

القطعة المستقيمة الواصلة بين منتصفي ضلعين في مثلث توازي الضلع الثالث وطولها يساوي نصفه

إذا كانت M و N منتصفي $[AB]$ و $[AC]$ على الترتيب فإن:

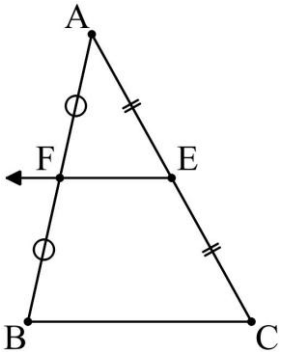


- $(MN) \,//\, (BC)$
- $BC = 2MN$ أي $MN = \frac{1}{2}BC$

4) الخاصية العكسية لمستقيم المنتصفين:

المستقيم المرسوم من منتصف ضلع في مثلث موازيًا أحد الضلعين الآخرين ينصف الضلع الثالث

إذا كان E منتصف $[AC]$ و $(FE) \,//\, (BC)$ فإن F منتصف $[AB]$

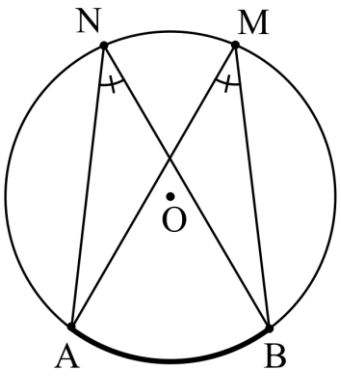


Prof Mustapha
KHALDI

www.dzexams.com

IX]. الزاوية المحيطية والزاوية المركزية

1) مراجعة

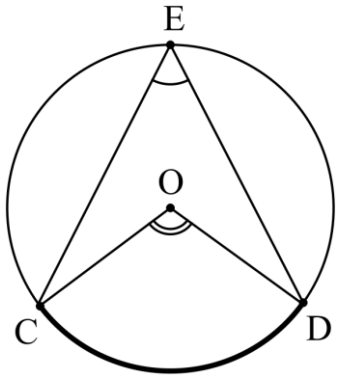


القاعدة1:

❖ الزاويتان المحيطيتان اللتان تحصران نفس القوس متقايستان

مثال1:

الزاويتان المحيطيتان $A\hat{M}B$ و $A\hat{N}B$ متقايستان لأنهما تحصران نفس القوس $\overset{\frown}{AB}$



القاعدة2:

إذا كانت زاوية مركزية و زاوية محيطية تحصران نفس القوس فإن:

❖ الزاوية المركزية = ضعف الزاوية المحيطية

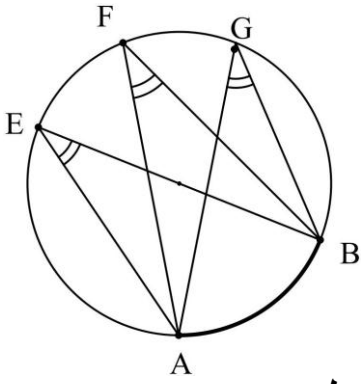
❖ الزاوية المحيطية = نصف الزاوية المركزية

مثال2:

الزاوية المركزية $C\hat{O}D$ و الزاوية المحيطية $C\hat{E}D$ تحصران نفس القوس $\overset{\frown}{CD}$ إذن:

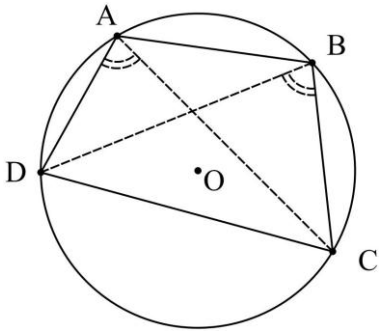
$$C\hat{O}D = 2\ C\hat{E}D \qquad \text{و} \qquad C\hat{E}D = \frac{1}{2}\ C\hat{O}D$$

2) نتائج



❶ الزوايا المحيطية التي تحصر نفس القوس أو تحصر أقواسا متقايسة تكون متقايسة

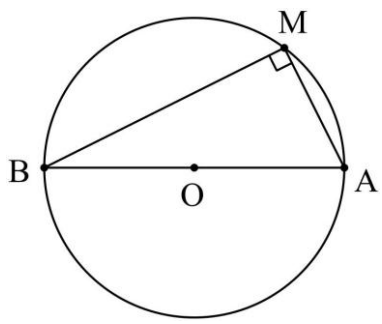
❷ تكون رؤوس الرباعي المحدب $ABCD$ من نفس الدائرة إذا تحقق أحد الشرطين:



➤ إما $D\hat{B}C = D\hat{A}C$ (زاويتان محيطيتان تجصران نفس القوس $\overset{\frown}{DC}$)

➤ أو $B\hat{C}D + B\hat{A}D = 180°$ (زاويتان متقابلتان متكاملتان)

❸ خاصية المثلث القائم في الدائرة:



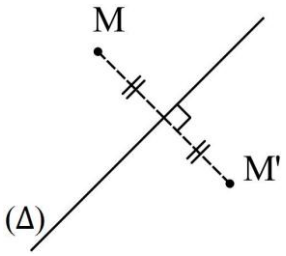
إذا كان AB قطر لدائرة و M نقطة من محيط هذه الدائرة فإن المثلث ABM قائم في M مهما كان موضع M

Prof Mustapha

KdhA-LDG

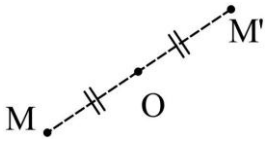
www.dzexams.com

X]. التحويلات النقطية

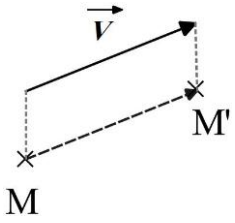


❶ **التناظر المحوري:** هو تحويل نقطي بالنسبة لمحور(Δ) يرفق بكل نقطة M النقطة M' حيث (Δ) **محور** $[MM']$ (أي (Δ)عمودي على $[MM']$ في منتصفها).

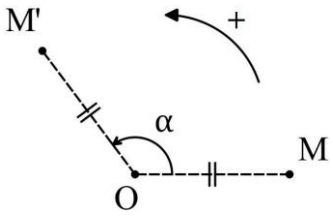
❷ **التناظر المركزي:** هو تحويل نقطي بالنسبة لنقطة O يرفق بكل نقطة M النقطة M' حيث $OM = OM'$ (أي O منتصف$[MM']$).



❸ **الانسحاب:** هو تحويل نقطي بشعاع $\vec{v}$ يرفق بكل نقطة M النقطة M' حيث $\overrightarrow{MM'} = \vec{v}$



❹ **الدوران:** هو تحويل نقطي وفق مركز O و زاوية α واتجاه يرفق بكل نقطة M النقطة M' حيث $OM' = OM$ و $M\hat{O}M' = \alpha$ والاتجاه الموجب عكس اتجاه عقارب الساعة.



XI]. خواص التحويلات النقطية

❶ **النقطة الصامدة:** نقول عن نقطة إنها صامدة بواسطة تحويل نقطي، إذا كانت منطبقة على صورتها بهذا التحويل.

❷ **حفظ المسافات (التقايس)**

يحافظ كلا من التناظر المركزي والتناظر المحوري والانسحاب والدوران على المسافات لذلك نسمي هذه التحويلات عامة **بالتقايس**

✱**صورة بتقايس:** هي صورة بالتناظر المركزي أو بالتناظر المحوري أو بالانسحاب أو بالدوران

❸ **الحفاظ على الاستقامية**

إذا كانت A، B، C ثلاث نقاط في استقامية فإن صورها A'، B'، C' **بتقايس** تكون في استقامية

❹ **الحفاظ على أقياس الزوايا**

صورة زاوية **بتقايس** هي زاوية تقايسها

➢ **استنتاج:**

- صورتي مستقيمان متوازيان **بتقايس** هما مستقيمان متوازيان
- صورتي متعامدان متوازيان **بتقايس** هما مستقيمان متعامدان

Prof Mustapha
KdhA-LDG

www.dzexams.com